

# Redes Neurais com Estados de Eco

## Processamento Dinâmico

IA353 - Redes Neurais

Prof. Levy Boccato



Faculdade de Engenharia Elétrica e Computação (FEEC)  
Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

1º semestre de 2017

Introdução

Redes Neurais com  
Estados de Eco

Aplicação:  
Equalização

Referências

## Introdução

Redes Recorrentes

## Redes Neurais com Estados de Eco

Arquitetura

Definições

Propriedade de Estados de Eco

Projeto do Reservatório de Dinâmicas

Projeto da Camada de Saída

Aplicação: Equalização

Referências

### ► Redes feedforward:

- A informação está distribuída nas coordenadas espaciais que compõem o vetor de entrada da rede.
- Para um certo padrão apresentado em sua entrada, a rede sempre fornece a mesma resposta de saída.
- Naturalmente adaptadas a problemas não-temporais (estáticos), como classificação de padrões e aproximação de funções [Haykin, 1998].
- Exemplos: MLPs, RBFs e ELMs.

- ▶ Existem, contudo, vários problemas nos quais os padrões apresentam uma clara natureza e/ou dependência temporal.
- ▶ Exemplos: predição de séries temporais e filtragem adaptativa (identificação e equalização).
- ▶ Uma maneira mais natural de lidar com o tempo consiste em conferir ao sistema de processamento propriedades dinâmicas que respondam às sequências temporais.
- ▶ Em outras palavras, o sistema passa a ter **memória**, sendo capaz de guardar informações úteis sobre os sinais para uso posterior.
- ▶ Neste contexto, as redes neurais recorrentes (em inglês, *recurrent neural networks* (RNNs)) se credenciam como candidatas naturalmente habilitadas para lidar com problemas de natureza dinâmica e temporal.

- ▶ Redes neurais recorrentes são estruturas de processamento capazes de representar uma grande variedade de comportamentos dinâmicos.
- ▶ A presença de laços de realimentação permite a criação de representações internas e dispositivos de memória capazes de processar e armazenar informações temporais e sinais sequenciais.
- ▶ Além disso, a existência de *feedback* pode conduzir a comportamentos complexos mesmo com um número reduzido de parâmetros.
- ▶ Agora, a rede pode gerar diversas respostas a um mesmo estímulo de entrada dependendo do estado atual.
- ▶ Da perspectiva de processamento de sinais, RNNs se assemelham a filtros com resposta ao impulso infinita [Nerrand et al., 1993].

# Redes neurais recorrentes

## Características gerais

- ▶ Por causa de seu caráter não-linear, o sistema autônomo (rede) pode apresentar diversos comportamentos dinâmicos:
  - 1 Convergência para um ponto de equilíbrio;
  - 2 Periodicidade ou ciclo limite;
  - 3 Quasi-periodicidade;
  - 4 Caos.
- ▶ Exemplo:

$$x(n+1) = \mu x(n) \quad (1)$$

- ▶ Linear: ou diverge (instável), ou converge para ponto de equilíbrio.

# Redes neurais recorrentes

## Características gerais

- ▶ Por causa de seu caráter não-linear, o sistema autônomo (rede) pode apresentar diversos comportamentos dinâmicos:
  - 1 Convergência para um ponto de equilíbrio;
  - 2 Periodicidade ou ciclo limite;
  - 3 Quasi-periodicidade;
  - 4 Caos.

- ▶ Exemplo:

$$x(n + 1) = \mu x(n)(1 - x(n)) \quad (2)$$

- ▶ Não-linear: exibe todos os comportamentos dinâmicos supracitados.

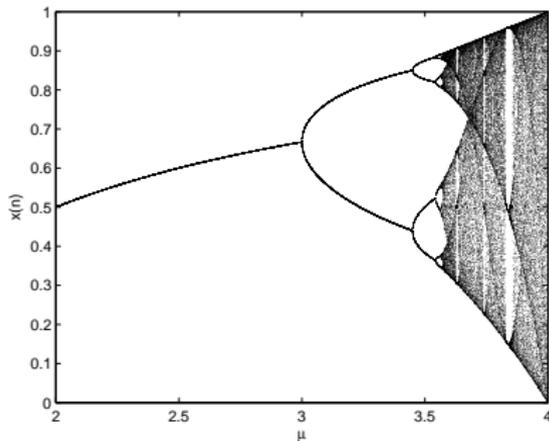


Figura: Diagrama de bifurcação para o mapa logístico.

- ▶ Considerando apenas a existência de recorrência externa, ou seja, realimentação da informação de saída da rede neural, resultam modelos do tipo:

$$\mathbf{y}(n) = \Psi\{\mathbf{u}(n), \mathbf{y}(n-1), \boldsymbol{\theta}(n)\}. \quad (3)$$

- ▶ Substituindo recursivamente  $\mathbf{y}(n-1)$ ,  $\mathbf{y}(n-2)$ ,  $\dots$ , percebemos a dependência que  $\mathbf{y}(n)$  implicitamente possui com respeito a todo o histórico do vetor de entrada e do vetor de parâmetros.

- ▶ Mecanismo de aprendizado supervisionado: método do gradiente é o mais conhecido.
- ▶ Dificuldades:
  - Convergência lenta.
  - Escolha arbitrária de parâmetros, como passo de adaptação.
  - Por causa dos laços de realimentação, pequenas mudanças nos parâmetros (feitas pelo algoritmo de treinamento) podem levar a dinâmica da rede de pontos fixos estáveis para instáveis, o que causa um súbito salto na medida de erro.  
⇒ Acentua o caráter não-linear da superfície de erro.
  - Decaimento do gradiente da função de erro à medida que este é propagado no tempo e na topologia da rede.

- ▶ Neste cenário, as redes neurais com estados de eco (em inglês, *echo state networks* (ESNs)), originalmente propostas por [Jaeger, 2001], representam uma solução robusta e promissora.
- ▶ Em termos simples, estas redes procuram unir o “melhor dos dois mundos”: por um lado, preservam a capacidade de processamento dinâmico inerente a uma estrutura recorrente; por outro lado, permitem que o processo de treinamento seja significativamente simplificado.
- ▶ Para chegar a um compromisso desse tipo, tais redes empregam duas camadas: uma camada densamente interconectada de elementos de processamento não-linear (EPNL), os quais engendram um rico repertório de comportamentos dinâmicos, e uma camada responsável por combinar as saídas desses EPNLs.

- Considere uma rede neural recorrente com  $K$  sinais de entrada,  $N$  unidades internas e  $L$  saídas.

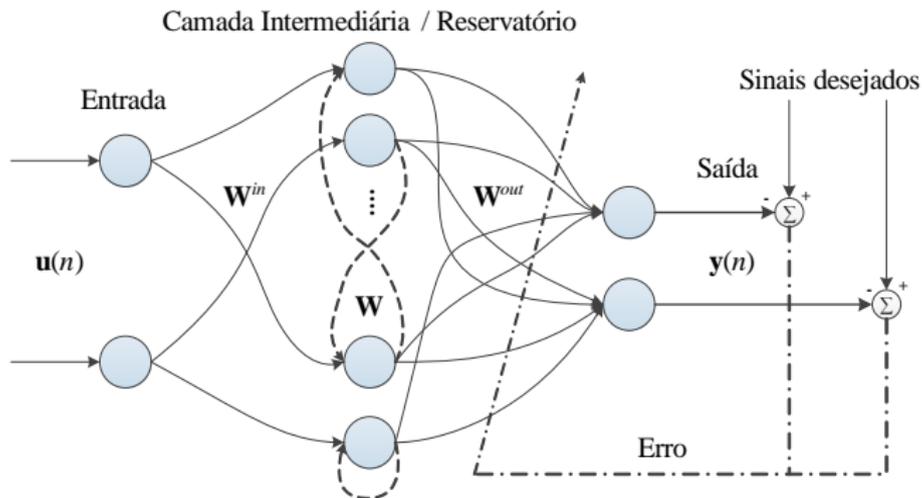


Figura: Estrutura genérica de uma rede neural com estados de eco.

- ▶ A camada interna, denominada reservatório de dinâmicas, é composta por unidades de processamento não-lineares totalmente interconectadas cujas ativações correspondem aos estados da rede e são atualizadas segundo a expressão:

$$\mathbf{x}(n+1) = \mathbf{f} \left( \mathbf{W}^{in} \mathbf{u}(n+1) + \mathbf{W} \mathbf{x}(n) \right). \quad (4)$$

- ▶ As saídas da rede são obtidas através de combinações lineares dos sinais gerados pelo reservatório:

$$\mathbf{y}(n+1) = \mathbf{W}^{out} \mathbf{x}(n+1). \quad (5)$$

### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

#### Arquitetura

#### Definições

#### Propriedade de Estados de Eco

#### Projeto do Reservatório de Dinâmicas

#### Projeto da Camada de Saída

#### Aplicação: Equalização

#### Referências

- ▶ **Propriedade de estados de eco (ESP):** os estados da rede tornam-se assintoticamente independentes da condição inicial, i.e., o efeito dos estados iniciais desaparece e as dinâmicas presentes no reservatório passam a ser governadas pelo histórico recente dos sinais de entrada (por isso o termo *eco*) [Jaeger, 2001].

$$\mathbf{x}(n) = E\{\dots, \mathbf{u}(n-1), \mathbf{u}(n)\}. \quad (6)$$

- ▶ **Condições:**

- Existência:  $\sigma_{max}(\mathbf{W}) < 1$ .
- Não-existência:  $\|\mathbf{W}\| > 1$ .

- ▶ **Recomendação (heurística):**  $\|\mathbf{W}\| < 1$ .

Como apontado por [Jaeger, 2001], esta condição praticamente garante a existência de estados de eco.

### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

Arquitetura  
Definições  
Propriedade de  
Estados de Eco  
Projeto do  
Reservatório de  
Dinâmicas  
Projeto da  
Camada de Saída

### Aplicação: Equalização

### Referências

- ▶ **Benefício:** uma vez que a emergência de uma memória dinâmica do histórico dos sinais de entrada é garantida pela ESP, é possível projetar o reservatório, i.e., definir os pesos das conexões recorrentes, de maneira antecipada e independente do treinamento da rede.
- ▶ **Estratégia de treinamento:**
  - 1 Construa uma matriz  $\mathbf{W}$  de pesos do reservatório que satisfaça a ESP;
  - 2 Defina de maneira arbitrária os pesos de entrada  $\mathbf{W}^{in}$ ;
  - 3 Resta, portanto, o ajuste dos pesos da camada de saída, o qual corresponde a um combinador linear.  
⇒ Dessa forma, é aplicável todo o ferramental visto em tópicos que trataram de filtros de Wiener e de regressão linear.
- ▶ Esta ideia forma a essência das ESNs [Lukosevicius & Jaeger, 2009].

### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

#### Arquitetura

#### Definições

#### Propriedade de Estados de Eco

#### Projeto do Reservatório de Dinâmicas

#### Projeto da Camada de Saída

### Aplicação: Equalização

### Referências

- ▶ **ESNs:** compromisso entre simplicidade e desempenho.
  - A metodologia de treinamento empregada no projeto de uma ESN não consegue extrair todo o potencial da estrutura de processamento subjacente, uma vez que as conexões recorrentes do reservatório não estão sujeitas a uma adaptação baseada em um sinal de erro.
  - Por outro lado, a estratégia de abrir mão do ajuste destas conexões evita as dificuldades inerentes aos algoritmos clássicos de treinamento de uma RNN, o que é uma característica bastante vantajosa.
  - No cerne deste *trade-off*, reside o projeto do reservatório de dinâmicas.

# Redes neurais com estados de eco

Projeto do reservatório de dinâmicas de uma ESN

## Introdução

Redes Neurais com Estados de Eco

Arquitetura

Definições

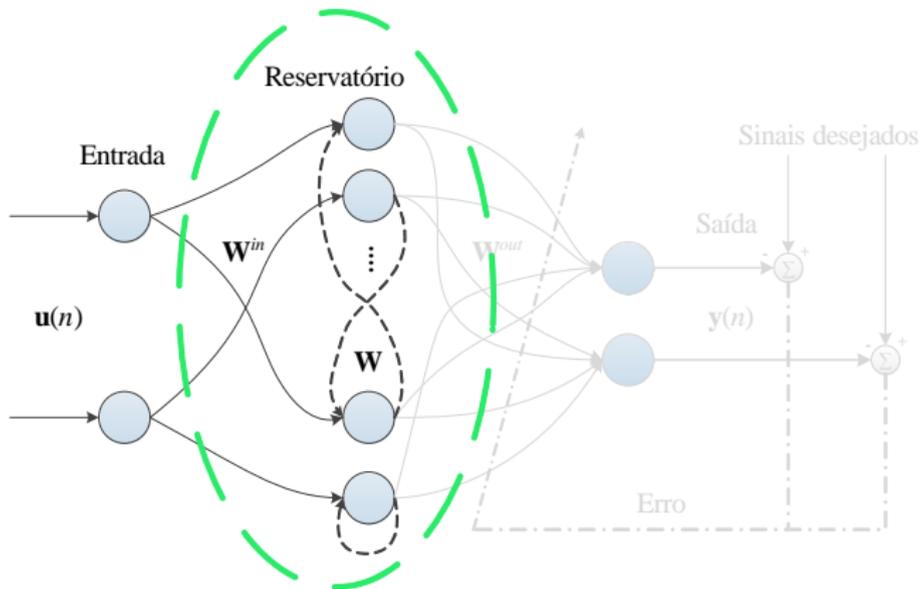
Propriedade de Estados de Eco

Projeto do Reservatório de Dinâmicas

Projeto da Camada de Saída

Aplicação: Equalização

Referências



### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

#### Arquitetura

#### Definições

#### Propriedade de Estados de Eco

#### Projeto do Reservatório de Dinâmicas

#### Projeto da Camada de Saída

### Aplicação: Equalização

### Referências

- ▶ Como escolher os pesos das conexões recorrentes?
- ▶ Diferentes estratégias já foram propostas na literatura, as quais podem ser divididas em três categorias [Lukosevicius & Jaeger, 2009]:
  - ➊ Métodos gerais, os quais não levam em consideração qualquer informação a respeito da tarefa que a rede deve realizar.
  - ➋ Pré-treinamento não-supervisionado do reservatório utilizando o sinal de entrada  $\mathbf{u}(n)$ , mas não o sinal desejado  $\mathbf{d}(n)$ .
  - ➌ Pré-treinamento supervisionado do reservatório, no qual tanto o sinal de entrada  $\mathbf{u}(n)$  quanto a saída desejada  $\mathbf{d}(n)$  (ou, mais especificamente, uma medida de erro) estão disponíveis.

### Introdução

#### Redes Neurais com Estados de Eco

#### Arquitetura

#### Definições

#### Propriedade de Estados de Eco

#### Projeto do Reservatório de Dinâmicas

#### Projeto da Camada de Saída

#### Aplicação: Equalização

#### Referências

- ▶ Uma maneira simples de preparar um reservatório relativamente rico, elaborada por [Jaeger, 2001], consiste em criar aleatoriamente uma matriz de pesos  $\mathbf{W}$  que apresente um certo grau de esparsidade.
- ▶ A intuição subjacente a esta proposta é que um padrão de conexões esparsas tende a favorecer o desacoplamento de grupos de neurônios do reservatório, o que, por sua vez, pode contribuir para o desenvolvimento de dinâmicas individuais, isto é, pouco correlacionadas.
- ▶ Exemplo:

$$w_{ij} = \begin{cases} 0,4 & \text{com probabilidade } 0,025 \\ -0,4 & \text{com probabilidade } 0,025 \\ 0 & \text{com probabilidade } 0,95 \end{cases} \quad (7)$$

### Introdução

Redes Neurais com  
Estados de Eco

Arquitetura

Definições

Propriedade de  
Estados de Eco

Projeto do  
Reservatório de  
Dinâmicas

Projeto da  
Camada de Saída

Aplicação:  
Equalização

Referências

- ▶ Recentemente, [Yildiz, Jaeger & Kiebel, 2012] demonstraram uma nova condição suficiente para a existência de estados de eco que explora a ideia de estabilidade matricial de Schur.
- ▶ Com base nesta definição da ESP, matrizes especiais que sabidamente atendem à condição de estabilidade oferecem novas possibilidades para o projeto do reservatório.
- ▶ Exemplo: qualquer matriz com elementos não-negativos e com raio espectral inferior à unidade garante a existência de estados de eco [Yildiz, Jaeger & Kiebel, 2012].

### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

#### Arquitetura

#### Definições

#### Propriedade de Estados de Eco

#### Projeto do Reservatório de Dinâmicas

#### Projeto da Camada de Saída

### Aplicação: Equalização

### Referências

- ▶ O uso destas abordagens envolve a seleção de valores adequados para os pesos do reservatório e para o raio espectral, o que usualmente depende de experiência prática e/ou soluções heurísticas.
- ▶ Além disso, o desempenho da rede pode variar significativamente quando diferentes reservatórios construídos com o mesmo raio espectral são empregados [Ozturk, Xu & Principe, 2007], o que em geral não é desejável.

### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

#### Arquitetura

#### Definições

#### Propriedade de Estados de Eco

#### Projeto do Reservatório de Dinâmicas

#### Projeto da Camada de Saída

### Aplicação: Equalização

### Referências

- ▶ **Métodos locais:** os parâmetros associados a um neurônio  $i$  são adaptados tendo como base nenhuma outra informação senão as ativações das unidades diretamente conectadas a ele.
- ▶ Nesta vertente, um mecanismo biológico de ajuste da excitabilidade dos neurônios conhecido como plasticidade intrínseca (em inglês, *intrinsic plasticity* (IP)) tem sido explorado no projeto da camada recorrente.

### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

#### Arquitetura

#### Definições

#### Propriedade de Estados de Eco

#### Projeto do Reservatório de Dinâmicas

#### Projeto da Camada de Saída

### Aplicação: Equalização

### Referências

- ▶ IP envolve a adaptação de parâmetros intrínsecos aos neurônios tendo como objetivo maximizar a informação a respeito do sinal de entrada que cada unidade consegue transmitir para sua saída, considerando um conjunto de restrições de energia e/ou faixa de excursão da amplitude do sinal na saída [Schrauwen et al., 2008, Lukosevicius & Jaeger, 2009].
- ▶ Exemplo: ajuste do ganho de entrada e da polarização.

$$f(u) = \tanh(au + b)$$

- ▶ A ideia é adaptar os parâmetros que caracterizam a maneira como cada neurônio responde (e.g.,  $a$  e  $b$ ) de modo a maximizar a informação mútua entre a entrada  $u$  e a saída  $x = f(u)$ .
- ▶ Isto equivale a maximizar a entropia na saída de cada neurônio [Bell & Sejnowski, 1995], o que evoca a noção de distribuições de máxima entropia (DMEs).
- ▶ Por esta razão, as regras de aprendizado baseadas em IP têm por objetivo aproximar na saída do neurônio uma certa distribuição de probabilidade desejada, e.g., minimizando a distância de Kullback-Leibler entre a distribuição observada e a DME desejada [Schrauwen et al., 2008].
- ▶ Há, ainda, outras propostas que trabalham com a ideia de auto-organização. Por exemplo, [Boccatto et al., 2014] propõe a criação de interações laterais entre os neurônios de acordo com o perfil da função chapéu mexicano, visando a formação de grupos de neurônios que se especializem em responder a diferentes classes de padrões de entrada.

### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

#### Arquitetura

#### Definições

#### Propriedade de Estados de Eco

#### Projeto do Reservatório de Dinâmicas

#### Projeto da Camada de Saída

### Aplicação: Equalização

### Referências

- ▶ Há, por fim, abordagens que tratam o projeto do reservatório da perspectiva de aprendizado supervisionado, recorrendo, por exemplo, a ferramentas de otimização evolutiva para ajustar as conexões recorrentes, como realizado por [Schmidhuber et al., 2007].
- ▶ Em certo sentido, porém, esta vertente parece caminhar na direção contrária ao espírito de simplicidade inerente às ESNs.

### Introdução

### Redes Neurais com Estados de Eco

- Arquitetura
- Definições
- Propriedade de  
Estados de Eco
- Projeto do  
Reservatório de  
Dinâmicas
- Projeto da  
Camada de Saída

### Aplicação: Equalização

### Referências

- ▶ A natureza da camada de saída (ou *readout*) também contribui de maneira decisiva para que as ESNs atinjam o *trade-off* desejado entre simplicidade e capacidade de processamento.
- ▶ A escolha por um combinador linear cujos coeficientes são ajustados visando minimizar o erro quadrático médio entre a saída da rede e um sinal de referência se mostra atraente pela disponibilidade de um vasto arcabouço teórico para seu treinamento.
- ▶ Contudo, há várias outras estruturas de processamento mais poderosas e/ou formas (critérios) de adaptação do *readout* que poderiam, a princípio, levar a uma aproximação mais precisa do sinal desejado.
- ▶ **Cuidado:** é fundamental preservar a simplicidade do processo de treinamento das ESNs.

# Redes neurais com estados de eco

Projeto da Camada de Saída de uma ESN

## Introdução

Redes Neurais com Estados de Eco

Arquitetura

Definições

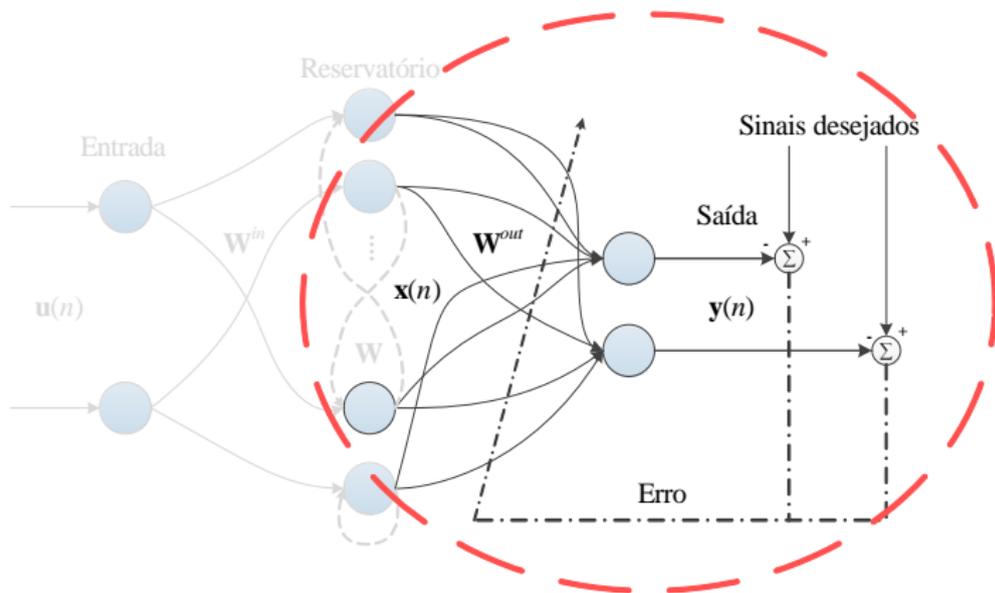
Propriedade de Estados de Eco

Projeto do Reservatório de Dinâmicas

Projeto da Camada de Saída

Aplicação: Equalização

Referências



## Projeto da camada de saída

### Estrutura não-linear: ELM

- ▶ A possibilidade de utilizar estruturas não-lineares na camada de saída de ESNs se mostra viável desde que o processo de adaptação da estrutura apresente uma dependência linear com respeito aos parâmetros livres.
- ▶ O modelo híbrido proposto por [Butcher et al., 2010] [Butcher et al., 2013] constrói o *readout* com base em *extreme learning machines*. Considerando uma única camada intermediária que recebe os sinais do reservatório, as saídas da rede são dadas por:

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{W}^{out} \tanh(\mathbf{W}^h \mathbf{x}(n)), \quad (8)$$

onde  $\mathbf{W}^h$  contém os pesos da camada intermediária da ELM.

- ▶ Como visto no curso, a simplicidade de treinamento é preservada uma vez que o treinamento da ELM também se resume a um problema de regressão linear [Huang et al., 2006].

## Introdução

## Redes Neurais com Estados de Eco

Arquitetura  
Definições  
Propriedade de Estados de Eco  
Projeto do Reservatório de Dinâmicas  
Projeto da Camada de SaídaAplicação:  
Equalização

## Referências

- ▶ Por sua vez, a arquitetura proposta por [Boccatto et al., 2011] [Boccatto et al., 2012] faz uso da estrutura de um filtro de Volterra em lugar do combinador linear na camada de leitura.
- ▶ Neste caso, as saídas da rede são obtidas através de combinações lineares de termos polinomiais [Mathews, 1991]:

$$\begin{aligned}
 y_l(n) = & h_0^{(l)} + \sum_{i=1}^N h_1^{(l)}(i)x_i(n) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N h_2^{(l)}(i,j)x_i(n)x_j(n) \\
 & + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N h_3^{(l)}(i,j,k)x_i(n)x_j(n)x_k(n) + \dots,
 \end{aligned} \tag{9}$$

onde  $h_z^{(l)}(k_1, \dots, k_z)$  são os coeficientes do filtro, com  $z = 1, \dots, M_o$  representando a ordem dos termos polinomiais.  $M_o$  assume um valor finito quando a expansão polinomial é truncada.

- **Tarefa:** projetar um filtro especial, denominado equalizador, o qual deve, idealmente, reverter a ação do canal, oferecendo uma versão sem distorções do sinal de informação original [Haykin, 1996].

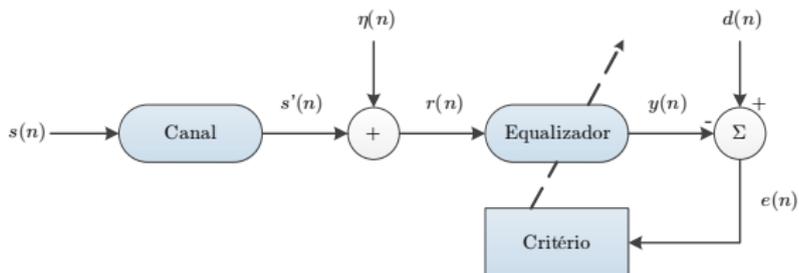


Figura: Diagrama de blocos do problema de equalização supervisionada.

# Equalização

## Canais de fase mínima

- ▶ No âmbito de comunicações digitais, o problema de equalização pode ser encarado como uma tarefa de classificação de padrões.
- ▶ Exemplo:  $H(z) = 1,6 + z^{-1}$ .

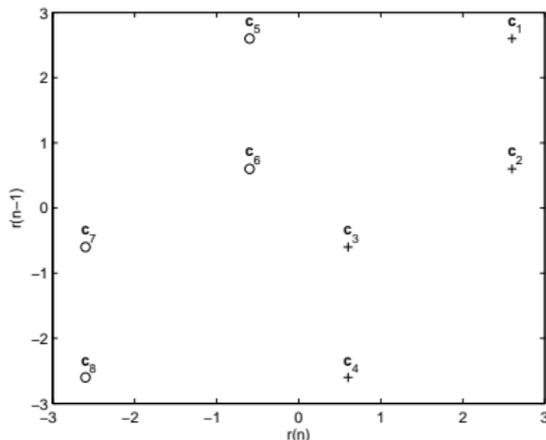


Figura: Estados de dimensão  $m = 2$  do canal  $H(z) = 1,6 + z^{-1}$ . Os estados associados a  $s(n) = +1$  e  $s(n) = -1$  correspondem aos símbolos  $+$  e  $o$ , respectivamente.

# Equalização

## Canais de fase mínima

- ▶ No âmbito de comunicações digitais, o problema de equalização pode ser encarado como uma tarefa de classificação de padrões.
- ▶ Exemplo:  $H(z) = 1,6 + z^{-1}$ .

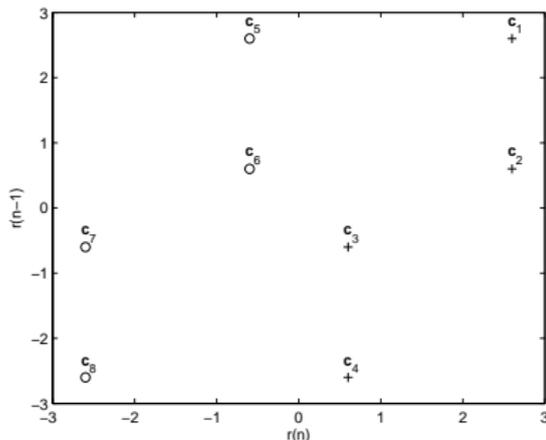


Figura: Estados de dimensão  $m = 2$  do canal  $H(z) = 1,6 + z^{-1}$ . Os estados associados a  $s(n) = +1$  e  $s(n) = -1$  correspondem aos símbolos  $+$  e  $\circ$ , respectivamente.

- ▶ Os estados do canal são linearmente separáveis.
- ▶ **Soluções:** filtro FIR [Haykin, 1996] e perceptron [Rosenblatt, 1958].

# Equalização

## Canais com estados coincidentes

Introdução

Redes Neurais com Estados de Eco

Aplicação: Equalização

Referências

- ▶ Estados associados a diferentes símbolos da fonte ocupam o mesmo ponto do espaço.
- ▶ Exemplo:  $H(z) = 1 + z^{-1}$ .

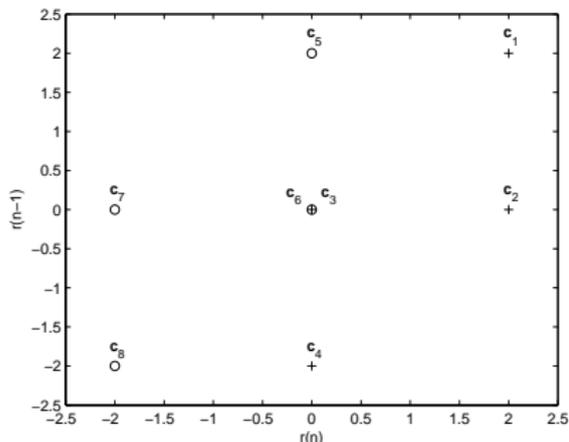


Figura: Estados de dimensão  $m = 2$  do canal  $H(z) = 1 + z^{-1}$ . Os estados associados a  $s(n) = +1$  e  $s(n) = -1$  correspondem aos símbolos + e o, respectivamente.

# Equalização

## Canais com estados coincidentes

Introdução

Redes Neurais com Estados de Eco

Aplicação: Equalização

Referências

- ▶ Neste caso, equalizadores *feedforward* - tanto lineares quanto não-lineares - não conseguem distinguir entre os estados coincidentes [Montalvão, Dorizzi & Mota, 1999].
- ▶ Logo, a presença de memória é decisiva para o sucesso na tarefa de equalização.

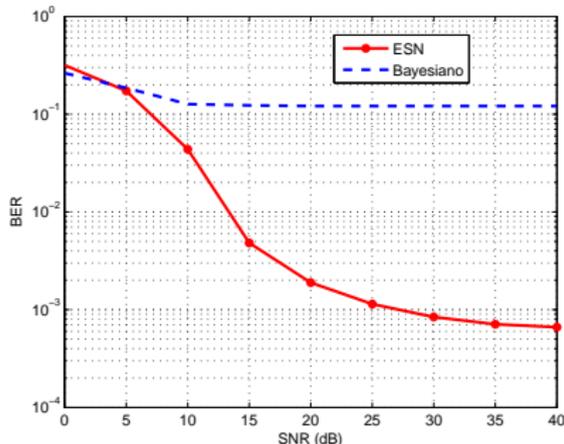


Figura: Curvas de BER em função da SNR para a ESN e para o equalizador Bayesiano considerando o canal  $H(z) = 1 + z^{-1}$ .

## Referências



A. J. Bell, e T. J. Sejnowski.

An information-maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural Computation*, vol. 7, pp. 1129–1159, 1995.



L. Boccato, A. Lopes, R. Attux, e F. J. Von Zuben.

An Echo State Network Architecture Based on Volterra Filtering and PCA with Application to the Channel Equalization Problem. *Proceedings of the Int. Joint Conf. on Neural Networks, IJCNN 2011*, pp. 580–587.



L. Boccato, A. Lopes, R. Attux, e F. J. Von Zuben.

An extended echo state network using Volterra filtering and principal component analysis. *Neural Networks*, vol. 32, pp. 292–302, 2012.



L. Boccato

Novas Propostas e Aplicações de Redes Neurais com Estados de Eco. *Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, 2013.*



L. Boccato, R. Attux, e F. J. Von Zuben.

Self-organization and Lateral Interaction in Echo State Network Reservoirs. *Neurocomputing*, vol. 138, pp. 297–309, 2014.



J. B. Butcher, D. Verstraeten, B. Schrauwen, C. R. Day e P. W. Haycock.

Extending reservoir computing with random static projections: a hybrid between extreme learning and RC. *Proceedings of 18th ESANN*, pp. 303–308, 2010.



J. B. Butcher, D. Verstraeten, B. Schrauwen, C. R. Day e P. W. Haycock.

Reservoir computing and extreme learning machines for non-linear time-series data analysis. *Neural Networks*, vol. 38, pp. 76–89, 2013.

## Referências



S. Haykin.  
Adaptive filter theory.  
Prentice Hall, 3<sup>a</sup> ed., 1996.



S. Haykin.  
Neural Networks: A comprehensive foundation.  
Prentice Hall, 2<sup>a</sup> ed., 1998.



G.-B. Huang, Q.-Y. Zhu, e C.-K. Siew.  
Extreme learning machine: Theory and applications.  
Neurocomputing, vol. 70, pp. 489–501, 2006.



H. Jaeger.  
The echo state approach to analyzing and training recurrent neural networks.  
Technical Report GMD Report 148, Bremen: German National Research Center for Information Technology, 2001.



M. Lukosevicius e H. Jaeger,  
Reservoir computing approaches to recurrent neural network training.  
Computer Science Review, vol. 3, pp. 127–149, 2009.



V. J. Mathews.  
Adaptive polynomial filters.  
IEEE Signal Processing Magazine, vol. 8, pp. 10–26, 1991.



J. Montalvão, B. Dorizzi, e J. C. M. Mota.  
Some theoretical limits of efficiency of linear and nonlinear equalizer.  
Journal of Communications and Information Systems, vol. 4, pp. 85–92, 1999.

Introdução

Redes Neurais com  
Estados de Eco

Aplicação:  
Equalização

Referências



O. Nerrand, P. Roussel-Ragot, L. Personnaz, G. Dreyfus.

Neural Networks and Nonlinear Adaptive Filtering: Unifying Concepts and New Algorithms.

Neural Computation, vol. 5, no. 2, pp. 165-199, 1993.



M. C. Ozturk, D. Xu, e J. C. Principe.

Analysis and Design of Echo State Networks.

Neural Computation, vol. 19, pp. 111-138, 2007.



F. Rosenblatt.

The Perceptron: a Probabilistic Model for Information Storage and Organization in the Brain.

Psychological Review, vol. 65, no. 6, pp. 386-408, 1958.



J. Schmidhuber, D. Wierstra, M. Gagliolo, e F. J. Gomez.

Training recurrent networks by Evolino.

Neural Computation, vol. 19, no. 3, pp. 757-779, 2007.



B. Schrauwen, M. Wardermann, D. Verstraeten, J. J. Steil, e D. Stroobandt.

Improving Reservoirs Using Intrinsic Plasticity.

Neurocomputing, vol. 71, pp. 1159-1171, 2008.



I. B. Yildiz, H. Jaeger, e S. J. Kiebel.

Re-visiting the Echo State Property.

Neural Networks, vol. 35, pp. 1-9, 2012.