# IA 881 Otimização Linear - Lista de Exercícios Capitulo 3

3.2-Considere o problema de minimizar $\mathbf{c}'\mathbf{x}$ sobre um poliedro $P$. Provar o seguinte:

(a) uma solução factível $\mathbf{x}$ é ótima se e somente se $\mathbf{c}'\mathbf{d} \geq 0$ para toda direção factível $\mathbf{d}$ em $\mathbf{x}$.

(b) uma solução factível $\mathbf{x}$ é solução ótima única se e somente se $\mathbf{c}'\mathbf{d} > 0$ para toda direção não nula factível $\mathbf{d}$ em $\mathbf{x}$.

3.3-Seja x um elemento de um poliedro $P = \{\mathbf{x} \in \Re^n \mid \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq 0\}$. Mostre que um vetor $\mathbf{d} \in \Re^n$ é uma direção factível em x se e somente se Ad = 0 e $d_i \geq 0$ para todo $i$ tal que $x_i = 0$.

3.5-Seja $P = \{\mathbf{x} \in \Re^n \mid x_1 + x_2 + x_3 = 1, \mathbf{x} \geq 0\}$. e considere o vetor $\mathbf{x} = (0, 0, 1)$. Encontrar o conjunto de direções factíveis em $\mathbf{x}$.

3.6-Seja x uma solução básica factível associada com a matriz básica B. Mostrar o seguinte:

(a) se o custo reduzido de toda variável não básica é positivo, então $\mathbf{x}$ é solução ótima única.

(b) se $\mathbf{x}$ é a solução ótima única e é não degenerada, então o custo reduzido de toda variável não básica é positivo.

3.12-Considere o problema

$$\begin{array}{ll} \min & -2x_1 - x_2 \\ \text{sa} & x_1 - x_2 \leq 2 \\ & x_1 + x_2 \leq 6 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

(a) converter o problema para a forma padrão e construir uma solução básica factível para a qual $(x_1, x_2) = (0, 0)$.

(b) determinar a solução ótima utilizando o tableau simplex, iniciando em $(x_1, x_2) = (0, 0)$.

(c) fornecer uma interpretação gráfica em termos de $x_1$ e $x_2$ e indicar os passos.

3.17-Resolver completamente o problema abaixo (fase 1 e fase 2) com o método simplex.

$$\begin{array}{lrl} \min & -2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 & \\ \text{sa} & x_1 + 3x_2 \phantom{+3x_3} + 4x_4 + x_5 & = 2 \\ & x_1 + 2x_2 \phantom{+3x_3} - 3x_4 + x_5 & = 2 \\ & -x_1 - 4x_2 + 3x_3 \phantom{+x_4+x_5} & = 1 \\ & x_1, \ldots, x_5 \geq 0 & \end{array}$$

3.28-Considere um problema de programação linear na forma padrão com conjunto de soluções factíveis limitado. Suponha também que conhecemos o valor de um escalar $U$ tal que qualquer solução factível satisfaz $x_i \leq$ U para todo $i$. Mostrar que o problema pode ser transformado em um equivalente que conte a restrição $\sum x_i = 1$.

3.16. Considere o método simplex, visto em termos da geometria de colunas. Mostrar que os $m$+1 pontos básicos $(\mathbf{A}_i, c_i)$, como definido na Seção 3.6, são afim independentes.