IA 881 Otimização Linear - Lista de Exercícios Capitulo 1

1.2-Suponha que $f_1,...,f_m$ sejam funções convexas do $\Re^n$ em $\Re$ e seja $f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{m} f_i(\mathbf{x})$.

(a) mostrar que se cada f_i é convexa, então f também é convexa.
(b) mostrar que se cada f_i é linear por partes e convexa, então $f(\mathbf{x})$ também é linear por partes e convexa.

1.3-Considere o problema de minimizar uma função objetivo da forma $\mathbf{c}'\mathbf{x} + f(\mathbf{d}'\mathbf{x})$, sujeita às restrições lineares $\mathbf{A}\mathbf{x} \geq \mathbf{b}$. Aqui, $\mathbf{d}$ é um vetor conhecido e f: $\Re \rightarrow \Re$ conforme mostra a Figura 1.8. Formular um modelo de programação linear para este problema.

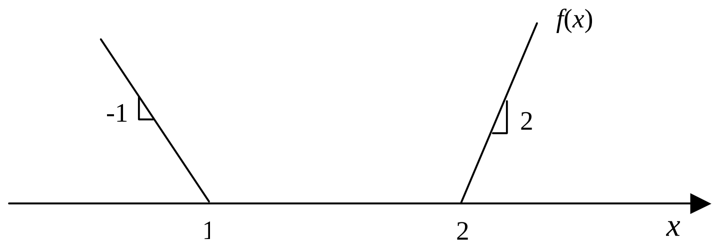

Figura 1.8: Função f do Exercício 1.3.

1.7-Suponha que Z seja uma variável aleatória com valores no conjunto $\{0,1,....,K\}$ e probabilidades p_0, $p_1,...,p_K$, respectivamente. Dados os valores do primeiro e segundo momentos de Z, $E[Z] = \sum_{k=0}^{K} kp_k$ e $E[Z^2] = \sum_{k=0}^{K} k^2 p_k$, estimar os limitantes inferior e superior do quarto momento $E[Z^4] = \sum_{k=0}^{K} k^4 p_k$ de Z utilizando um modelo de programação linear.

1.14-Uma companhia produz e vende dois tipos diferentes de produtos. A demanda por cada produto é ilimitada, mas a companhia tem limites na disponibilidade de caixa e capacidade de máquina. Cada unidade do primeiro e segundo produto requer 3 e 4 horas de máquina, respectivamente. Existem 20.000 horas de máquina disponível no período corrente de produção. Os custos de produção são \$3 e \$2 por unidade do primeiro e segundo produto, respectivamente. Os preços de venda do primeiro e segundo produtos são \$6 e \$5,40 por unidade, respectivamente. O caixa disponível é de \$4.000 e, além disso, 45% da receita das vendas do primeiro produto e 30% das vendas do segundo produto serão utilizadas para financiar a produção do período corrente de produção.

(a) formular um modelo de programação linear com o objetivo de maximizar a receita líquida sujeita à disponibilidade de caixa e limitações na capacidade das máquinas.
(b) resolver o problema graficamente para obter a solução ótima.
(c) suponha que a companhia possa aumentar a disponibilidade de máquina em 2.000 horas após gasto de \$400 com reforma. Vale a pena fazer este investimento?

1.16-Um gerente de um refinaria de petróleo possui 8 milhões de barris de petróleo bruto do tipo A e 5 milhões de barris de petróleo bruto do tipo B alocados para a produção do próximo mês. Estes recursos podem ser utilizados para fazer gasolina, vendida a $38 por barril, e óleo, vendido a $33 por barril. Existem três processos de fabricação com as seguintes características:

	Processo 1	Processo 2	Processo 3
Usa petróleo bruto A	3	1	5
Usa petróleo bruto B	5	1	3
Produz gasolina	4	1	3
Produz óleo	3	1	4
custo ($)	51	11	40

onde todas as quantidades estão em barris. Por exemplo, o primeiro processo utiliza 3 barris de petróleo bruto do tipo A e 5 barris de petróleo do tipo B para produzir 4 barris de gasolina e 3 barris de óleo. Os custos da tabela se referem aos custos variáveis e os respectivos *overhead*s. Não existem custos separados para o petróleo bruto. Formular um modelo de programação linear para ajudar o gerente a maximizar a receita líquida no próximo mês.

1.19-Suponha que seja fornecido um conjunto de vetores no $\Re^n$ que formam uma base e seja **y** um vetor arbitrário do $\Re^n$. Desejamos expressar **y** como uma combinação linear desta base. Como isso pode ser feito?

1.20-Seja $S = \{\mathbf{Ax} \mid \mathbf{x} \in \Re^n\}$ onde **A** é uma matriz ($m \times n$). Mostrar que S é um subespaço do $\Re^n$.