

## ANEXO A

# GERADOR DE NÚMEROS ALEATÓRIOS COM DISTRIBUIÇÃO UNIFORME E REPETITIVIDADE

---

Conforme definido por L'ECUYER (1994), computadores digitais só podem gerar números pseudo-aleatórios, por se tratarem de máquinas totalmente determinísticas. No entanto, desde que um gerador de números pseudo-aleatórios seja aprovado em testes de aleatoriedade, sua aplicação vai levar a comportamentos equivalentes aos produzidos por geradores puramente aleatórios. Sendo assim, não se faz distinção neste trabalho entre aleatoriedade e pseudo-aleatoriedade.

Um gerador de números (pseudo-)aleatórios em computadores digitais tem um estado que evolui em um espaço  $S$ . Esse espaço é composto por um número finito de estados e a repetitividade é garantida a partir de uma recorrência na forma:  $s_n = f(s_{n-1})$ ,  $n \geq 1$ , sendo que  $s_0 \in S$  será denominado a semente e  $f : S \rightarrow S$  será a função determinística de transição. No enésimo passo, a função de saída do gerador será dada por  $u_n = g(s_n)$  com  $g : S \rightarrow [0,1]$  (essa saída poderia ser mais geral, entretanto está sendo assumido o intervalo  $[0,1]$ ). Observe que a seqüência de saída do gerador será um conjunto de valores representado por  $\{u_n, n \geq 0\}$ . Como o espaço  $S$  é finito, a seqüência  $\{u_n, n \geq 0\}$  deverá ser periódica (possivelmente após um transitório inicial). Em outras palavras, todas as vezes em que a semente  $s_0$  for a mesma, a seqüência aleatória gerada será repetida. Em situações em que é necessário aumentar a periodicidade do gerador, ou seja quando a quantidade de números aleatórios a serem gerados é muito grande, será desejável fazer com que esse período seja o mais próximo possível da cardinalidade do espaço  $S$ .

Geralmente, os modelos fornecidos pelos sistemas computacionais são os geradores lineares apresentando uma relação de recorrência  $I_{j+1} = (aI_j + c) \bmod m$ ,  $j = 1, 2, \dots$ , responsável pela geração de uma seqüência  $I_1, I_2, I_3, \dots$  de inteiros entre 0 e  $m-1$ , sendo  $m$  o módulo,  $a$  e  $c$  inteiros positivos denominados multiplicador e incremento. A recorrência vai

certamente produzir, para algum  $j = p \leq m, I_j = I_k (k < j)$ , ou seja, ela terá um período  $p \leq m$ . Se o período for  $p = m$ , todo inteiro entre 0 e  $m-1$  vai ocorrer em alguma das próximas  $m-1$  iterações, fazendo com que a escolha do valor inicial  $I_0$  da recorrência (semente da geração pseudo-aleatória) não influa de forma significativa no resultado estatístico associado a seqüências longas. Os geradores lineares têm a vantagem de serem rápidos, de simples implementação e repetitivos para uma mesma máquina.