

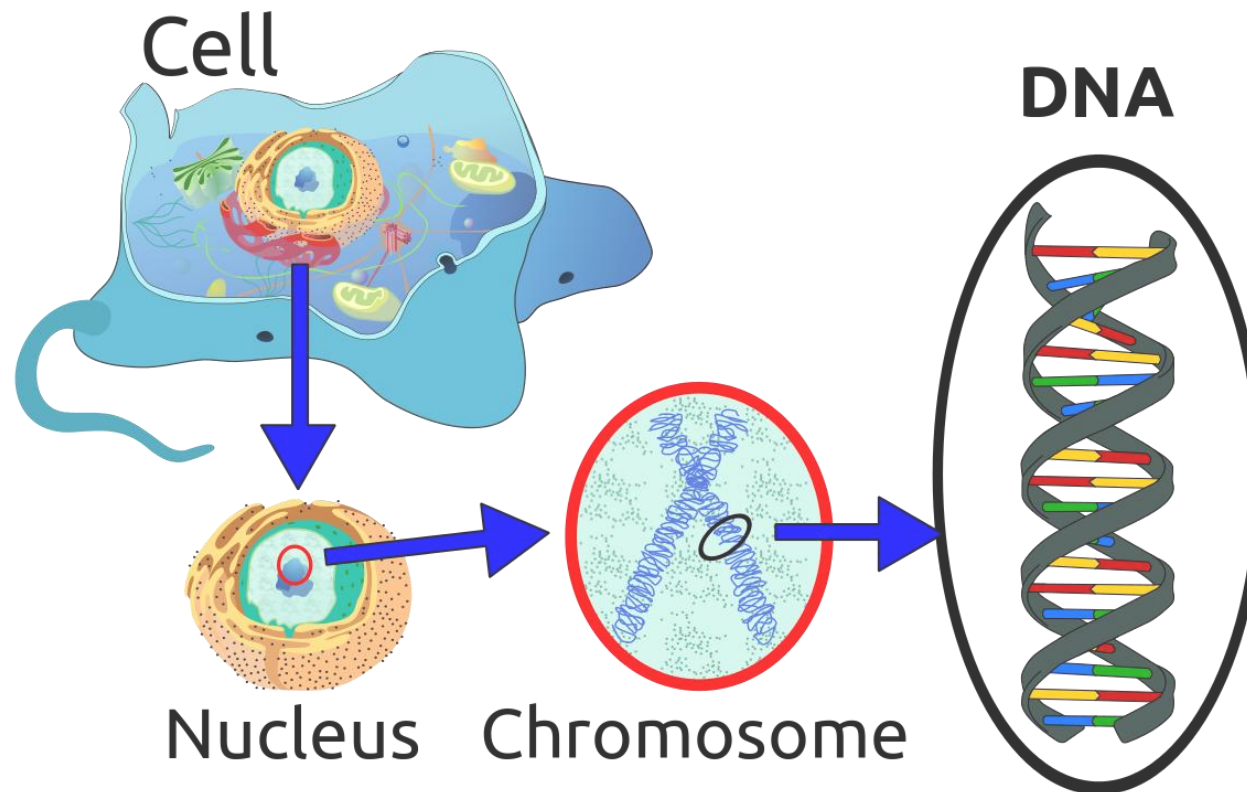
Computação Evolutiva¹

- O estudo dos processos evolutivos é de grande importância para a moderna biologia. Através do conceito de “evolução”, foi possível construir uma visão teórica sistemática sobre os mecanismos pelos quais a vida assumiu, a partir de organismos unicelulares, tamanhas variedades e complexidade.
- A simulação desses processos em computadores digitais se mostrou terreno fértil para a compreensão de diversos conceitos relacionados à genética, e trouxe perspectivas interessantes do ponto de vista da conexão entre evolução e otimização.

¹ O material se baseia nas notas de aula do curso IA013 (Introdução à Computação Natural), de autoria do Prof. Von Zuben e colaboradores.

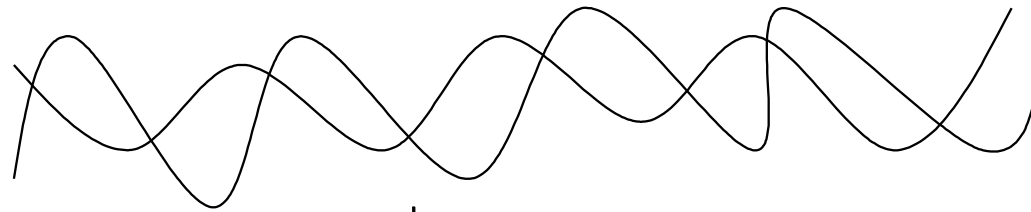
- Apresentaremos a seguir algumas reflexões sobre essa temática, a qual se vincula à área de **computação evolutiva**.

1. Aspectos Biológicos



By Eukaryote_DNA.svg: *Difference_DNA_RNA-EN.svg: *Difference_DNA_RNA-DE.svg:Wikipedia

DNA



transcrição



RNA

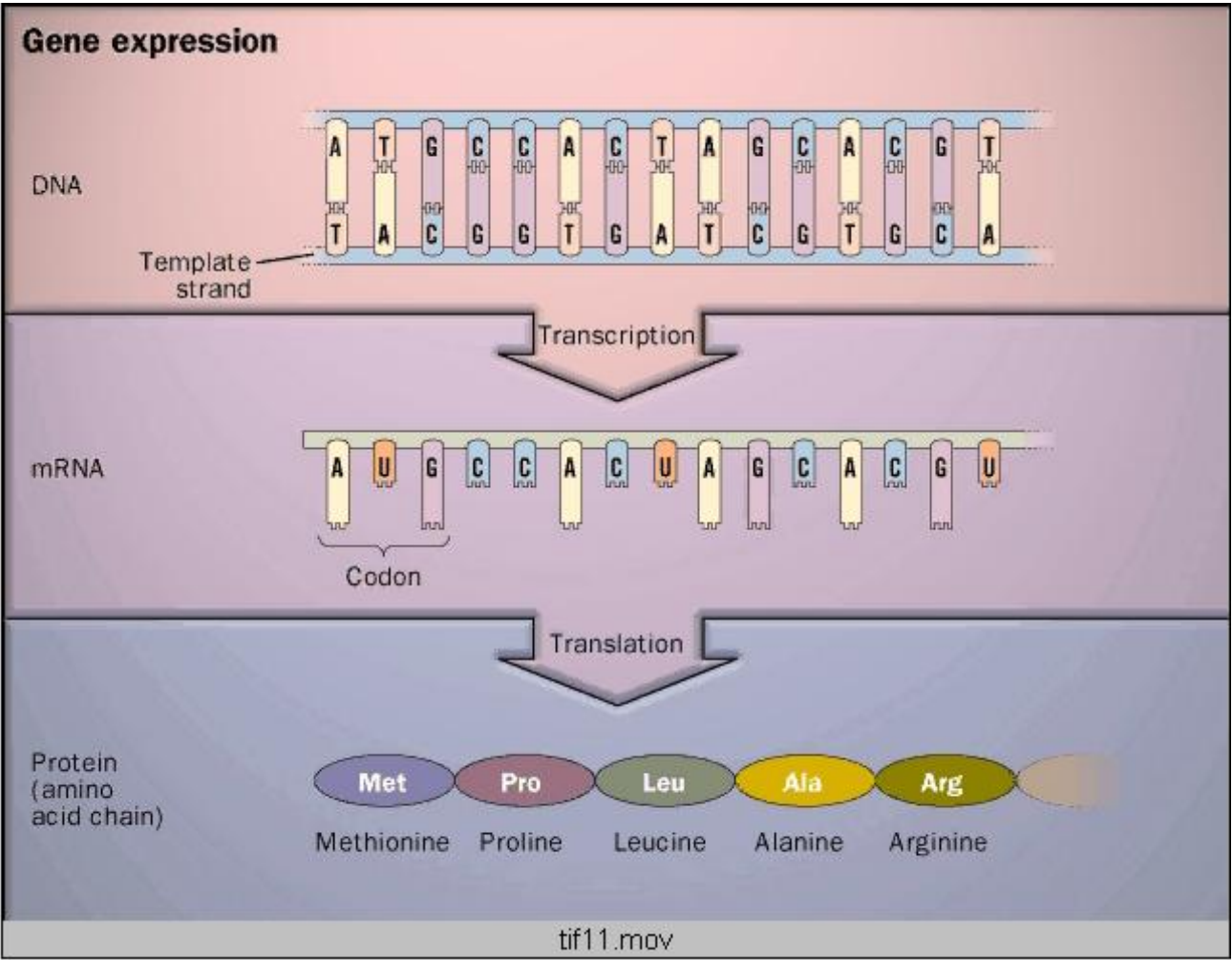


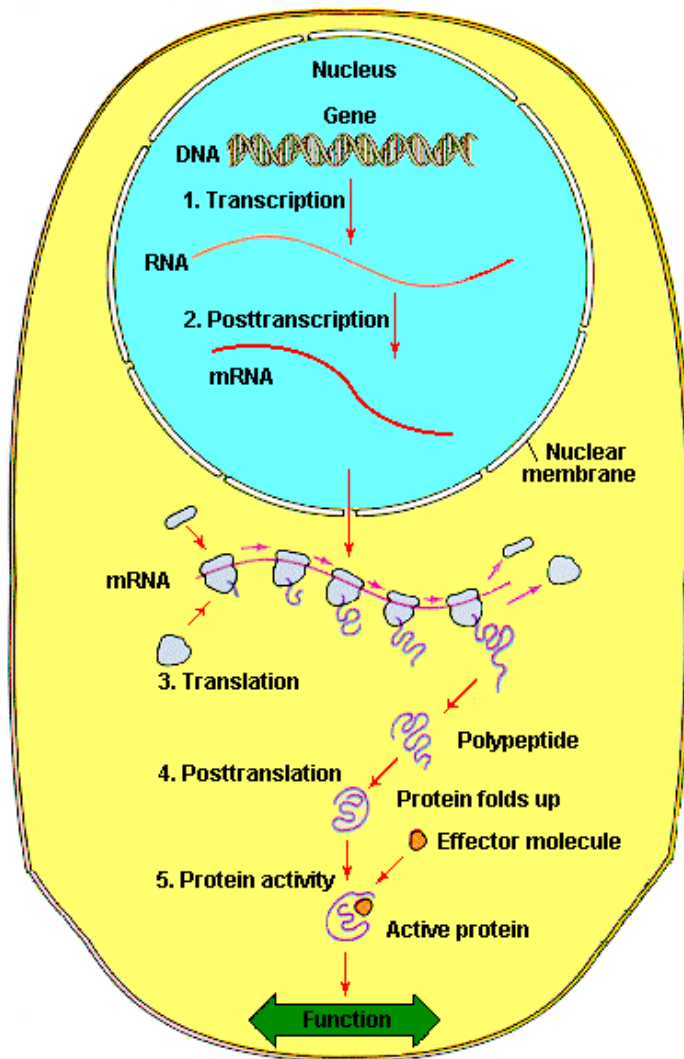
tradução



Proteína







Procarioto:
RNA – proteína

Eucarioto:
**pre-mRNA – mRNA maduro –
 proteína**

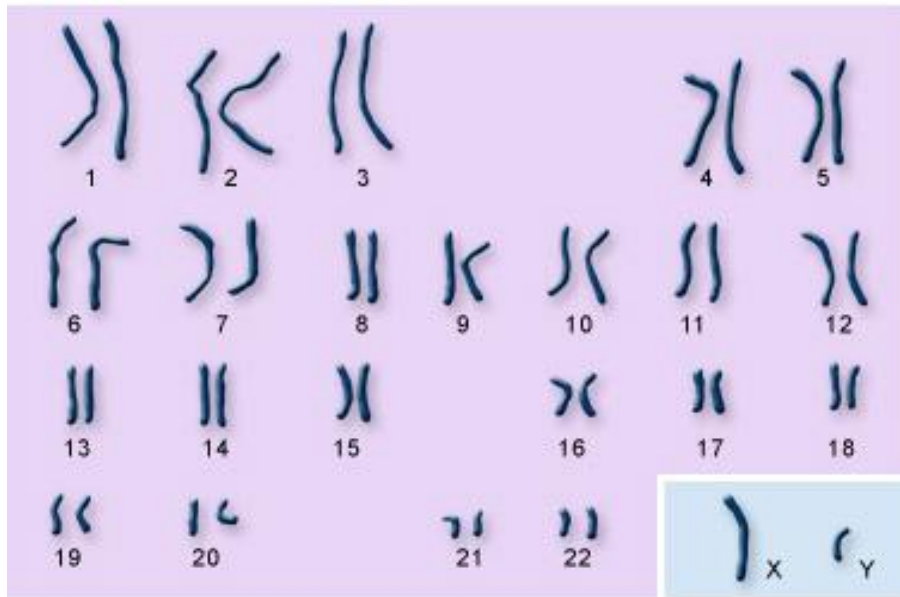
2. Alguns Números

- Procariotos (10^6 a 10^7 pares de bases) × Eucariotos (10^7 a 10^{10} pares de bases).
- O sequenciamento do genoma humano foi concluído em abril de 2003 e chegou-se a mais de 3 bilhões de pares de bases. Estima-se que existam entre 20 e 27 mil genes.
- O genoma da levedura *Saccharomyces cerevisiae* possui 12,4 milhões de pares de bases, ou seja, 0,4% do tamanho do genoma humano, e aproximadamente 6,3 mil genes. O genoma da mosca da fruta *Drosophila melanogaster* possui aproximadamente 165 milhões de bases e 13,6 mil genes.
- Na levedura, as proteínas têm, em média, 466 aminoácidos.
- A maior proteína tem 27.000 aminoácidos e é responsável pela elasticidade passiva dos músculos em seres humanos.

- Apenas entre 1 e 1,5% do genoma humano codifica proteína (éxons). O restante corresponde a, por exemplo, sequências regulatórias, introns (25%) e DNA não-codificante.

How many genes do other organisms have?

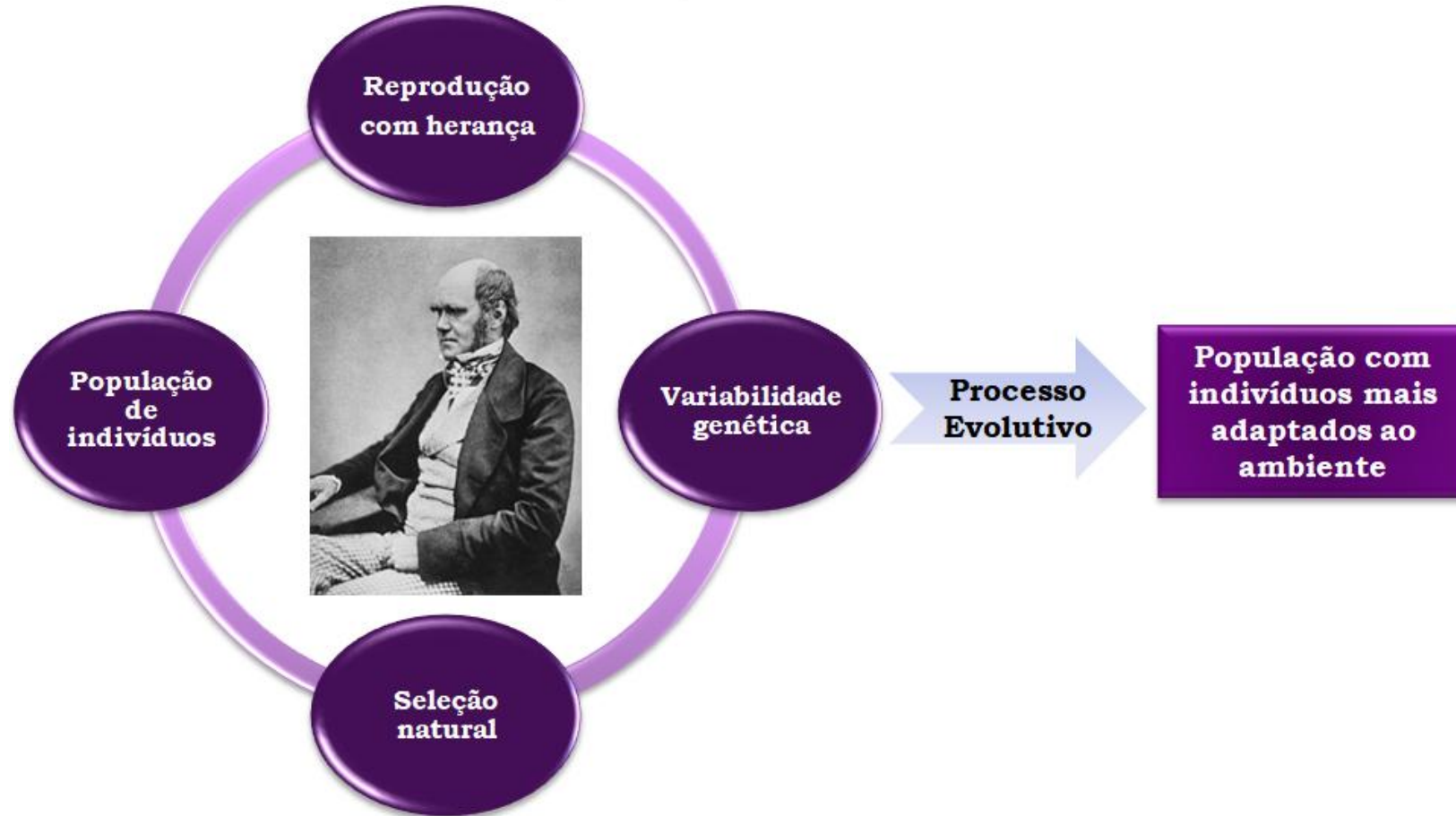
	chromosomes –diploid	base pairs	genome size (#genes)
fruit fly	8	1.65×10^8	13,600
Budding yeast	16	12,462,637	6,275
human	46	3.3×10^9	~21,000
human mitochondria		16,569	13
rice	24	4.66×10^8	46,022 -55,615
dog	78	2.4×10^9	~25,000
mouse	40	3.4×10^9	~23,000



23 pares de cromossomos humanos

3. Fundamentos de Computação Evolutiva

Charles Darwin (1859)



- A **computação evolutiva** define uma área de pesquisa em inteligência computacional caracterizada pelo estudo e desenvolvimento de meta-heurísticas populacionais baseadas no princípio da seleção natural de Darwin.
- **Definição de algoritmos evolutivos:** são procedimentos computacionais para a solução de problemas ou para a modelagem de processos evolutivos, resultantes da aplicação de técnicas heurísticas baseadas na seguinte sequência básica comum: realização de reprodução, imposição de variações aleatórias, promoção de competição e execução de seleção de indivíduos de uma dada população.
- Logo, a evolução é caracterizada basicamente por um processo constituído de três passos (operadores):
 1. Reprodução com herança genética;
 2. Introdução de variação aleatória em uma população de indivíduos;
 3. Aplicação da “seleção natural” para a produção da próxima geração.

- A introdução de variações aleatórias cria diversidade na população, a qual é transmitida por herança. Por sua vez, a seleção tende a eliminar indivíduos menos aptos, quando comparados aos demais indivíduos da população.
- Em suma, quatro operações são fundamentais junto à população de indivíduos: reprodução; variação (mutação); atribuição de um valor ou grau de adaptação relativa (denominado *fitness*); e escolha de indivíduos que irão compor a próxima geração.
- A disponibilidade de uma quantidade significativa de recursos computacionais é um requisito para viabilizar a implementação computacional de algoritmos evolutivos.
- A seleção natural em si não tem um propósito definido, mas em computador é possível impor um propósito matematicamente definido, por exemplo, para implementar meta-heurísticas de otimização.

- Neste sentido, os algoritmos evolutivos caracterizam-se como meta-heurísticas que compreendem metodologias de busca em espaços de soluções candidatas, capazes de gerenciar operadores computacionais de busca local e de busca global.
- Como praticamente todas as meta-heurísticas, os algoritmos evolutivos geralmente **NÃO** apresentam as seguintes propriedades:
 - ✓ Garantia de obtenção da solução ótima;
 - ✓ Garantia de convergência;
 - ✓ Garantia de custo máximo para se chegar a uma solução.
- **Estratégia:** abrir mão da garantia de obtenção da solução desejada em prol da factibilidade. Afinal, uma “boa” solução, não necessariamente a ótima, obtida em tempo razoável é melhor que nenhuma solução ou uma solução tomada aleatoriamente do espaço de busca.

4. Formalização Matemática

- Representação genotípica: codificação das soluções candidatas (um subconjunto delas irá compor a população a cada geração). Podem existir vários tipos de representação para o mesmo problema, mas qualquer uma delas deve ser capaz de representar todas as soluções candidatas, mesmo que nem sempre de forma única.
- Representação fenotípica: corresponde à interpretação do código (genótipo).
- Espaço de busca: tem como elementos todos os possíveis candidatos à solução do problema e é definido a partir da representação genotípica. Dependendo da existência ou não de restrições, pode conter regiões factíveis e infactíveis.
- Função de adaptação ou *fitness*: atribui a cada elemento do espaço de busca um valor de adaptação, que será usado como medida relativa de desempenho. Representa a pressão do ambiente sobre o fenótipo dos indivíduos.

- Operadores de inicialização: produzem a primeira geração de indivíduos (população inicial), tomando elementos do espaço de busca (em geral, de maneira aleatória).
- Operadores genéticos: implementam os mecanismos de introdução de variabilidade aleatória no genótipo da população, bem como de reprodução com herança.
- Operadores de seleção: implementam o mecanismo de “seleção natural”.
- Índice de diversidade: geralmente representa a distância média entre os indivíduos da população corrente. Pode ser medido no genótipo, no fenótipo ou levando-se em conta apenas o *fitness* (medida aproximada).
- A codificação genética (representação genotípica) e a definição da função de adaptação ou *fitness* são as etapas mais críticas, embora o desempenho efetivo do

processo evolutivo dependa das decisões tomadas em todas as etapas de definição do algoritmo.

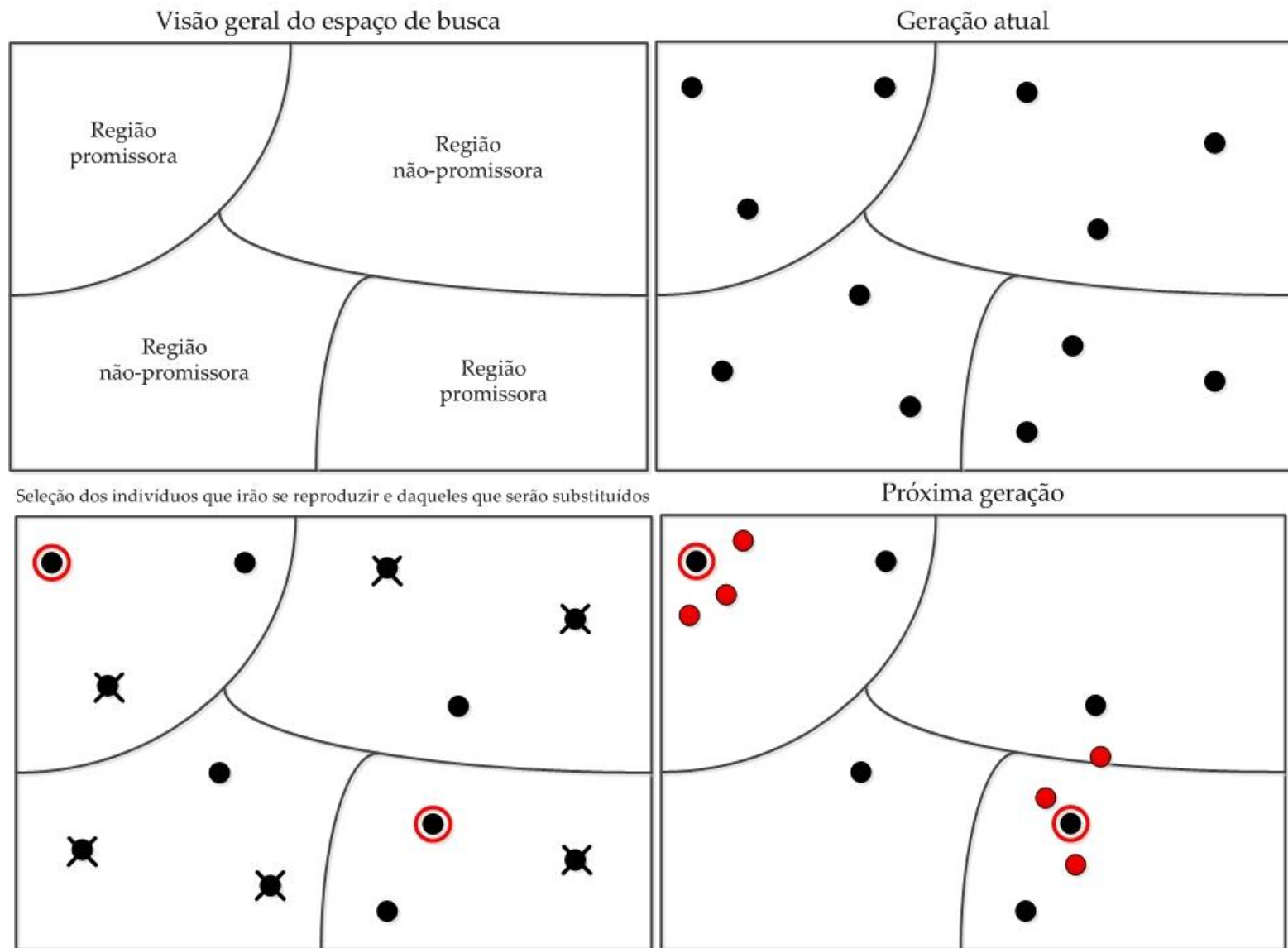
- É necessário atribuir valores aos parâmetros envolvidos: tamanho da população; probabilidade de aplicação dos operadores genéticos; argumentos dos operadores de seleção; e argumentos do critério de parada.

Termos Biológicos	Termos Computacionais
Cromossomo	Indivíduo
Gene	Caractere ou atributo
Alelo	Valor do atributo
Lócus	Posição do atributo
Genótipo	Vetor de atributos que representa o indivíduo
Fenótipo	Interpretação do vetor de atributos

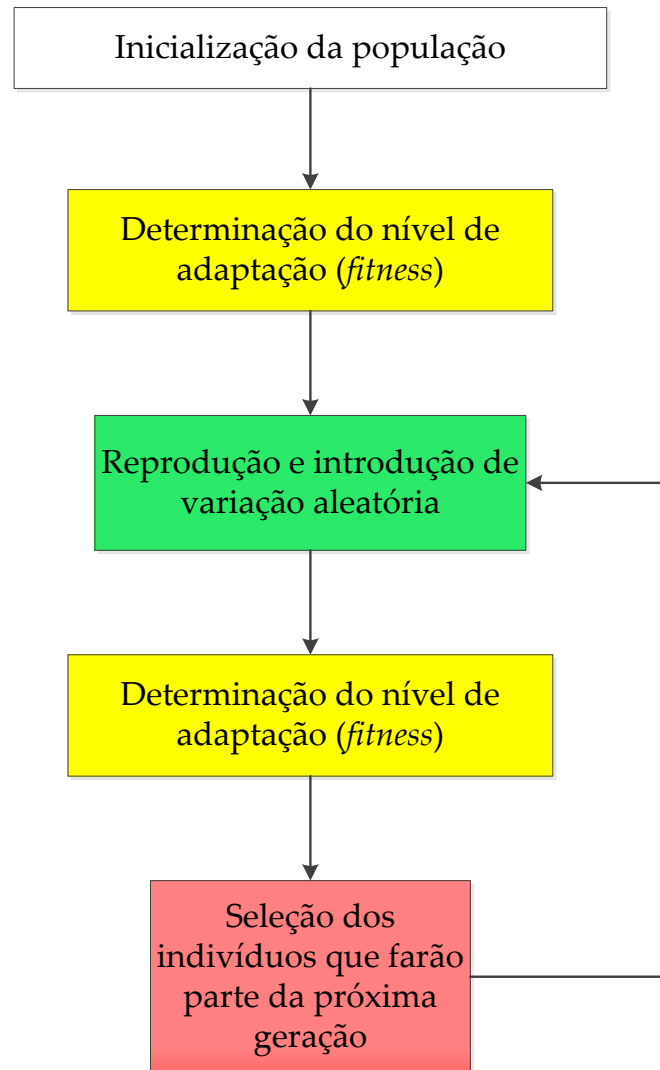
- Genótipo: representa o conjunto específico de genes do genoma. Neste caso, indivíduos com o mesmo genoma são ditos terem o mesmo genótipo.

- Fenótipo: é a manifestação do genótipo no comportamento, fisiologia e morfologia do indivíduo, como um produto de sua interação com o ambiente.
- A seleção natural opera somente na expressão fenotípica do genótipo.
- Dentro desta perspectiva, a evolução pode ser vista como um processo de busca que, atuando nos fenótipos, acaba por guiar os indivíduos da população na direção de um ótimo da superfície de adaptação (*fitness*), dadas as condições iniciais e as restrições do ambiente.

5. Visão Pictórica da Força Evolutiva



6. Fluxograma de um Algoritmo Evolutivo



7. Pseudocódigo de um Algoritmo Evolutivo

```
procedimento [P] = algoritmo_evolutivo(N, pc, pm)
P'' ← inicializa(N)
fit ← avalia(P'')
t ← 1
enquanto condição_de_parada não for satisfeita faça,
P ← seleciona(P'', fit)
P' ← reproduz(P, fit, pc)
    P'' ← varia(P', pm)
    fit ← avalia(P'')
    t ← t + 1
fim enquanto
fim procedimento
```

8. As Várias Faces dos Algoritmos Evolutivos

- Anos 50 e 60: cientistas da computação já estudavam sistemas evolutivos com a ideia de que o mecanismo de evolução poderia ser utilizado como uma ferramenta de otimização para problemas de engenharia.
- FRASER (1959) – “*Simulation of Genetic Systems by Automatic Digital Computers*” – Australian Journal of Biological Science, 10:484-499.
- FRIEDBERG (1958) – “*A Learning Machine: part I*” – IBM Journal, pp. 2-13, Jan.
- ANDERSON (1953) – “*Recent Advances in Finding Best Operating Conditions*” – Journal of American Statistic Association, 48, pp. 789-798.
- BREMERMAN (1962) – “*Optimization Through Evolution and Recombination*” – in M.C. Yovits, G.T. Jacobi and D.G. Goldstein, editors – *Self-organizing Systems*, Spartan, Washington, D.C., pp. 93-106.

- RECHENBERG (1973) introduziu, nos anos 60, as **estratégias evolutivas**, as quais foram utilizadas para otimizar parâmetros de valor real em sistemas dinâmicos. As estratégias evolutivas foram aperfeiçoadas por SCHWEFEL (1975; 1977).
- FOGEL, OWENS e WALSH (1966) desenvolveram a **programação evolutiva**, método em que os candidatos à solução de um dado problema são representados por máquinas de estados finitos, as quais evoluem pela mutação aleatória de seus diagramas de transição de estados, seguida pela seleção da mais bem adaptada. Uma formulação mais ampla da programação evolutiva pode ser encontrada em FOGEL (1999).
- Os **algoritmos genéticos** foram propostos por Holland nos anos 60, tendo sido desenvolvidos até meados dos anos 70 por seu grupo de pesquisa na Universidade de Michigan. Em contraste com as estratégias evolutivas e a programação evolutiva, o objetivo original de Holland não foi o de desenvolver

algoritmos para a solução de problemas específicos, mas sim estudar formalmente os fenômenos de adaptação, naturais ou artificiais, com o propósito de importar estes mecanismos de adaptação para ambientes computacionais.

HOLLAND (1975/1992) apresentou os algoritmos genéticos como uma abstração da evolução biológica, tendo como inovações significativas a utilização conjunta de operadores de recombinação e inversão (além de operadores de mutação) e de um número elevado de indivíduos em cada geração.

- HOLLAND (1975/1992) também apresentou os **sistemas classificadores**, especificamente implementados para operarem em ambientes não-estacionários, como exigido no caso de agentes autônomos.
- Já no início dos anos 90, KOZA (1992) estendeu as técnicas de algoritmo genético para o espaço de programas computacionais, resultando na **programação genética**.

- Em programação genética, os indivíduos que constituem a população sujeita ao processo evolutivo, em vez de apresentarem cadeias cromossômicas de comprimento fixo, são programas que devem ser executados. A programação genética representa uma iniciativa de se desenvolver métodos para a geração automática de programas computacionais genéricos.

9. Pseudocódigo de uma Estratégia Evolutiva

- Voltada para a busca em espaços contínuos:

Procedimento $[P] = \text{estrategia_evolutiva}(\mu, \lambda)$

inicialize μ indivíduos do tipo: $\mathbf{v}_i = (\mathbf{x}_i, \sigma_i, \theta_i)$, $i = 1, \dots, \mu$
avale os indivíduos

$t \leftarrow 1$

Enquanto condição_de_parada não for satisfeita **faça**,

 gere λ indivíduos (clonagem + mutação) a partir dos μ indivíduos
 avale os indivíduos gerados

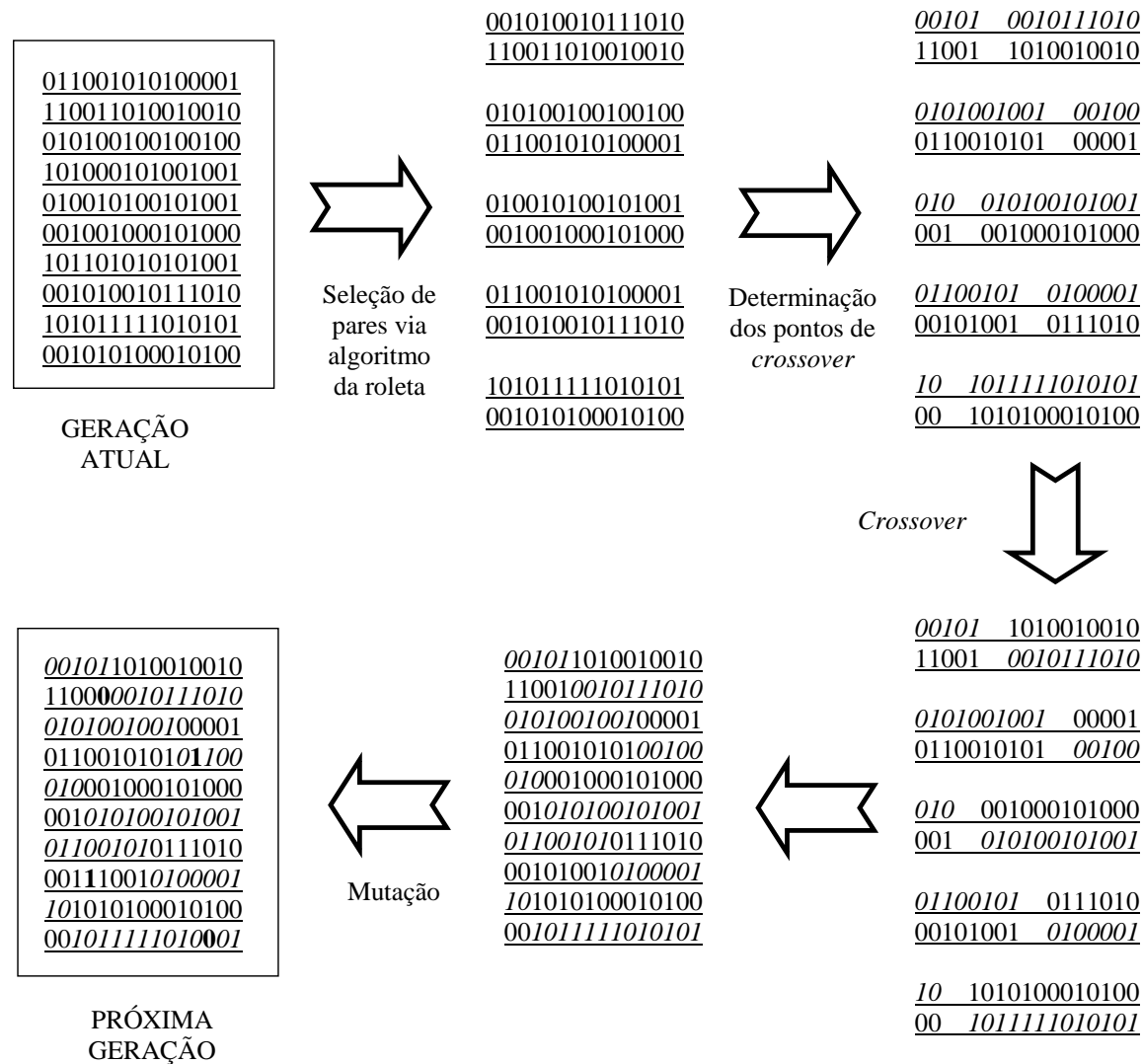
 selecione os μ melhores indivíduos de λ ou $\mu + \lambda$

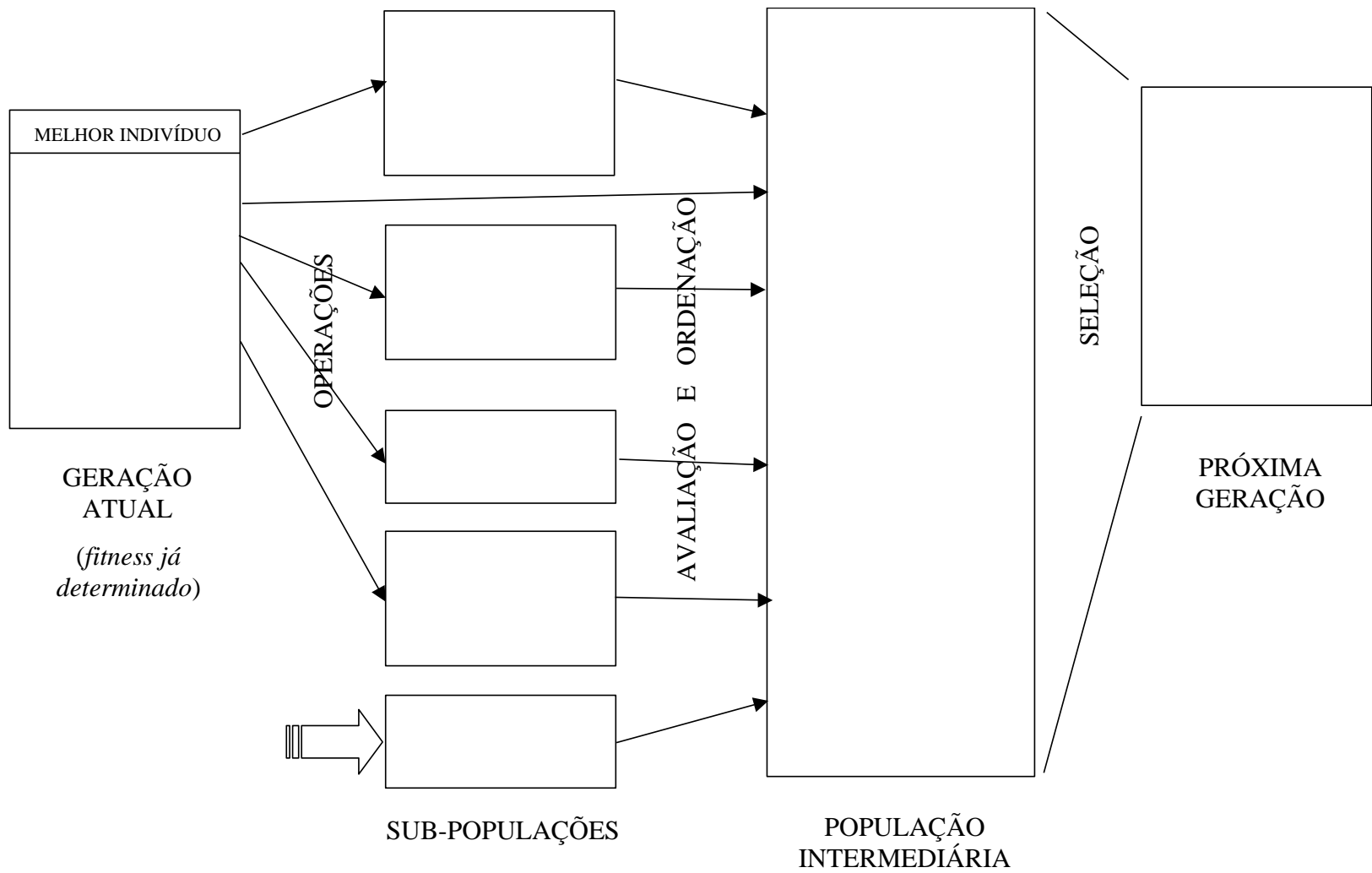
Fim Enquanto

Fim Procedimento

- Sugere-se o emprego da seguinte relação: $1 \leq \mu \leq \lambda$.
- Repare que cada indivíduo contém instruções sobre como aplicar a mutação aos seus descendentes e estes devem herdar estas instruções, com alguma variabilidade. A mutação emprega uma distribuição normal multivariada.

10. Um Fluxograma de um Algoritmo Genético





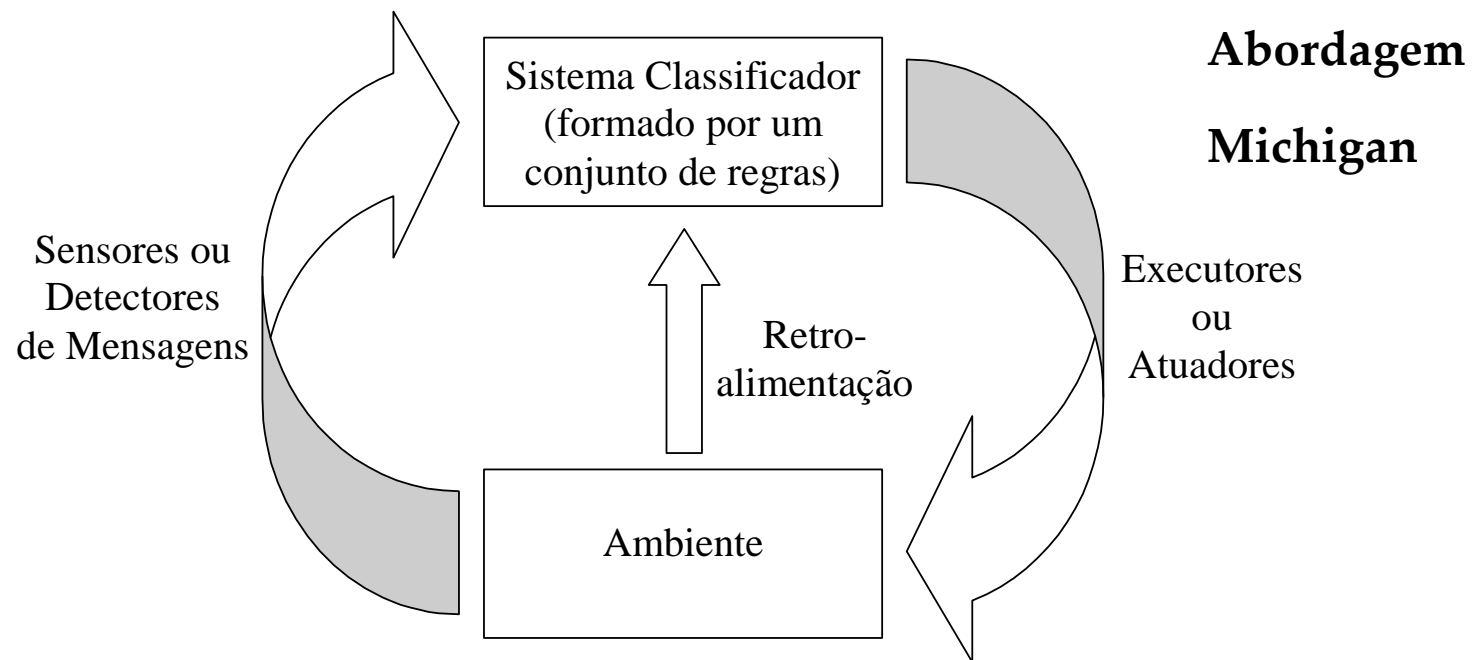
Uma proposta de extensão de um algoritmo genético.

11. Sistemas Classificadores

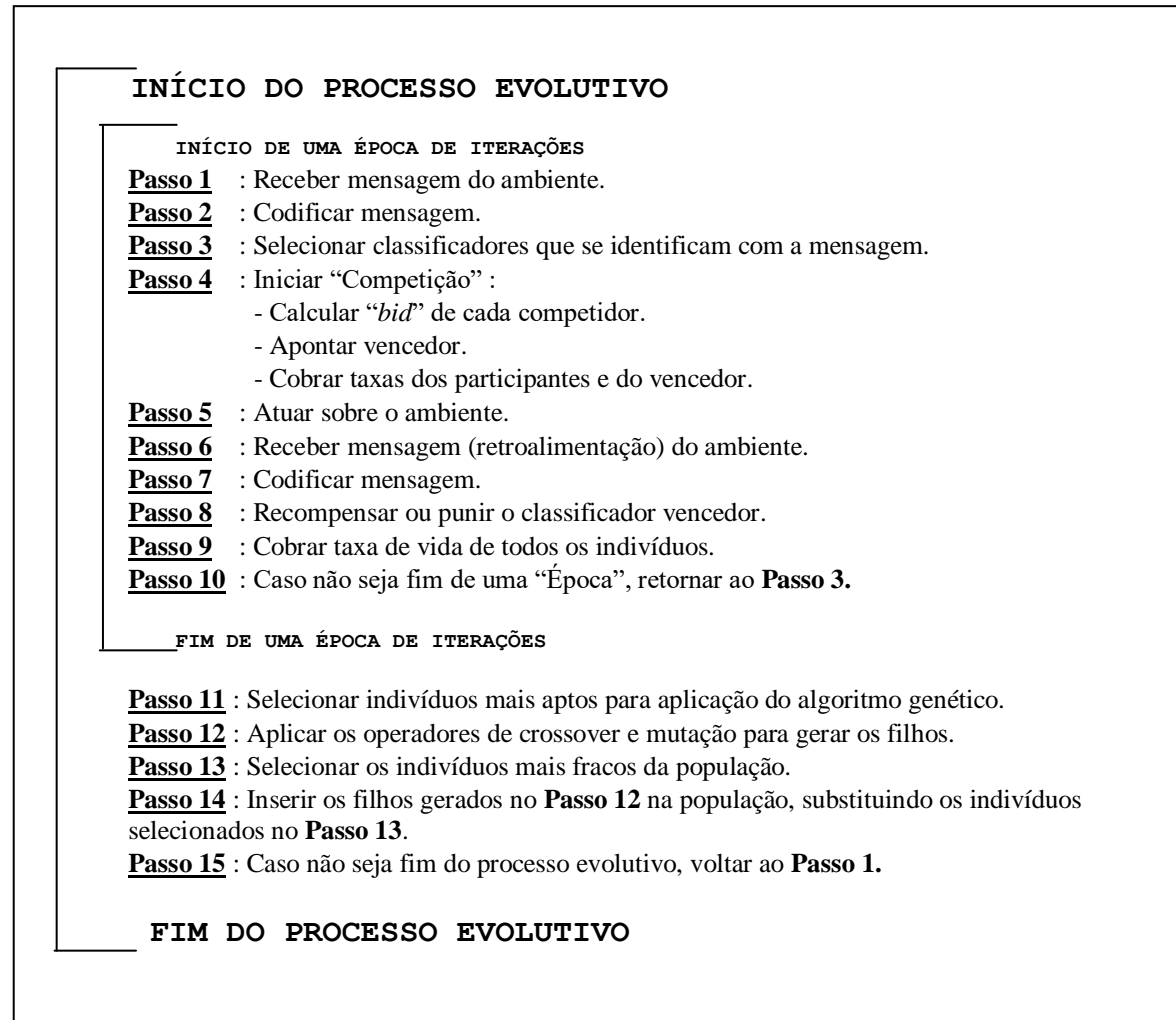
- Sistemas Classificadores representam metodologias para criação e atualização evolutiva de regras (denominadas classificadores) em um sistema de tomada de decisão (BOOKER *et al.*, 1989).
- Dadas as características de um ambiente em um determinado instante de tempo e levando-se em conta a “energia” de cada classificador, alguns classificadores podem ser ativados. Eles codificam **alternativas de ações específicas**, as quais são submetidas a uma competição para selecionar aquela que será executada.
- Dependendo do efeito de cada ação (ou sequência de ações) com respeito ao atendimento dos objetivos (os quais podem estar implícitos), os classificadores responsáveis pelas ações serão recompensados ou punidos (ganhando ou perdendo “energia”).
- Periodicamente, o elenco de classificadores é submetido a um processo evolutivo, que toma basicamente como medida de *fitness* a “energia” dos classificadores.
- As aplicações de Sistemas Classificadores se estendem desde a síntese de controladores autônomos para robôs, passando por mineração de dados e otimização de formas

geométricas de instrumentos industriais.

- A interação com o ambiente ocorre através da **troca de mensagens**. As mensagens provenientes do ambiente procuram retratar o seu estado atual. Já as mensagens advindas do **sistema classificador** retratam ações a serem executadas.



1.1 Algoritmo simplificado de geração de um sistema classificador



12. Evolução Diferencial

- 1995: primeira publicação sobre *differential evolution* (DE).
- 1996: DE participa da Primeira Competição Internacional em Computação Evolutiva, realizada em Nagoya, durante o IEEE Congress on Evolutionary Computation, e conquista o terceiro lugar geral.
- 1997: Storn, R. e Price, K., *Differential Evolution - a Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces*, Journal of Global Optimization.
- 1999: seção dedicada a DE no livro *New Ideas in Optimization*.
- 2005: primeiro livro dedicado a DE, intitulado *Differential Evolution: A Practical Approach to Global Optimization*.
- 2006: sessão especial sobre DE no WCCI-CEC'06.
- 2008: *Advances in Differential Evolution*.
- 2009: tópico dedicado a DE na *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*.

- Este algoritmo de otimização utiliza N_P vetores de parâmetros D dimensionais $\mathbf{x}_{i,G}$, $i = 1, \dots, N_P$, como população em cada geração G .
- O conjunto inicial de vetores é gerado aleatoriamente e deve cobrir todo o espaço de busca. Na ausência de qualquer conhecimento acerca do espaço de busca (regiões promissoras ou mesmo soluções parciais), utiliza-se uma distribuição uniforme para a população inicial.
- O algoritmo DE gera novos vetores de parâmetros através da adição da diferença ponderada entre dois vetores de parâmetros a um terceiro indivíduo. Considere esta operação como uma mutação.
- Os vetores de parâmetros mutados são então combinados com outros vetores pré-determinados, denominados *target vectors*, a fim de gerar os *trial vectors*. Esta combinação de parâmetros é referida como *crossover* em DE. Cada vetor presente na atual população é utilizado uma vez como *target vector*.

- Caso o *trial vector* forneça um valor de *fitness* maior (maximização) que aquele associado ao respectivo *target vector*, este último dará lugar ao primeiro na próxima geração. Esta operação corresponde à seleção.

1.2 Mutação

- Para cada *target vector* $\mathbf{x}_{i,G}$, um novo vetor é gerado por meio da seguinte relação:

$$\mathbf{v}_{i,G+1} = \mathbf{x}_{r_1,G} + F(\mathbf{x}_{r_3,G} - \mathbf{x}_{r_2,G}),$$

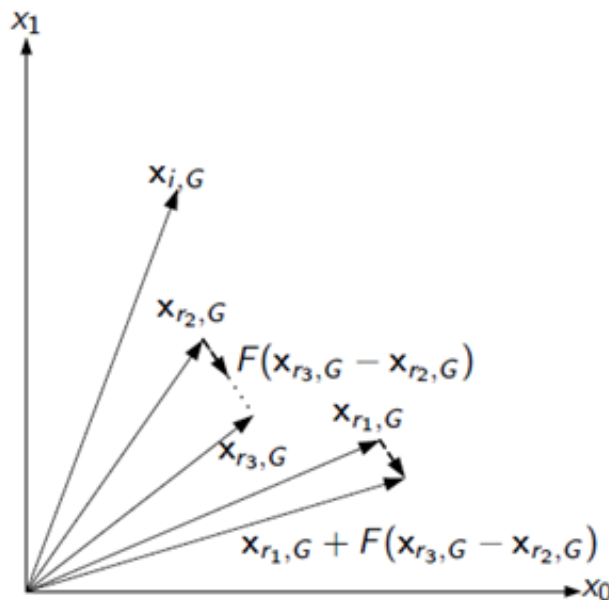
onde $r_1, r_2, r_3 \in \{1, 2, \dots, N_P\}$ são índices mutuamente distintos e também diferentes do índice i . A constante F real $\in [0, 2]$ determina o tamanho do passo a ser dado na direção definida pelo vetor diferença $(\mathbf{x}_{r_3,G} - \mathbf{x}_{r_2,G})$.

1.3 Crossover

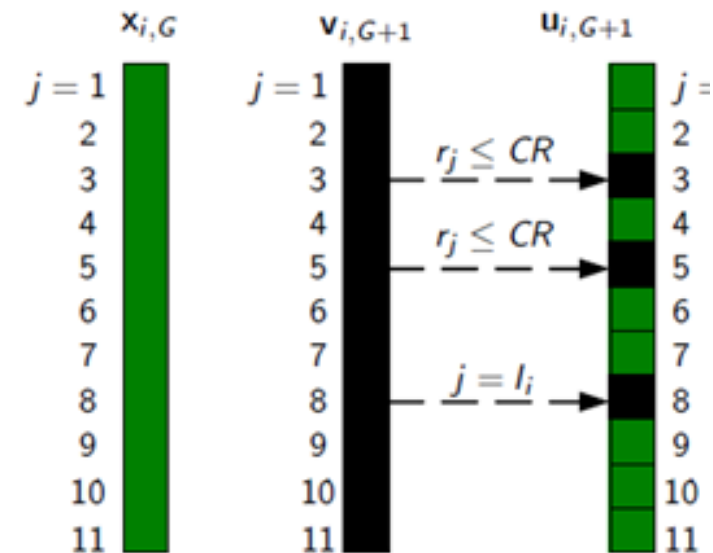
- Seja $\mathbf{x}_{i,G}$ o *target vector* sob análise e $\mathbf{v}_{i,G+1}$ o respectivo vetor gerado via mutação. O vetor $\mathbf{u}_{i,G+1} = [u_{1i,G+1} \ u_{2i,G+1} \ \dots \ u_{Di,G+1}]$, denominado *trial vector*, é obtido da seguinte maneira:

$$u_{ji,G+1} = \begin{cases} v_{ji,G+1}, & \text{se } r_j \leq CR \text{ ou } j = l_i \\ x_{ji,G}, & \text{se } r_j > CR \text{ e } j \neq l_i \end{cases},$$

onde $j = 1, \dots, D$, $r_j \sim U(0,1)$, $CR \in [0,1]$ é uma constante definida pelo usuário e l_i é um índice aleatoriamente escolhido $\in \{1, \dots, D\}$ que garante que $\mathbf{u}_{i,G+1}$ recebe ao menos uma componente de $\mathbf{v}_{i,G+1}$.



Exemplo do processo de mutação.



Exemplo do processo de *crossover*.

1.4 Seleção

- A seleção dos vetores (indivíduos) que serão preservados para a próxima geração é feita usando um critério guloso.
- Seja $\mathbf{x}_{i,G}$ o *target vector* sob análise e $\mathbf{u}_{i,G+1}$ seu respectivo *trial vector*. Então:
 - ✓ Se $f(\mathbf{u}_{i,G+1}) > f(\mathbf{x}_{i,G})$, $\mathbf{x}_{i,G+1} = \mathbf{u}_{i,G+1}$.
 - ✓ Caso contrário, $\mathbf{x}_{i,G+1} = \mathbf{x}_{i,G}$.

```
Function x = DE(NP,CR,F,range,f)
x ← random(range,NP)
fit_x ← f(x)
while critério de parada não for satisfeito do
  for i = 1 até NP do
    v_{i,G+1} ← mutação(x_{i,G},F)
    u_{i,G+1} ← crossover(x_{i,G},v_{i,G+1},CR)
  end for
  fit_u ← f(u)
  for i = 1 até NP do
    if fit_u(i) > fit_x(i) then
      x_{i,G+1} ← u_{i,G+1}
    else
      x_{i,G+1} ← x_{i,G}
    end if
  end for
end while
```

Pseudocódigo do algoritmo de evolução diferencial.

13. Codificação e operadores genéticos

- Na grande maioria dos casos, os indivíduos da população de um algoritmo evolutivo, os quais representam soluções candidatas (isso na abordagem Pittsburgh, em que cada indivíduo corresponde a uma proposta de solução para o problema), são representados computacionalmente por uma lista ou vetor de atributos de tamanho fixo. Logo, esta lista de atributos representa o código genético do indivíduo (genótipo), caracteriza unicamente o fenótipo e é geralmente denominada de **cromossomo**.
- Em alguns casos, a lista de atributos não tem tamanho fixo e em outros casos o código genético requer estruturas de dados mais elaboradas, como uma matriz ou uma árvore de atributos.
- Esses atributos podem ser de três tipos básicos: binários, inteiros (inclui atributos categóricos) ou em ponto flutuante (representa os atributos reais). Em um mesmo

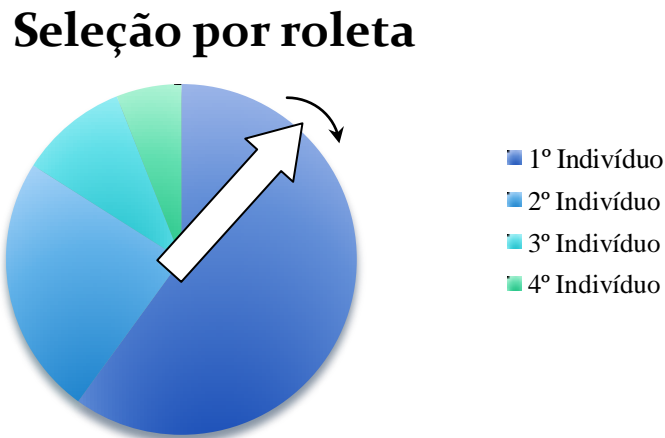
cromossomo pode aparecer um único tipo de atributo ou então mais de um tipo simultaneamente.

- **Para cada tipo de atributo, existem operadores genéticos específicos.**
- Normalmente, os operadores genéticos correspondem às operações de mutação e recombinação gênica (tendo o *crossover* como um caso particular).
- Certos problemas admitem múltiplas codificações alternativas e a escolha de uma delas deve levar em conta a competência em explorar o espaço de busca associado.
- De fato, **ao definir a codificação do indivíduo (solução candidata), fica completamente caracterizado o espaço de busca e fica estabelecida a relação de vizinhança entre as soluções candidatas.** Como acabamos de mencionar, para cada proposta de codificação existem operadores genéticos específicos.
- Para poder abordar um problema via computação evolutiva é necessário definir:

1. Uma codificação para as soluções candidatas;
2. Mecanismos de obtenção da população inicial de soluções candidatas;
3. Uma função de avaliação (função de *fitness*);
4. Operadores genéticos;
5. Mecanismos de seleção;
6. Taxas e parâmetros do algoritmo;
7. Critérios de parada.

14. Operadores de Seleção

- É sugerido que o grau de adaptação a ser atribuído a cada indivíduo da população (solução candidata) seja não-negativo e esteja restrito a um intervalo finito de valores.
 - Os operadores de seleção podem ser empregados em diversas etapas de um algoritmo evolutivo, sendo apresentados alguns exemplos desses operadores a seguir:
- ✓ Algoritmo da roleta (*roulette wheel*): seleção proporcional ao grau de adaptação (*fitness*);



- ✓ Torneio de p jogadores ($p \geq 2$): ajuda a preservar a diversidade para valores pequenos de p . Um aumento de p aumenta a pressão seletiva;
- ✓ Rank: utiliza a roleta, mas adota apenas a ordem dos indivíduos, de acordo com o grau de adaptação, para definir a probabilidade de escolha que é fixada a priori;
- ✓ Seleção biclassista ou elitista: Na seleção bi-classista, são escolhidos os $b\%$ melhores indivíduos e os $w\%$ piores indivíduos da população. O restante $(100-(b+w))\%$ é selecionado aleatoriamente, com ou sem reposição.

15. Operadores de Busca Local

- Qualquer algoritmo evolutivo pode ter seu desempenho melhorado com a introdução de operadores de busca local, os quais geralmente não apresentam motivação biológica e são específicos para cada problema.

- Particularmente no caso de espaços discretos, a implementação da busca local requer a definição de uma vizinhança. Quanto maior a vizinhança, maior tende a ser o custo da busca local.
- Evidentemente, a busca local só será útil se apresentar uma relação favorável entre o custo computacional adicional requerido e o ganho de desempenho auferido.
- Tipos de algoritmos de busca local em espaços discretos:
 - ✓ *First improvement*: interrompe a busca ao obter a primeira melhora;
 - ✓ *Best improvement*: consulta toda a vizinhança e fica com a melhor solução;
 - ✓ *Best improvement with limited resources*: o mesmo que o anterior, mas restringe o uso de recursos computacionais (pode não consultar toda a vizinhança).

16. Exemplos de Aplicações: Caso Discreto

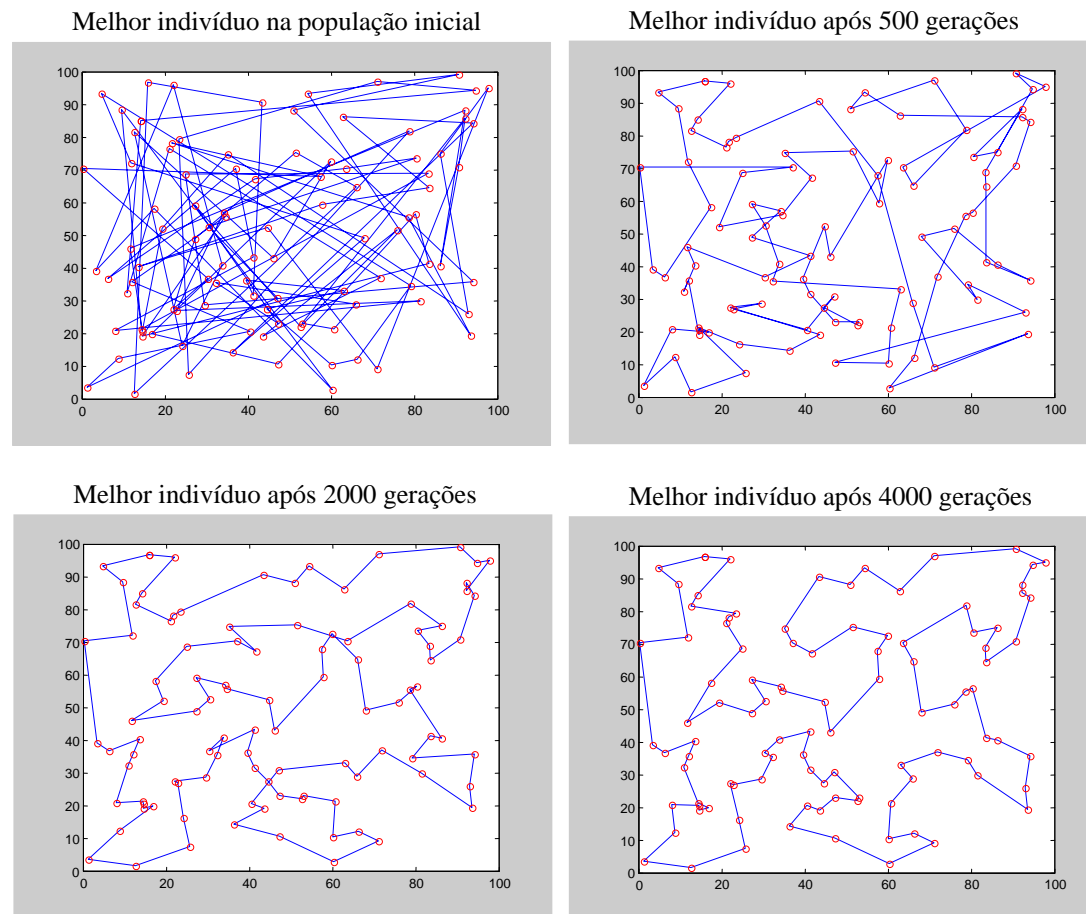


Figura. Solução de um problema de caixeiro viajante.

619	283	528	448	411	060	716	038	341	644	541	121	734	007	872	696	186	900	542	128	109	577	174	369	821	084	837	447	419	863
031	763	247	882	858	434	513	465	098	611	580	892	423	758	275	656	110	049	005	050	897	470	490	288	638	707	009	189	726	401
315	663	238	079	211	522	422	547	382	595	180	809	784	674	210	531	870	014	409	621	417	745	187	178	538	086	326	488	742	732
202	888	255	096	894	264	700	786	212	251	702	516	254	196	804	414	134	500	348	117	846	136	325	712	298	208	333	439	891	794
600	714	356	432	155	805	881	668	188	311	788	537	506	665	141	032	138	129	628	244	380	415	605	510	004	646	242	757	691	347
508	243	751	354	574	160	564	698	156	379	269	768	819	743	262	071	526	352	471	286	184	554	772	737	017	765	476	301	688	067
647	604	719	460	199	345	343	258	871	282	085	253	020	425	089	738	273	438	220	802	730	807	643	039	555	455	717	803	185	509
649	030	813	034	205	328	878	207	831	594	614	579	073	252	588	550	292	829	418	339	558	268	832	362	398	318	721	235	481	239
853	366	177	266	658	679	636	182	728	183	437	517	047	045	278	446	630	670	591	731	114	498	785	323	291	302	365	444	491	782
104	332	285	112	589	371	561	818	724	854	224	041	662	080	322	776	736	122	443	789	167	887	113	118	617	263	899	453	557	496
635	575	584	161	754	487	741	830	346	466	304	144	690	885	843	250	222	154	194	502	127	681	057	105	629	320	583	223	799	214
336	659	852	094	397	449	070	350	130	061	364	546	895	335	289	290	597	570	394	792	585	675	285	145	523	468	850	861	324	319
429	746	775	664	867	822	486	237	668	299	081	165	519	064	149	378	078	849	376	603	306	678	868	426	657	310	307	229	455	023
179	125	677	800	590	433	331	357	337	773	338	711	607	693	545	267	798	886	382	459	606	316	413	344	151	718	116	276	200	077
019	233	572	705	524	633	385	386	536	504	359	729	314	645	450	747	478	363	625	740	355	440	361	048	251	083	708	270	139	893
313	410	164	249	685	479	457	879	294	482	862	051	452	091	040	874	602	056	245	816	672	074	770	402	374	841	576	880	168	257
639	107	321	483	168	869	596	464	544	327	191	193	748	495	706	181	386	384	216	103	226	246	801	806	412	755	808	666	021	655
567	671	699	221	390	002	234	814	062	100	055	475	581	309	824	826	828	777	739	383	442	170	277	753	435	241	093	111	838	598
810	053	408	640	521	349	774	632	566	790	817	624	308	489	259	759	037	532	033	673	571	330	377	530	407	142	272	248	192	372
008	876	497	860	135	859	218	163	368	279	106	613	119	203	527	697	873	360	511	715	153	016	399	847	126	896	375	689	795	232
197	875	661	562	436	159	006	709	695	132	209	010	499	651	825	373	884	739	560	889	395	198	147	857	133	393	834	013	029	451
676	518	080	781	549	890	036	780	072	540	587	054	704	766	169	052	653	793	514	137	631	108	405	201	610	492	334	583	424	367
762	102	388	539	820	140	075	725	068	877	535	563	076	723	667	069	206	158	474	227	430	484	485	190	864	848	529	839	101	551
297	092	463	797	317	042	067	097	609	569	143	686	215	565	578	694	157	710	767	620	623	779	329	400	627	493	461	351	520	427
582	586	123	059	701	608	146	063	281	845	796	082	599	131	228	312	618	024	543	856	256	851	512	815	445	428	370	088	727	840
637	420	018	505	148	750	462	720	601	003	844	454	552	173	416	764	752	883	403	556	171	472	172	342	494	011	066	559	340	827
231	683	265	616	162	421	735	015	713	898	722	036	391	787	634	043	548	783	533	099	260	025	389	687	507	652	525	467	115	573
756	204	473	441	381	124	568	095	761	176	654	626	503	749	012	622	358	026	662	152	660	833	305	563	835	300	296	660	293	387
230	225	842	534	001	240	280	219	650	515	480	855	150	213	744	287	044	406	771	058	778	760	823	836	236	812	046	642	811	027
684	469	274	641	217	791	615	303	682	175	648	865	271	703	769	120	501	065	458	028	866	022	404	582	612	477	431	284	353	195

Figura. Solução do problema do quadrado mágico.

17. Exemplo de Aplicações: Caso Contínuo

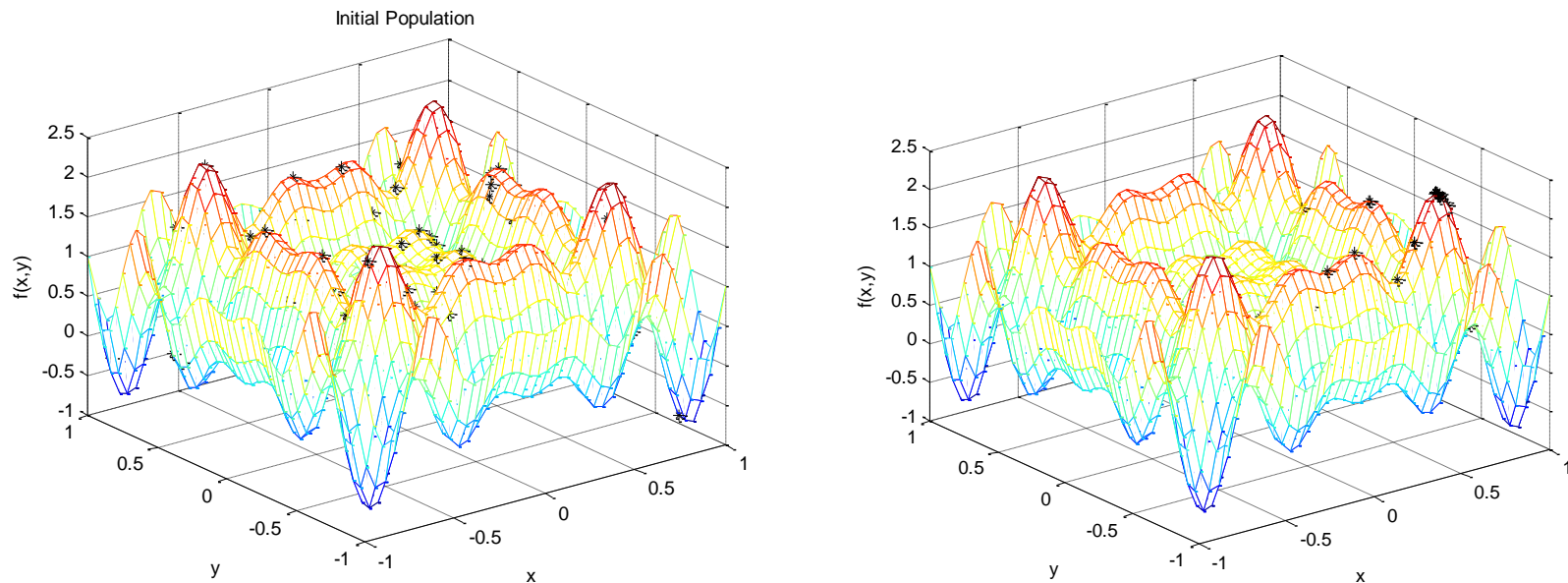


Figura. Superfície de otimização multimodal: população inicial (à esquerda) e final (à direita).

- Embora haja quatro picos de igual qualidade, o algoritmo genético tende a deslocar toda a população para apenas um deles.

18. Referências bibliográficas

- BÄCK, T. "Evolutionary Algorithms in Theory and Practice", Oxford University Press, 1996.
- BÄCK, T., FOGEL, D.B. & MICHALEWICZ, Z. (eds.) "Handbook of Evolutionary Computation", Institute of Physics Publishing and Oxford University Press, 1997.
- BÄCK, T., FOGEL, D.B. & MICHALEWICZ, Z. (eds.) "Evolutionary Computation 1: Basic Algorithms and Operators", Institute of Physics Publishing, 2000a.
- BÄCK, T., FOGEL, D.B. & MICHALEWICZ, Z. (eds.) "Evolutionary Computation 2: Advanced Algorithms and Operators", Institute of Physics Publishing, 2000b.
- BEYER, H.-G. & SCHWEFEL, H.-P, "Evolution Strategies: A Comprehensive Introduction", Natural Computing, vol. 1, pp. 3-52, 2002.
- BOOKER, L.B., GOLDBERG, D.E. & HOLLAND, J.H. "Classifier Systems and Genetic Algorithms", *Artificial Intelligence*, vol. 40, pp. 235-282, 1989.
- DARWIN, C. "The Origin of Species", John Murray, 1859 (Penguin Classics, 1985).
- DAVIS, L. (ed.) "Handbook of Genetic Algorithms", Van Nostrand Reinhold, 1991.
- DE JONG, K.A. "Evolutionary Computation", The MIT Press, 2002.
- EIBEN, A.E. & SMITH, J.E. "Introduction to Evolutionary Computing", Natural Computing Series, Springer, 2008.

- FOGEL, D.B. “An Introduction to Evolutionary Computation and Its Application to Problems in Fuzzy Systems”, Tutorial at the Joint 9th IFSA World Congress and 20th NAFIPS International Conference, July 25-28, 2001.
- FOGEL, D.B. “An Introduction to Simulated Evolutionary Computation”, *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 5, no. 1, pp. 3-14, 1994.
- FOGEL, D.B. (ed.) “Evolutionary Computation: The Fossil Record”, The IEEE Press, 1998.
- FOGEL, D.B. “Evolutionary Computation: Toward a New Philosophy of Machine Intelligence”, 2nd edition, The IEEE Press, 1999.
- GOLDBERG, D.E. “Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning”, Addison-Wesley, 1989.
- HOLLAND, J.H. “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, University of Michigan Press, 1975.
- HOLLAND, J.H. “Adaptation in Natural and Artificial Systems”, 2nd edition, The MIT Press, 1992.
- KINNEAR, K.E. (ed.) “Advances in Genetic Programming”, The MIT Press, 1994.
- KOZA, J.R. “Genetic Programming: On the Programming of Computers by means of Natural Selection”, The MIT Press, 1992.
- KOZA, J.R., BENNET III, F.H., ANDRE, D., KEANE, M.A. & DUNLAP, F. “Automated Synthesis of Analog Electrical Circuits by Means of Genetic Programming”, *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, vol. 1, no. 2, pp. 109-128, 1997.

- MICHALEWICZ, Z. "Genetic algorithms + Data Structures = Evolution Programs", 3rd ed., Springer-Verlag, 1996.
- MICHALEWICZ, Z. & FOGEL, D. B. "How to solve it: Modern Heuristics", Springer-Verlag, 2000.
- MITCHELL, M. "An Introduction to Genetic Algorithms", The MIT Press, 1996.
- RECHENBERG, I. "Evolutionsstrategie: Optimierung Technischer Systeme nach Prinzipien der Biologischen Evolution". Frommann-Holzboog Verlag, 1973.
- SCHWEFEL, H.-P. "Evolution and Optimum Seeking", Wiley, 1995.
- STORN, R. & PRICE, K. "Differential Evolution – A Simple and Efficient Adaptive Scheme for Global Optimization over Continuous Spaces" , Technical Report TR-95-012, ICSI, 1995.
- STORN, R. & PRICE, K. "Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces", Journal of Global Optimization, vol. 11, pp. 341-359, 1997.