IA 881 Otimização Linear - Lista de Exercícios Capitulo 2

2.1-Para cada um dos conjuntos abaixo determinar aqueles que são poliedros.

(a) conjunto do todos $(x,y)\in\Re^2$ que satisfazem

$$x\cos\theta + y\sin\theta \le 1, \qquad \forall\theta \in [0,\pi/2]$$
$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$

(b) conjunto de todos $x\in\Re$ que satisfazem $x^2 - 8x + 15 \le 0$.

(c) conjunto vazio.

2.2-Seja f: $\Re^n\to\Re$ convexa e c uma constante. Mostrar que o conjunto $S = \{\mathbf{x}\in\Re^n \mid f(\mathbf{x}) \le c\}$ é convexo.

2.4-Sabemos que todo modelo de programação linear pode ser convertido para um modelo equivalente na forma padrão.Também sabemos que poliedros não vazios na forma padrão têm pelo menos um ponto extremo. Portanto, poderíamos admitir que todo poliedro não vazio tem um ponto extremo. Explicar o que há de errado com este argumento, se houver.

2.8-Considere um poliedro na forma padrão $\{\mathbf{x} \mid \mathbf{Ax} = \mathbf{b},\ \mathbf{x} \ge 0\}$, e suponha que as linhas da matriz $\mathbf{A}$ são LI. Seja $\mathbf{x}$ uma solução básica e $J = \{i \mid x_i \ne 0\}$. Mostrar que uma base está associada com solução básica $\mathbf{x}$ se e somente se toda coluna $\mathbf{A}_i$, $i\in J$, estiver na base.

2.9-Considere um poliedro na forma padrão $\{\mathbf{x} \mid \mathbf{Ax} = \mathbf{b},\ \mathbf{x} \ge 0\}$ e assuma que as linhas da matriz A são LI.

(a) suponha que duas bases distintas levem a uma mesma solução básica. Mostre que a solução básica é degenerada.

(b) considere uma solução básica degenerada. É possível que a ela corresponda duas ou mais bases distintas? Provar ou fornecer um contra-exemplo.

(c) suponha que uma solução básica seja degenerada. É possível que exista uma solução básica adjacente que seja degenerada? Provar ou fornecer contra-exemplo.

2.11-Seja $P = \{\mathbf{x}\in\Re^n \mid \mathbf{Ax} \ge \mathbf{b}\}$. Suponha que em uma solução básica factível particular existam k restrições ativas, $k > n$. Podemos afirmar que existe exatamente $\binom{k}{n}$ bases que produza esta solução básica factível?

2.14-Seja P um poliedro limitado no $\Re^n$, $\mathbf{a}$ um vetor no $\Re^n$ e b um escalar. Definimos o conjunto $Q = \{\mathbf{x}\in P \mid \mathbf{a'x} = b\}$. Mostrar que todo ponto extremo de Q ou é um ponto extremo de P, ou uma combinação convexa de dois pontos extremos adjacentes de P.

2.16. Considere o conjunto $\{\mathbf{x}\in\Re^n \mid x_1 = \cdots = x_{n-1} = 0,\ 0 \le x_n \le 1\}$. Este conjunto pode ser factível para algum modelo de programação linear na forma padrão?