ANEXO C

CÁLCULO PARA A DEFINIÇÃO DO NÚMERO DE CANDIDATOS FACTÍVEIS NO CASO DE TURNOS COMPLETOS EM TORNEIOS

A dedução apresentada a seguir, representa o número de candidatos presentes no espaço de busca da representação expandida, embora não esteja sendo considerado, nos cálculos que seguem, nenhuma restrição referente a mando de jogo. Existe distinção entre jogos fora ou no domínio de cada participante, mas serão também considerados elementos do espaço de busca (turnos) que não apresentam equilíbrio entre jogos fora e no domínio de cada participante.

Considere um torneio com seis participantes: A, B, C, D, E e F. Todos os possíveis jogos existentes entre esses participantes são os apresentados a seguir, sendo que há um agrupamento em pares, já que vai ser possível optar por qualquer um dos elementos do par, sem alterar o jogo e, ainda, somente um dos elementos do par estará presente em um dado turno. Por exemplo, dado que se decidiu pela inclusão do jogo entre os participantes A e B em uma determinada rodada do torneio, a escolha do mando de jogo representa um evento independente que será considerado após a ordenação de todos os jogos do turno.

AB	AC	AD	AE	AF
BA	CA	DA	EA	FA
BC	BD	BE	BF	
CB	DB	EB	FB	
CD	CE	CF		
DC	EC	FC		
DE	DF			
ED	FD			
EF				
FE				

Para o primeiro jogo da primeira rodada a ser sorteado e para quaisquer dois participantes, há um número de cinco pares que poderão ser escolhidos. Uma vez que um dado elemento do par seja sorteado, nenhum dos elementos deste par poderá participar novamente do mesmo turno. Isso faz com que os pares que poderão fazer parte do turno tenham o seu número reduzido. Para ficar mais claro, suponha que o primeiro par sorteado tenha sido AB, implicando que os jogos:

AB	AC	AD	AE	AF
BA	CA	DA	EA	FA
BC	BD	BE	BF	
CB	DB	EB	FB	

não poderão estar presentes na mesma rodada, uma vez que os participantes A e B já apareceram. Também não será possível com que os elementos AB e BA apareçam novamente no mesmo turno.

Para o segundo jogo da primeira rodada, estarão disponíveis os seguintes pares:

CD	CE	CF
DC	EC	FC
DE	DF	
ED	FD	
EF		
FE		

Portanto, verifica-se que há três pares para cada um dos participantes que ainda são passíveis de sorteio. Supondo, agora, que CD tenha sido sorteado, implicando que os jogos:

CD	CE	CF
DC	EC	FC
DE	DF	
ED	FD	

não poderão mais estar presentes na mesma rodada. Restam, para o terceiro jogo da primeira rodada, os pares EF e FE, indicando um único par para fechar a rodada.

Da segunda rodada em diante, deve-se levar em consideração os pares que já fazem parte do turno e, portanto, não poderão estar presentes novamente no torneio. Pelo exemplo considerado, os pares AB, BA, CD, DC, EF e FE não poderão fazer parte do novo sorteio. Portanto, para o primeiro jogo da segunda rodada, haverá as seguintes possibilidades:

----	AC	AD	AE	AF
----	CA	DA	EA	FA
BC	BD	BE	BF	
CB	DB	EB	FB	
----	CE	CF		
----	EC	FC		
DE	DF			
ED	FD			

----				

de modo que o número de pares que poderão ser sorteados para quaisquer participantes foi reduzido para quatro.

Aplicando, agora, a mesma metodologia empregada para a primeira rodada, o segundo jogo da segunda rodada terá dois pares possíveis para o sorteio. Da mesma maneira, o terceiro jogo terá um único par possível.

Após a conclusão da escolha dos jogos que comporão o turno, fica faltando escolher o domínio (quais participantes jogarão em seu domínio e quais jogarão fora dele). Para cada rodada existem três jogos, de modo que o número de possibilidades é 2^3.

O esquema a seguir representa o número de candidatos factíveis para o exemplo dado (seis participantes):

Primeira rodada	5	3	1	$\times 2^3$
Segunda rodada	4	2	1	$\times 2^3$
Terceira rodada	3	1	1	$\times 2^3$
Quarta rodada	2	1	1	$\times 2^3$
Quinta rodada	1	1	1	$\times 2^3$

Portanto, o número de candidatos factíveis será dado pela expressão:

$$(5\times3\times1\times8)\times(4\times2\times1\times8)\times(3\times1\times1\times8)\times(2\times1\times1\times8)\times(1\times1\times1\times8) =$$

$$= (5\times4\times3\times2\times1)\times(3\times2\times1\times1\times1)\times(1\times1\times1\times1\times1)\times(2^3\times2^3\times2^3\times2^3\times2^3) =$$

$$= 5!\times3!\times1!\times2^{5\times3} \cong 2{,}36\times10^7.$$

Repetindo a mesma seqüência de passos, agora para oito participantes, o esquema será o seguinte:

Primeira rodada	7	5	3	1	$\times2^4$
Segunda rodada	6	4	2	1	$\times2^4$
Terceira rodada	5	3	1	1	$\times2^4$
Quarta rodada	4	2	1	1	$\times2^4$
Quinta rodada	3	1	1	1	$\times2^4$
Sexta rodada	2	1	1	1	$\times2^4$
Sétima rodada	1	1	1	1	$\times2^4$

Portanto, o número de candidatos factíveis será dado pela expressão:

$$(7\times5\times3\times1\times16)\times(6\times4\times2\times1\times16)\times(5\times3\times1\times1\times16)\times(4\times2\times1\times1\times16)\times(3\times1\times1\times1\times16)\times$$

$$\times(2\times1\times1\times1\times16)\times(1\times1\times1\times1\times16) =$$

$$= (7\times6\times5\times4\times3\times2\times1)\times(5\times4\times3\times2\times1\times1\times1)\times(3\times2\times1\times1\times1\times1\times1)\times(1\times1\times1\times1\times1\times1\times1)\times$$

$$\times(2^4\times2^4\times2^4\times2^4\times2^4\times2^4\times2^4) =$$

$$= 7!\times5!\times3!\times1!\times2^{7\times4} \cong 9{,}7410\times10^{14}.$$

Por intermédio desses cálculos é possível deduzir a seguinte fórmula para n participantes:

$$(n-1)!\times(n-3)!\times(n-5)!\times\ldots\times(n-(n-1))!\times2^{(n-1)\times\frac{n}{2}},$$

representando o número de turnos completos possíveis para o caso de n participantes, lembrando que está sendo assumido que n é par.