

CAPÍTULO 6

CASO 2: DEFINIÇÃO DE GRADE HORÁRIA EM INSTITUIÇÕES DE ENSINO

Neste capítulo, a primeira seção apresenta o problema de definição de grade horária em instituições de ensino, mais precisamente um problema de alocação de carga didática. As demais seções tratam das estratégias empregadas para solução do problema e análise dos resultados.

6.1 Apresentação do Estudo de Caso

Uma grade horária de uma instituição de ensino, embora não pareça ou não se perceba, é algo que influi de forma notável na vida de todo o corpo docente, discente e dos funcionários da instituição. Uma vez elaborada e implementada essa grade, ela será válida durante todo o período letivo, o que fará, por várias vezes, com que alunos e professores tenham que se adaptar a ela, já que não necessariamente atende a todos os interesses e disponibilidades dos envolvidos.

As pessoas que recebem o seu horário pronto, acabam não tendo a oportunidade de verificar o trabalho que está envolvido em sua elaboração. Uma técnica utilizada pelos encarregados da sua confecção é, uma vez feita a grade do ano anterior, promover apenas uma atualização para o ano seguinte. Assumindo que realmente exista uma grade anteriormente elaborada, essa técnica mostra-se válida, desde que seja suficiente realizar pequenas adaptações naquilo que já era funcional. Entretanto, somente poderá ser empregada se não existirem alterações profundas nas demandas e disponibilidades. Se isso ocorrer, será necessário começar praticamente do zero, o que certamente consumirá um tempo elevado e sem garantia de se produzir uma solução satisfatória.

Outro ponto a ser considerado são situações como a variação do número de alunos, influenciando na inclusão ou exclusão de turmas e, por conseqüência, na necessidade de mais ou menos professores e salas de aula. Percebe-se que o problema de escalonamento encontrado aqui não se limita a este caso, sendo possível citar como outros exemplos os horários de

partida e chegada de aviões, de trens e de ônibus, a elaboração de tabelas de jogos em torneios (CONCILIO & VON ZUBEN, 2000a; CONCILIO & VON ZUBEN, 2000b), discutida no capítulo 5, a criação de cardápios com a quantidade de calorias controlada, a definição de escalas de trabalhadores em empresas com mais de um turno de trabalho e várias outras situações em que existam recursos limitados, demandas a serem atendidas e múltiplas possibilidades de alocação.

Um processo de alocação de recursos sujeito a múltiplas restrições deve fornecer uma solução factível que otimize uma dada função-objetivo, a qual, dependendo do caso em estudo, precisará ser maximizada ou minimizada.

Segundo BEASLEY (1997), escalonamento é uma descrição do ordenamento de recursos no tempo ou no espaço, tentando alcançar com sucesso um determinado objetivo e respeitando o conjunto de limitações impostas. Logo, uma solução factível é aquela que satisfaz todo o conjunto de restrições associadas ao problema.

Uma dificuldade encontrada neste tipo de situação é que, devido às inúmeras particularidades, o processo de solução adotado em um problema geralmente não poderá ser aplicado a outros fins.

Para o estudo de caso deste capítulo, as restrições apresentadas abaixo representam o conjunto de condições que devem ser obedecidas na produção da grade horária:

- um professor somente pode estar em uma única sala em um mesmo período;
- deve ser respeitado o critério do número de períodos de aula do dia e da semana;
- deve ser obedecido o número de salas que podem ser utilizadas durante um mesmo período (admite-se que o número de salas disponíveis é suficiente para atender a demanda requerida);
- deve ser respeitado o número de aulas semanais de cada professor.

A função-objetivo para esse problema deverá ser maximizada e leva em conta as preferências dos professores pelos dias da semana e períodos de aula. É assumida a existência de pelo menos uma solução factível, ou seja, o atendimento das restrições não é mutuamente exclusivo.

A Tabela 6.1 apresenta uma grade horária gerada por meio da codificação expandida e seguindo as especificações apresentadas acima. A simulação foi realizada com

um total de cinco salas de aula por período, dez períodos na semana e envolve um número de vinte professores (designados pelos números de 1 a 20).

Tabela 6.1: Exemplo de grade horária gerada (cinco salas concomitantes) seguindo as especificações apresentadas e conforme carga horária para cada professor indicada pela Tabela 6.2 e grau de preferência mostrado na Tabela 6.3.

2^a feira	Período 1	19	17	15	14	10
	Período 2	19	17	15	14	18
3^a feira	Período 1	13	3	12	6	2
	Período 2	13	3	12	20	18
4^a feira	Período 1	17	11	7	9	5
	Período 2	17	11	7	20	1
5^a feira	Período 1	20	19	8	5	4
	Período 2	20	19	8	18	16
6^a feira	Período 1	18	15	7	5	16
	Período 2	18	15	7	5	4

A Tabela 6.2 mostra o número de aulas semanais de cada professor. Esses valores devem ser obrigatoriamente seguidos para que a grade horária gerada seja factível. A Tabela 6.1 foi elaborada conforme a especificação apresentada na Tabela 6.2 e tenta atender as preferências por período de cada um dos professores, indicada na Tabela 6.3.

Tabela 6.2: Número de aulas semanais de cada membro do corpo docente envolvidos na grade horária.

Professor	Carga horária semanal
1	1
2	1
3	2
4	2
5	4
6	1
7	4
8	2
9	1
10	1
11	2
12	2
13	2
14	2
15	4
16	2
17	4
18	5
19	4
20	4

Tabela 6.3: Indica o grau de preferência dos professores em relação a cada um dos períodos de aula.

Professor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
2ª feira	Período 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0	0	0	5	5	0	5	5	5	0
	Período 2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	5	0	5	5	5	0
3ª feira	Período 1	0	5	5	0	5	5	0	0	0	0	5	5	5	0	0	0	0	5	0	5
	Período 2	0	5	5	0	3	0	0	0	0	0	5	5	5	0	0	0	0	5	0	5
4ª feira	Período 1	5	0	0	0	5	0	5	0	5	0	5	0	0	0	0	5	0	0	5	
	Período 2	5	0	0	0	3	0	5	0	3	0	5	0	0	0	0	5	0	0	5	
5ª feira	Período 1	0	0	5	5	5	0	0	5	0	0	5	0	4	0	0	5	0	5	5	5
	Período 2	0	0	5	5	3	0	0	5	0	0	5	0	4	0	0	5	0	5	5	5
6ª feira	Período 1	0	0	0	5	5	0	5	0	0	0	0	0	0	5	5	0	5	0	0	
	Período 2	0	0	0	5	3	0	5	0	0	0	0	0	0	5	5	0	5	0	0	

Neste novo exemplo a Tabela 6.4 apresenta uma grade horária gerada por intermédio da codificação expandida e seguindo as mesmas especificações já apresentadas. Para essa nova grade a simulação foi realizada com um total de onze salas de aula por período, doze períodos na semana e envolve um número de quarenta professores (designados pelos números de 1 a 40).

Tabela 6.4: Exemplo de grade horária gerada (onze salas concomitantes) seguindo as especificações apresentadas e conforme carga horária para cada professor indicada pela Tabela 6.5 e grau de preferência mostrado na Tabela 6.6.

2ª feira	Período 1	39	23	40	10	30	29	34	32	17	15	9
	Período 2	36	18	30	32	14	9	29	15	34	17	19
3ª feira	Período 1	20	18	27	5	11	34	40	4	3	2	21
	Período 2	4	2	12	22	21	11	13	34	15	18	33
4ª feira	Período 1	9	5	31	34	26	38	7	40	11	20	17
	Período 2	26	20	40	29	7	1	31	11	17	22	34
5ª feira	Período 1	38	9	39	35	5	19	8	18	1	26	37
	Período 2	13	20	8	4	39	18	1	19	26	29	11
6ª feira	Período 1	7	28	5	18	40	12	15	16	30	36	35
	Período 2	30	40	35	28	12	7	16	3	29	36	26
Sábado	Período 1	39	7	5	33	37	36	25	9	40	4	24
	Período 2	21	24	39	23	7	14	12	19	35	38	6

Tabela 6.5: Número de aulas semanais de cada membro do corpo docente envolvidos na grade horária.

Professores	Carga Horária Semanal
1	3
2	2
3	2
4	4
5	5
6	1
7	6
8	2
9	5
10	1
11	5
12	4
13	2
14	2
15	4
16	2
17	4
18	6
19	4
20	4
21	3
22	2
23	2
24	2
25	1
26	5
27	1
28	2
29	5
30	4
31	2
32	2
33	2
34	6
35	4
36	4
37	2
38	3
39	5
40	7

Tabela 6.6: Indica o grau de preferência dos professores em relação a cada um dos períodos de aula.

	Professor	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2ª feira	Período 1	5	0	0	0	1	0	0	0	5	5	0	3	4	5	5	0	5	5	5	3
	Período 2	5	0	0	0	1	0	0	0	5	1	3	3	4	5	5	0	5	5	5	3
3ª feira	Período 1	1	5	5	5	5	5	0	0	2	0	5	5	5	0	5	0	0	5	1	5
	Período 2	1	5	5	5	3	0	0	0	2	0	5	5	5	0	5	0	0	5	1	5
4ª feira	Período 1	5	0	4	0	5	0	5	0	5	0	5	0	0	0	1	0	5	0	0	5
	Período 2	5	0	5	0	3	0	5	0	3	0	5	0	0	0	1	0	5	0	0	5
5ª feira	Período 1	5	3	5	5	5	0	0	5	5	0	5	0	4	0	5	5	0	5	5	5
	Período 2	5	3	5	5	3	0	0	5	3	0	5	0	4	0	5	5	0	5	5	5
6ª feira	Período 1	4	0	4	5	5	0	5	0	1	0	0	5	0	0	5	5	0	5	0	2
	Período 2	4	0	5	5	3	0	5	0	1	0	0	5	0	0	5	5	0	5	0	2
Sábado	Período 1	5	0	3	5	5	0	3	0	1	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	0
	Período 2	3	0	4	5	4	0	4	0	1	0	0	5	0	0	5	0	0	0	0	0

	Professor	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
2ª feira	Período 1	0	0	5	0	0	0	2	0	5	5	0	5	0	5	0	2	0	0	5	5
	Período 2	0	0	5	0	0	0	2	0	5	5	0	5	0	5	0	5	0	0	0	5
3ª feira	Período 1	5	0	0	0	0	5	5	0	5	0	0	5	1	5	0	0	0	5	0	5
	Período 2	5	5	0	0	0	5	5	0	5	0	0	5	1	5	0	0	0	3	0	5
4ª feira	Período 1	0	0	5	0	0	5	3	0	5	2	5	0	0	5	0	0	0	5	0	5
	Período 2	0	5	5	0	0	5	2	0	5	2	5	0	0	5	0	0	0	3	0	5
5ª feira	Período 1	0	0	0	0	0	5	4	0	1	0	0	0	0	0	5	0	0	5	5	0
	Período 2	0	0	0	0	0	5	4	0	5	0	0	0	0	0	5	0	0	3	5	0
6ª feira	Período 1	0	0	0	0	0	0	5	5	5	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	5
	Período 2	0	0	0	0	0	0	5	5	5	5	0	0	0	0	5	5	0	0	0	5
Sábado	Período 1	0	0	3	5	5	0	4	0	1	0	0	0	5	0	0	5	5	0	5	0
	Período 2	5	0	5	5	5	0	4	0	1	0	0	0	5	0	0	5	5	0	5	0

Além da preferência dos professores por determinados períodos, outras situações poderiam ser consideradas, como o tipo de disciplina a ser ministrada, a divisão da grade horária por matérias afins (biológicas, exatas e humanas), restrições de disciplinas em seqüência, a necessidade de salas especiais (por exemplo com recursos de mídia) e várias outras condições que certamente afetariam a grade horária. De modo similar ao adotado no capítulo anterior para o caso de um número ímpar de participantes, caso haja mais salas de aula do que carga didática de professores, basta criar a figura de um ou mais professores fictícios que absorvam toda a carga horária não ocupada.

Outra questão a ser considerada é o caso de que, embora existam heurísticas refinadas para se construir manualmente uma instância das tabelas 6.1 e 6.4, trata-se de um problema de explosão combinatória e que certamente vai ganhar soluções de melhor

qualidade caso se implemente em computador processos automáticos e eficientes de busca no espaço de soluções candidatas.

WEARE (1995) diz na conclusão de sua tese de doutorado que os algoritmos genéticos representam um caminho promissor para a solução de uma grade horária. Destaca as suas características de busca, a capacidade para trabalhar com heurísticas específicas, a incorporação de restrições com garantias de factibilidade dos indivíduos e o fato de ser um algoritmo baseado na população. Todas essas peculiaridades permitem que sejam geradas várias grades horárias, representando potenciais candidatos à solução.

NEWALL (2000) investigou e desenvolveu vários métodos híbridos aplicados à problemas de grade horária. Fez uma comparação entre esses algoritmos, discutindo as suas vantagens e desvantagens. Utilizou a combinação dos seguintes algoritmos:

- algoritmos evolutivos;
- busca local;
- quatro diferentes heurísticas:
 - com operadores genéticos;
 - com elementos aleatórios;
 - para a inicialização da população;
 - decomposição do problema em outros problemas de mais fácil solução.

Acrescenta, ainda, que há outras áreas que deveriam ser abordadas em trabalhos futuros, comentando que há a necessidade de métodos para o tratamento das restrições que estão envolvidas em problemas de grade horária.

6.2 Codificação

A codificação de um indivíduo por um cromossomo é um dos pontos principais que determinam o sucesso ou o fracasso dos algoritmos genéticos. Uma codificação competente deve constar das seguintes características (PALMER, 1994):

- ao aplicar o operador de cruzamento, os descendentes gerados devem ser caracterizados como soluções candidatas válidas (factíveis);
- a representação adotada deve permitir a exploração de todo o espaço de soluções candidatas, não podendo restringir o processo de busca.

Conforme discutido no capítulo 4, a primeira característica citada revela-se bastante crítica para problemas de otimização com restrições, notadamente naqueles em que a solução possui uma estrutura particular e, por conseqüência, difícil de ser mantida após a recombinação para a formação dos descendentes. Para contornar esse fato, são possíveis quatro alternativas:

- descartar os descendentes inválidos e repetir a seleção dos pais, gerando novos filhos até que sejam factíveis;
- atribuir um valor de adequação baixo aos cromossomos que representam soluções inválidas (tal procedimento forçará a sua provável eliminação pelo processo de seleção);
- transformar as soluções inválidas em factíveis aplicando rotinas de factibilidade (por exemplo, algoritmos de reparação);
- utilizar operadores genéticos dedicados, de modo que somente possam ser gerados descendentes viáveis.

Uma das contribuições deste trabalho, também descrita no capítulo 4 e já empregada no capítulo 5, é a apresentação de uma quinta alternativa para contornar o problema de factibilidade de descendentes após a aplicação do operador de cruzamento. Ela é apresentada a seguir:

- utilização de uma codificação genética compacta (veja Figura 6.1) aliada a algoritmos de decodificação e reparação para a expansão do código, de modo que o código gerado seja sempre factível. Aplicação dos operadores genéticos apenas sobre o código compacto produzindo descendentes também factíveis. Por fim, emprego de um procedimento de busca local para aumentar a adaptabilidade da solução factível gerada.

6.3 Base de Dados

A base de dados deve conter o conhecimento prévio da carga horária de cada professor envolvido e da sua respectiva disponibilidade. Para o escopo deste trabalho, o conceito de disponibilidade envolve o dia da semana e o período de aulas que é da preferência do professor. Para formalizar essa preferência foi apresentado um grau de

satisfação graduado de 0 a 5, de modo que o maior grau indica plena satisfação e o menor mostra a insatisfação máxima com aquele determinado período (veja Anexo B).

6.4 Geração da População Compacta e Semente

Obedecendo aos critérios de formação para os cromossomos, uma população inicial com o código genético compacto será gerada. O código compacto caracteriza-se por ter apenas um número reduzido de genes quando comparado a uma solução completa. Mais precisamente, esse código é formado pelo número de genes que representam dois períodos para alocação de professores (veja o exemplo da Figura 6.1, que considera uma grade horária com onze salas concomitantes por período). Como parte integrante dessa codificação compacta, será escolhida (também aleatoriamente) uma semente para cada um dos indivíduos da população (veja o exemplo da Figura 6.1).

A geração da população inicial está também associada a mecanismos de reparação utilizados para factibilizar cada indivíduo. No entanto, como os cromossomos são de tamanho reduzido, esta etapa de reparação apresenta um custo computacional baixo.

período 1	39	23	40	10	30	29	34	32	17	15	9	
período 2	36	18	30	32	14	9	29	15	34	17	19	semente

Figura 6.1: Exemplo de codificação compacta para um candidato à solução da população.

6.5 Procedimento de Expansão do Código

Quando da expansão de código desta representação genética compacta, todos os outros genes que deverão compor uma solução completa serão gerados a partir da semente (ela é característica de cada indivíduo) e de um gerador pseudo-aleatório que apresente a propriedade de repetitividade. É claro que a expansão da população deve seguir criteriosamente o conjunto de restrições para a sua formação, requerendo a aplicação de algoritmos de reparação, de modo que o cromossomo gerado seja um candidato factível à solução. Outro aspecto que será levado em conta no momento da geração aleatória é a preferência de cada professor. Sendo assim, professores com maior preferência por certos períodos terão maior probabilidade de serem selecionados. Com isso, a árvore de decisão a

ser percorrida pelo algoritmo de expansão de código é polarizada, já que alguns ramos têm prioridade sobre os demais associados a um dado nó da árvore.

Assim, com o conhecimento da base de dados e do código compacto de cada indivíduo da população, será possível fazer a expansão de código que irá levar a uma grade horária completa. Esta expansão do código deve ter como característica primordial a geração de indivíduos factíveis e, ainda, um único indivíduo a partir de cada semente selecionada.

No contexto do caso em estudo, para que um indivíduo (cromossomo) seja factível é necessário que cada gene (representando um professor) apareça somente uma vez em um mesmo período da grade horária e, ainda, que cada professor esteja representado nesse cromossomo de modo a atender sua respectiva carga horária. Por exemplo, um professor nunca poderá ter carga horária de uma aula e a ele serem atribuídas três (ou seja, o gene correspondente aparece três vezes no mesmo cromossomo). Observe o exemplo das Tabelas 6.7 e 6.8 representando a carga horária gerada de maneira incorreta para os professores *A* e *G*, acarretando na infactibilidade do respectivo cromossomo.

Tabela 6.7: Carga horária estabelecida para os professores.

Professor	Carga Horária
<i>A</i>	1
<i>B</i>	2
<i>C</i>	2
<i>D</i>	2
<i>E</i>	3
<i>F</i>	2
<i>G</i>	3

Tabela 6.8: Carga horária incorreta produzida pela solução candidata.

Professor	Carga Horária
<i>A</i>	3
<i>B</i>	2
<i>C</i>	2
<i>D</i>	2
<i>E</i>	3
<i>F</i>	2
<i>G</i>	1

As Figuras 6.2, 6.3 e 6.4 apresentam exemplos de cromossomos factíveis e infactíveis elaborados conforme a carga horária indicada pelas Tabelas 6.7 e 6.8.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	período 1
<i>A</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	período 2
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	período 3

Figura 6.2: Exemplo de cromossomo infactível, levando à carga horária da Tabela 6.8.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	período 1
<i>G</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	período 2
<i>G</i>	<i>B</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	período 3

Figura 6.3: Exemplo de cromossomo infactível (o mesmo professor está designado mais de uma vez para o mesmo período).

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>G</i>	período 1
<i>G</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	período 2
<i>G</i>	<i>B</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>C</i>	período 3

Figura 6.4: Exemplo de cromossomo factível conforme a Tabela 6.7 (gerado seguindo as leis de formação especificadas).

Para que a população inicial seja gerada com a garantia de factibilidade dos indivíduos e com a melhor qualidade possível, utilizam-se algoritmos de reparação e de busca local. O primeiro deles faz a verificação da repetição ou não de um determinado professor no mesmo período. Se ele já estiver presente, será rejeitado e outro gene sorteado. Verificação análoga ocorre em relação ao atendimento da carga didática.

O segundo executa uma busca por um ótimo local. Tenta-se fazer uma melhoria do *fitness* associado à grade horária, pela troca de professores entre períodos adjacentes de um mesmo cromossomo. No entanto, para que essa troca seja possível será necessária a utilização de um procedimento de validação, verificando a possibilidade da troca. Ou seja, será necessário que os genes possam ser invertidos, sem ocasionar a infactibilidade do cromossomo.

A Figura 6.5 apresenta um exemplo de busca local que pode ser realizada, uma vez que o professor *B* do período 1 e o professor *F* do 2, podem ser trocados sem que haja

infectibilidade do cromossomo. Em outras palavras, o professor *F* somente fará parte do período 1 após o procedimento de busca local. O mesmo acontecendo com o professor *B* em relação ao período 2.

Situação anterior à busca local:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	período 1
<i>A</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	período 2

Situação posterior à busca local:

<i>A</i>	<i>F</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	período 1
<i>A</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>B</i>	período 2

Figura 6.5: Exemplo de busca local que pode ser realizada.

A Figura 6.6 apresenta um exemplo de busca local que não pode ser aceita, uma vez que, caso o professor *C* do período 1 e o professor *F* do 2 sejam invertidos, ocasionará a infectibilidade do cromossomo (professor *C* estará duas vezes no mesmo período). Ou seja, o professor *C* já está presente no período 2 antes da realização do procedimento de busca local. Caso seja invertido de posição com o professor *F*, o *C* estará presente duas vezes no período 2, ocasionando a infectibilidade do cromossomo.

Situação anterior à busca local:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	período 1
<i>A</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	período 2

Situação posterior à busca local:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>F</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	período 1
<i>A</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>C</i>	período 2

Figura 6.6: Exemplo de busca local que não pode ser realizada.

Após todo o processo de elaboração da população inicial, esta será evoluída geração a geração até alcançar o seu valor final. Todos os processos definidos a partir da seção 6.6 serão executados no decorrer dessa evolução.

6.6 Procedimento de Sorteio

O procedimento de sorteio é realizado por intermédio de roletas. A utilização desse método de sorteio faz com que os elementos de maior probabilidade sejam priorizados, embora todos os indivíduos estejam envolvidos nesse processo.

A primeira roleta é elaborada levando-se em consideração graus de satisfação dos professores em relação a um determinado período. Uma vez montada a roleta, será escolhido um valor aleatoriamente. O próximo passo será verificar a qual faixa da roleta o valor sorteado pertence, de modo que o intervalo encontrado indicará o grau de satisfação. A partir desse valor será elaborada uma segunda roleta para o mesmo período, levando em consideração a carga horária dos professores com no mínimo o grau de satisfação sorteado pela primeira roleta. Uma vez que a segunda roleta esteja montada, novamente será sorteado um valor aleatório e procurado a qual faixa ele pertence. O intervalo encontrado representa um professor que será alocado no cromossomo (se atender aos critérios de restrição local e global já mencionados) no período que está sendo tratado.

A cada nova iteração do processo, as duas roletas serão refeitas de modo que os elementos já alocados no cromossomo terão a sua probabilidade de sorteio diminuída ou zerada (se já estiverem com toda a carga horária designada). Portanto, há uma clara prioridade para professores com preferência alta e carga didática ainda pouco atendida.

O exemplo a seguir mostra a elaboração das roletas de um período qualquer utilizadas no sorteio dos elementos que compõem o cromossomo.

Exemplo: São considerados 20 professores divididos entre as preferências apresentadas na Figura 6.7. Para cada grau de preferência, é atribuído um determinado valor de peso. Com base nesses dados é construída a primeira roleta. Considere o valor $R_1=0,974611$ sorteado aleatoriamente, o que indica que ele pertence ao último intervalo da primeira roleta (intervalo associado ao grau de preferência 5). A partir desse valor será construída a segunda roleta, conforme mostra a Figura 6.8. Considere, agora, $R_2=0,24135$ sorteado aleatoriamente. Esse valor pertence ao segundo intervalo da nova roleta, indicando que o professor escolhido será o de número 2 (coincidentemente é aquele com menor probabilidade de ser escolhido).

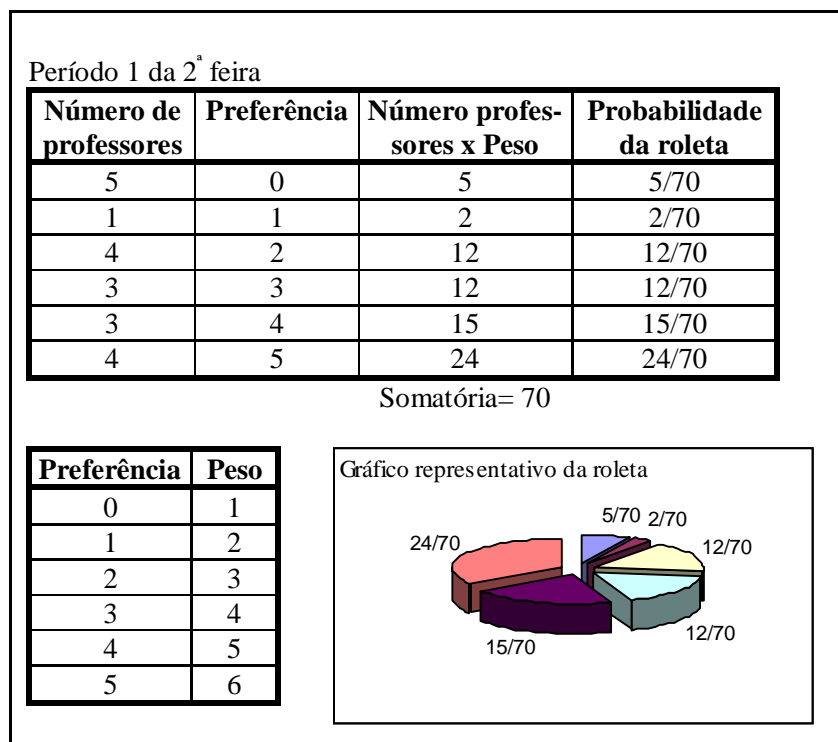


Figura 6.7: Elaboração da primeira roleta.

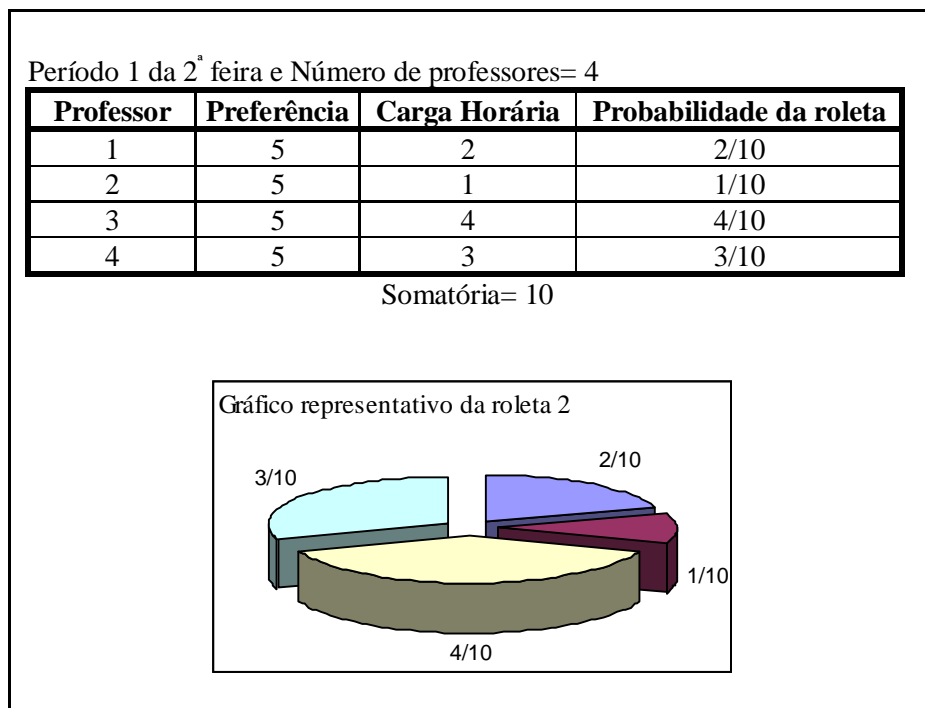


Figura 6.8: Elaboração da segunda roleta.

6.7 Preservação do Melhor Indivíduo

Para evitar a perda do indivíduo mais adaptado ao meio (aquele que apresenta o maior *fitness*), este cromossomo será preservado a cada geração, já que existe uma probabilidade, embora baixa, de que ele seja perdido. Sempre se fará a seguinte verificação: se o melhor indivíduo da geração anterior possuir um *fitness* maior que o melhor indivíduo da geração atual, ele será introduzido nessa geração; caso contrário será preservado o da geração atual. Esta estratégia evita a degradação do *fitness* do melhor indivíduo da população, mantendo o elemento melhor adaptado no decorrer do processo evolutivo, até que surja um elemento que o supere.

6.8 Operadores Genéticos

Para a aplicação dos operadores genéticos, será necessário antes de mais nada fazer uma seleção pelo algoritmo de *Roulette Wheel* dos cromossomos envolvidos (cromossomos-pai que, pela combinação da sua carga genética, irão gerar seus descendentes). Pela utilização da roleta, sabe-se que a probabilidade de seleção de um cromossomo (codificação genética da solução candidata) é diretamente proporcional ao seu valor de *fitness*. Isto significa que os indivíduos mais adaptados (melhor *fitness*) têm uma probabilidade maior de repassar a sua carga genética aos seus descendentes (terceira conclusão do darwinismo).

Quando a aplicação dos operadores genéticos é feita sobre o código compacto, uma vez que esse código pertence a um espaço de dimensão reduzida onde a aplicação de algoritmos de reparação é mais simples, o descendente gerado após a aplicação da recombinação e da mutação também será caracterizado por ser um candidato factível à solução (Figura 6.9).

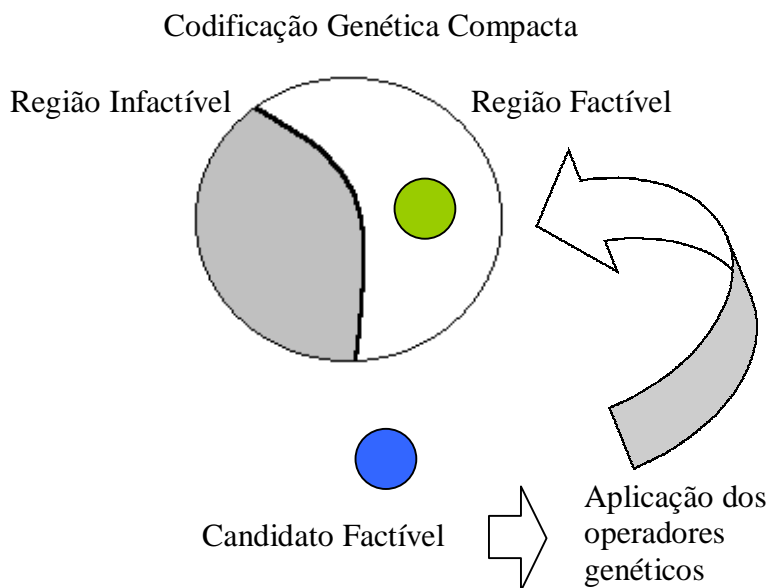


Figura 6.9: Factibilidade dos descendentes após a aplicação dos operadores genéticos.

Por outro lado, se os operadores genéticos forem aplicados sobre o código já expandido, não há nenhuma garantia de que o descendente gerado seja um indivíduo factível. Isso significa que o elemento gerado poderá ser remetido para uma região de inactibilidade, de modo que se isso ocorrer, mais recursos computacionais serão necessários para trazê-lo para uma região de indivíduos factíveis (Figura 6.10).

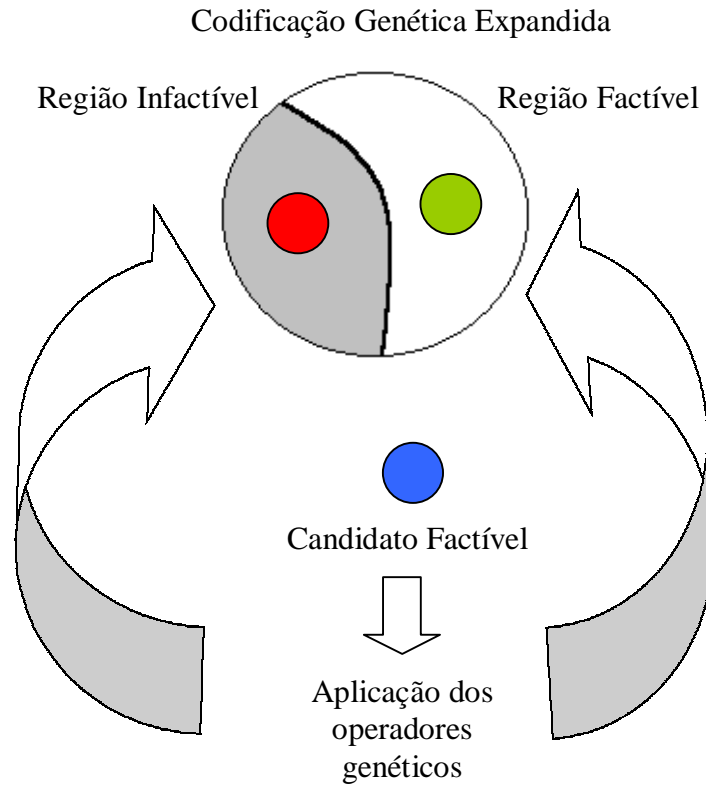


Figura 6.10: Geração de descendentes factíveis ou inactiváveis após a aplicação dos operadores genéticos.

6.8.1 Operador Genético de Recombinação

Para todos os pares de pais formados, existirá uma probabilidade p_c de ocorrência de *crossover*. No desenvolvimento deste trabalho, verificou-se que esta fase é bastante crítica, uma vez que será necessária a criação de cromossomos-filho que sejam factíveis (portanto devem seguir os critérios de formação já apresentados) após a junção de características dos seus ascendentes.

Para tanto, será sorteado um período qualquer de um dos cromossomos-pai, sendo repassado integralmente ao cromossomo-filho. A partir da próxima posição final mais um do primeiro cromossomo, pegam-se os genes do segundo cromossomo-pai, repassando-os (quando possível) para o descendente que está sendo gerado. Para que essa operação seja possível, são necessárias algumas condições:

- o professor que é representado pelo gene que está sendo transmitido ao descendente, não poderá estar presente no cromossomo-filho com toda a sua carga horária esgotada;

- o gene passado não poderá estar presente no período que o estará recebendo.

A transgressão dessas condições fará com que o descendente gerado seja infactível. Nesse sentido, o algoritmo de recombinação tem um tratamento completo para esses casos, tentando viabilizar o cromossomo-filho (mantê-lo factível). Essa rotina é executada um certo número de vezes. Excedido esse limite, todo o processo é reiniciado.

As figuras a seguir ilustram a operação de recombinação conforme a carga horária apresentada na Tabela 6.9.

Tabela 6.9: Carga horária dos professores que comporão o código genético para a aplicação da operação de recombinação.

Professor	Carga Horária
A	1
B	2
C	1
D	2
E	1
F	2
G	1

Cromossomo-pai 1

A	B	F	D	E	período 1
F	B	C	D	G	

Cromossomo-pai 2

G	B	D	C	F	período 1
D	A	F	E	B	

Figura 6.11: Cromossomos que serão submetidos ao operador genético de recombinação.

Na aplicação do operador genético de recombinação, o primeiro período do cromossomo-pai 1 é passado integralmente para o descendente gerado.

A	B	F	D	E	período 1
					período 2

Figura 6.12: Formação do descendente gerado pelo *crossover*.

O passo seguinte é tentar repassar o gene *D* do cromossomo-pai 2 para o segundo período do descendente. Como a carga horária deste gene é 2 (conforme Tabela 6.9) e ainda não está presente no segundo período do descendente, essa operação será executada.

A	B	F	D	E	período 1
D					período 2

Figura 6.13: Passagem do gene *D* do cromossomo-pai 2 para o segundo período do descendente.

A próxima etapa é tentar repassar o gene *A* (seguinte ao *D*) para o descendente. Como a carga horária deste gene é 1 (conforme Tabela 6.9) e por já estar presente no primeiro período do descendente, a sua passagem não será permitida. Dessa maneira, a próxima tentativa é referente ao gene seguinte (gene *F*). Como a carga horária do gene *F* é 2 (conforme Tabela 6.9) e ainda não está presente no segundo período do descendente, a sua passagem será efetuada.

A	B	F	D	E	período 1
D	F				período 2

Figura 6.14: Passagem do gene *F* do cromossomo-pai 2 para o segundo período do descendente.

Seguindo os mesmos passos descritos acima, os genes do cromossomo-pai 2 serão repassados para o descendente até que ele esteja com toda a sua carga genética completa. Como resultado final, o cromossomo filho terá a seguinte configuração:

A	B	F	D	E	período 1
D	F	B	G	C	período 2

Figura 6.15: Configuração final do descendente após aplicação do operador genético de recombinação.

A configuração apresentada para o descendente gerado a partir dos cromossomos-pai 1 e 2, tem como característica principal ser um indivíduo factível e estar na forma genética compacta. Vale lembrar que o algoritmo está trabalhando em uma região de factibilidade do espaço (conforme ilustrado na Figura 6.9).

Feita a aplicação desse operador genético de recombinação (*Order Crossover*) será realizado o procedimento de expansão do código para a geração completa do cromossomo (esta geração está sujeita às regras já mencionadas). Realizada a expansão, o mesmo tipo de busca local será efetuada (conforme já mencionado), tentando-se obter um máximo local.

6.8.2 Mutação Gênica

Para todos os indivíduos da população, vai existir uma taxa de mutação p_m para que um cromossomo sofra uma Mutação Inversiva. Os mesmos cuidados devem ser tomados para os cromossomos mutantes que forem gerados, portanto o procedimento de reparação é novamente empregado. Entretanto, para que a mutação seja válida, outros dois processos de validação serão necessários.

Dado um cromossomo, um gene (professor) será sorteado. A seguir, é necessário encontrar o período no qual este professor se localiza no cromossomo selecionado. Como próximo passo, deve-se encontrar (se é que existe) um período que não contenha o professor sorteado e, portanto, possa recebê-lo. Um terceiro procedimento é verificar qual gene do segundo período poderá sofrer a inversão com o professor sorteado. Em outras palavras, o primeiro período não poderá receber um gene que já pertença a ele (isso infactibilizaria o cromossomo).

A Figura 6.16 apresenta um exemplo de cromossomo que não poderá receber a mutação em relação ao gene *G*. Note que esse gene já está presente nos dois períodos. Dessa maneira a sua inversão com qualquer outro elemento faria com que um mesmo

período tivesse dois genes iguais. Esse procedimento tornaria o descendente gerado infactível.

G	F	C	D	E	período 1
G	C	D	E	B	período 2

Figura 6.16: O gene que representa o professor *G* não poderá submeter-se ao operador genético de mutação, uma vez que já está presente nos dois períodos.

O próximo exemplo assinala dois genes que podem ser invertidos. Note que antes da mutação o gene *B* não está presente no primeiro período, somente ocorrendo este fato após a aplicação do operador. O mesmo comentário é válido para o gene *F* em relação ao segundo período. A mutação exemplificada é válida, uma vez que mesmo após essa operação o cromossomo permanecerá factível.

G	F	C	D	E	período 1
G	C	D	E	B	período 2

Figura 6.17: Exemplo de genes que podem ser submetidos à mutação.

A Figura 6.18 apresenta a nova configuração após a realização da inversão.

G	B	C	D	E	período 1
G	C	D	E	F	período 2

Figura 6.18: Nova configuração do cromossomo após a mutação.

Encerrado o processo de mutação, o cromossomo mutante passará pela busca local já descrita, para tentar alcançar um valor de *fitness* que seja um ótimo local.

6.9 Seleção Parcialmente Elitista

Este algoritmo evolutivo caracteriza-se por ser parcialmente elitista, de modo que a melhor quinta parte da população é reutilizada na próxima geração e o restante é complementado pela produção de novos elementos (certamente esses novos elementos deverão seguir as leis de formação apresentadas e passarão pelo mesmo processo de busca por um ótimo local).

6.10 Cálculo da Função de *Fitness*

Durante todo esse processo de evolução o *fitness* de cada cromossomo é calculado, mostrando o quanto ele é adaptado às condições de contorno do ambiente, portanto sendo um valor característico de cada elemento da população.

Dado um cromossomo factível qualquer, o seu *fitness* será o somatório do grau de satisfação de todos os genes (professores) que o compõem, de modo que quanto maior for este valor, melhor adaptado e com maiores condições de sobrevivência e de reprodução será este elemento. A equação que representa o cálculo do *fitness* é apresentada a seguir:

$$fitness = \sum_{i=1}^n GS_i$$

sendo:

n = número de genes do cromossomo;

GS_i = grau de satisfação de cada gene do cromossomo.

Novamente, traçando um paralelo com o processo evolutivo natural, sabe-se que os indivíduos mais adaptados (com maior valor de *fitness*) são melhores candidatos para a sobrevivência e liderança da população, o que nos leva para a segunda conclusão de Darwin.

As próximas tabelas apresentam o cálculo do *fitness* de candidatos factíveis à solução. O grau de satisfação é um valor fornecido pelo professor sendo função da sua preferência pelo dia da semana e pelo período de aula requerido.

A Figura 6.19 representa a evolução do *fitness* ao longo das gerações para a grade horária apresentada na Tabela 6.11.

Tabela 6.10: Cálculo do *fitness* de um candidato factível
à solução com cinco salas por período.

Somatória
do Grau de
Satisfação

2^a feira	Período 1	19	17	15	14	10	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
	Período 2	19	17	15	14	18	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
3^a feira	Período 1	13	3	12	6	2	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
	Período 2	13	3	12	20	18	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
4^a feira	Período 1	17	11	7	9	5	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
	Período 2	17	11	7	20	1	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
5^a feira	Período 1	20	19	8	5	4	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
	Período 2	20	19	8	18	16	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
6^a feira	Período 1	18	15	7	5	16	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	25
	Período 2	18	15	7	5	4	
	Grau de Satisfação	5	5	5	3	5	23

Somatória total \Rightarrow 248

Analisando-se a tabela anterior, verifica-se que vários professores estão alocados duas vezes em seqüência para o mesmo dia da semana e com satisfação máxima. Esse resultado obtido está de acordo com o grau de preferência dos professores em relação a cada um dos períodos, conforme indicado na Tabela 6.3. Outra característica que garante a factibilidade do candidato à solução é a obediência à carga horária semanal de cada professor, como indica a Tabela 6.2.

Tabela 6.11: Cálculo do *fitness* de um candidato factível
à solução com onze salas por período.

Somatória
do Grau de
Satisfação

2ª feira	Período 1	39	23	40	10	30	29	34	32	17	15	9	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	55
	Período 2	36	18	30	32	14	9	29	15	34	17	19	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	55
3ª feira	Período 1	20	18	27	5	11	34	40	4	3	2	21	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	55
	Período 2	4	2	12	22	21	11	13	34	15	18	33	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	1	51
4ª feira	Período 1	9	5	31	34	26	38	7	40	11	20	17	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	55
	Período 2	26	20	40	29	7	1	31	11	17	22	34	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	55
5ª feira	Período 1	38	9	39	35	5	19	8	18	1	26	37	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	0	50
	Período 2	13	20	8	4	39	18	1	19	26	29	11	
	Grau de Satisfação	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	54
6ª feira	Período 1	7	28	5	18	40	12	15	16	30	36	35	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	55
	Período 2	30	40	35	28	12	7	16	3	29	36	26	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	50
Sábado	Período 1	39	7	5	33	37	36	25	9	40	4	24	
	Grau de Satisfação	5	3	5	5	5	5	5	1	0	5	5	44
	Período 2	21	24	39	23	7	14	12	19	35	38	6	
	Grau de Satisfação	5	5	5	5	4	0	5	0	0	0	0	29

Somatória total \Rightarrow 608

Os comentários realizados para a Tabela 6.10, também são válidos para o caso da Tabela 6.11. Acrescenta-se que, notadamente no segundo período do Sábado, há professores alocados que não tiveram as suas preferências atendidas (grau de satisfação zero). Essa peculiaridade não infactibiliza esse candidato à solução. Em outras palavras, a função-objetivo que pretende maximizar o grau de preferência dos professores não pôde ser plenamente atendida. Justifica-se esse fato, como sendo um efeito sintomático do processo de expansão do código.

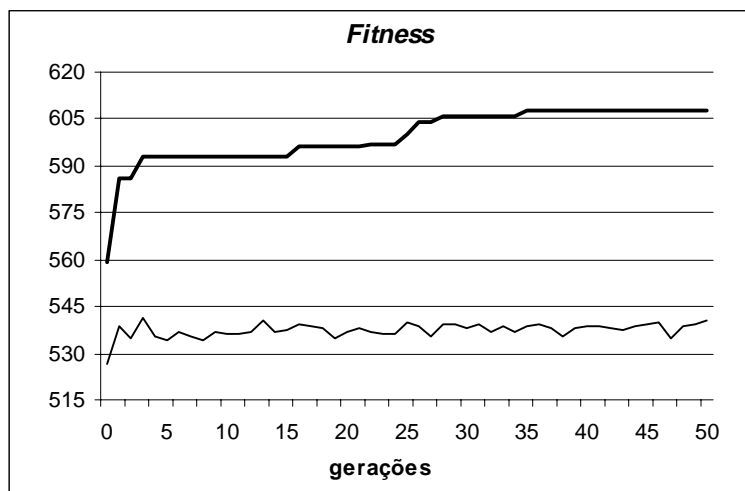


Figura 6.19: Comparação entre o *fitness* médio (linha fina) e o melhor *fitness* (linha grossa) ao longo das gerações.

A Figura 6.19 mostra a presença de uma distância entre o *fitness* médio e o produzido pelo melhor indivíduo ao longo das gerações, demonstrando, portanto, a existência de um nível significativo de diversidade na população.

A Tabela 6.12 ilustra o tempo de execução para a codificação genética expandida e compacta para um total de 100 gerações e tamanho de população igual a 100. O programa computacional foi desenvolvido no ambiente de programação *Delphi* e os tempos obtidos foram para o processamento em um microcomputador *Pentium* III 650MHz com 128Mbytes de memória *RAM*.

Tabela 6.12: Tempo de execução do programa computacional desenvolvido.

Codificação Genética	Salas por Período	<i>Fitness</i> alcançado	Tempo de Execução
Expandida	5	236	40s
Compacta	5	239	1min 05s
Expandida	11	601	10min 35s
Compacta	11	600	16min 50s

A diferença entre o *fitness* obtido para a representação genética compacta e expandida não é significativa para as duas configurações testadas. Em relação ao tempo de execução do programa computacional desenvolvido, ela é claramente maior para o caso da codificação compacta. Tal fato é justificado pela presença do algoritmo de expansão de código.

A Tabela 6.13 apresenta testes realizados com a codificação genética compacta, utilizando uma variação no tamanho da população e o número de gerações fixado em 100. Os valores de *fitness* apresentados representam uma média dos dez testes realizados para cada um dos casos.

Tabela 6.13: Resultados obtidos com a variação do tamanho da população.

Salas por Período	Número de indivíduos da população	Média do <i>fitness</i> Alcançado
5	10	230,8
	30	234,5
	70	231,5
	100	233,2
	1000	238,6
11	10	584,9
	30	589,8
	70	593,6
	100	595,9
	1000	599,8

Como esperado, trabalhando-se com um número maior de indivíduos na população a cada geração, ao final das 100 gerações há uma tendência de se obter soluções de melhor qualidade, embora o custo computacional seja muito superior, podendo não ser compensado pelo incremento de qualidade da solução.