Conjuntos Nebulosos e Informação

Variável aleatória x com valores $x_1,\ldots,x_i,\ldots,x_n$ em X

Probabilidades $p_1,\ldots,p_i,\ldots,p_n$, $\quad 0 \le p_i \le 1, \quad \sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

$p_i = p(x_i)$, $p(x)$ distribuição de probabilidade em X

$$H(p_1,\ldots,p_n) = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i$$

Entropia
(Shannon & Weaver)

1 – Se $n = 2$, então $p_1 = p$ e $p_2 = 1 - p$

$$H(p_1, p_2) = -p \log_2 p - (1-p)\log_2(1-p)$$

$$H(p_1, p_2) = 1\ bit, \quad \text{para} \quad p = 1/2$$

2 – $H(p_1,\ldots, p_n) \le H(1/n,\ldots,1/n)$

3 – $H(0,\ldots,1,\ldots,0) = 0$

Medida de Nebulosidade (Entropia de De Luca e Termini)

Seja um funcional $h(.)$ em $X = \{x_1,...,x_i,...,x_n\}$ tal que

$1 - \mathit{Sharpness}:$ $h(A(x_i)) = 0$ see $A(x_i) = 0$ ou $A(x_i) = 1$

$2 - \mathit{Maximality}:$ $h(A(x_i))$ máximo see $A(x_i) = 1/2$

$3 - \text{Resolução}:$ $h(A(x_i)) \geq h(A^*(x_i))$ onde

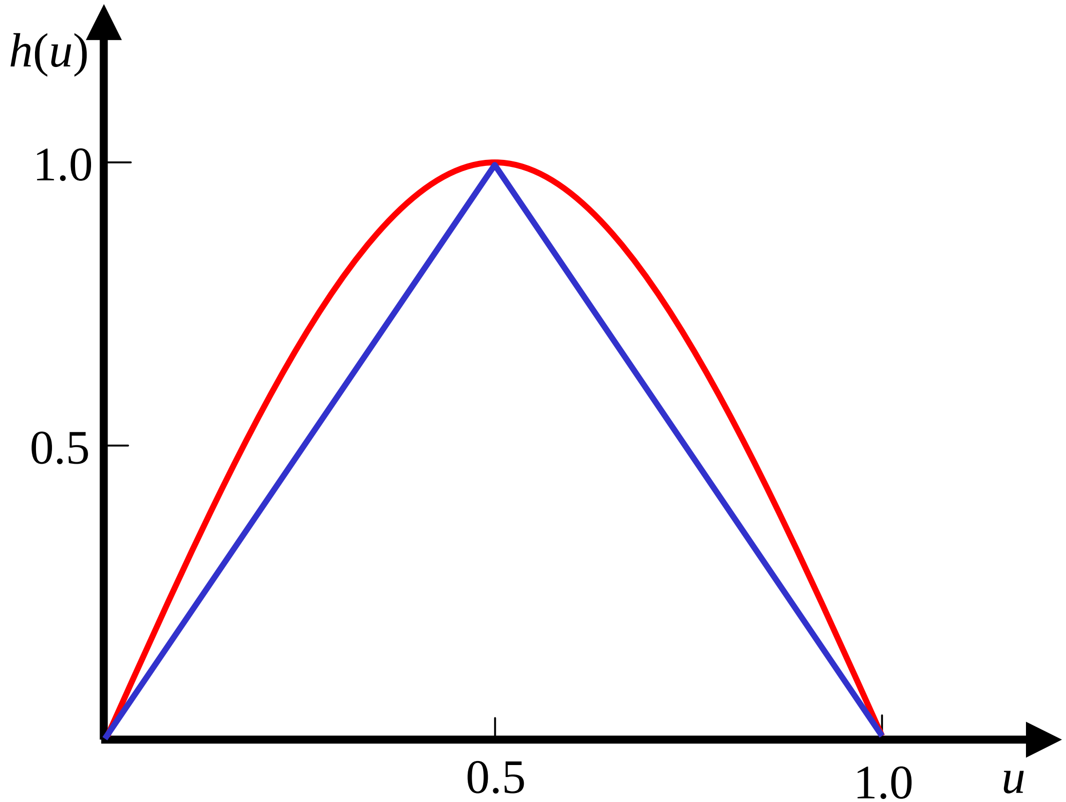
$3.1 - A^*(x_i) \geq A(x_i)$, se $A(x_i) \geq 1/2$

$3.2 - A^*(x_i) < A(x_i)$, se $A(x_i) < 1/2$

$4 - \text{Simetria}:$ $h(A(x_i)) = h(1 - A(x_i))$

$5 - \text{Monotônica}:$ $h(x)$ monotônica crescente em $[0,1/2]$ e decrescente em $[1/2,1]$

$6 - \mathit{Valuation}:$ $h(\max[A(x_i), A(x_j)]) + h(\min[A(x_i), A(x_j)]) = h(A(x_i)) + h(A(x_j))$



$1 - \text{Shannon}:$ $$h(u) = -u \log u - (1-u)\log(1-u)$$

$2 - \text{Linear por partes}:$ $$h(u) = \begin{cases} 2u & \text{se } u \in [0, 1/2) \\ 2(1-u) & \text{se } u \in [1/2, 1] \end{cases}$$

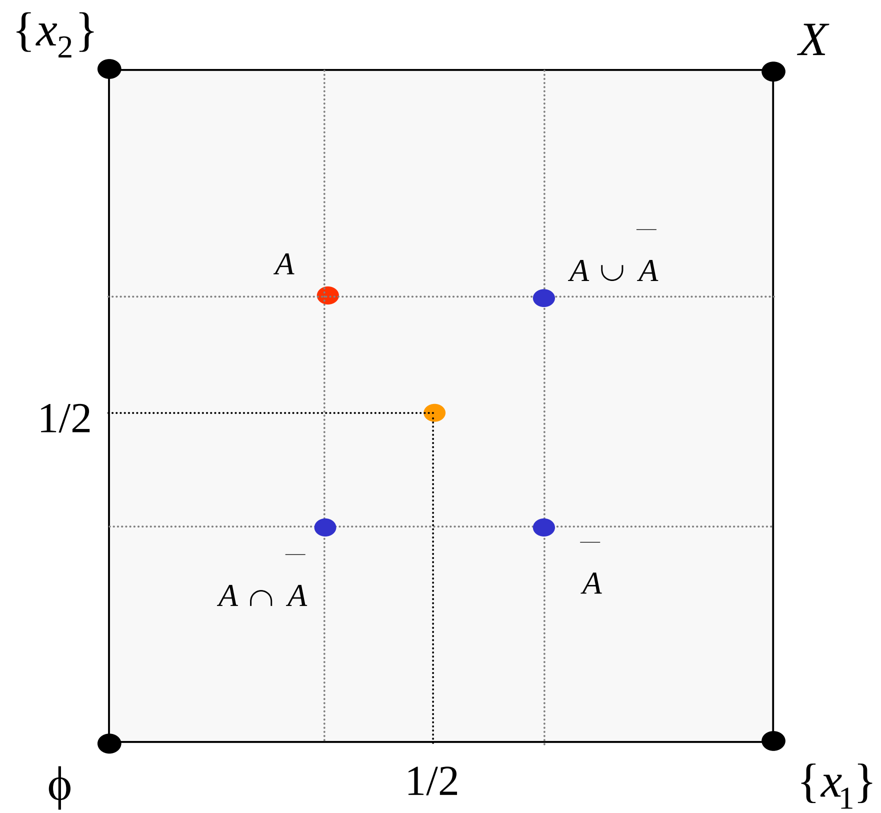
$3 - \text{Quadrática}:$ $$h(u) = 4u(1-u)$$

$$\text{Entropia}: \qquad H(A) = \sum_{i=1}^{n} h(A(x_i))$$

$$\text{Exemplo}: h(u) \quad \text{linear por partes}$$

$$H(A) = 2\sum_{i=1}^{n} | A(x_i) - A_{1/2}(x_i) |$$

$$A_{1/2}(x_i) = 1/2 - \text{corte de} \quad A$$



Especificidade de Conjuntos Nebulosos

$$\mathrm{Sp}: F(X) \to [0,1]$$

$$1\text{-}\mathrm{Sp}(A) = \begin{cases} 1 & A(x) = 1, \quad x = x_o \\ 0 & A(x) = 0, \ \forall x \neq x_o \end{cases}$$

$$2 - \mathrm{Sp}(A) = 0 \text{ see } A(x) = 0 \ \ \forall x \in X$$

$$3 - \mathrm{Sp}(A_1) \leq \mathrm{Sp}(A_2) \ \text{ see } \ A_1 \supset A_2$$

Medida de quanto um elemento do universo *X* é representativo de um conjunto nebuloso em *X*.

$$\mathrm{Sp}(A) = \int_{\alpha}^{\alpha_{\max}} \frac{1}{\mathrm{Card}(A_\alpha)} d\alpha, \qquad \alpha_{\max} = \mathrm{hgt}(A)$$

Yager

$$\mathrm{Sp}(A) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\mathrm{Card}(A_{\alpha_i})} \Delta\alpha_i, \qquad \Delta\alpha_i = \alpha_i - \alpha_{i-1}, \ \alpha_o = 0$$

Moldura Cognitiva

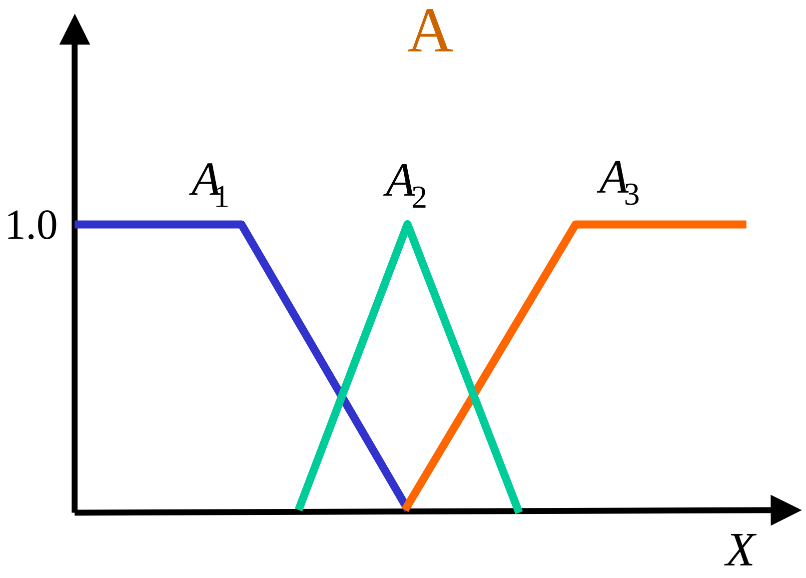
$$\mathrm{A} = \{A_1, \ldots., A_n\}, \quad A_i \text{ em } X, i = 1, \ldots, n$$

$$1 - \text{Cobertura}: \forall x \in X \; (\exists A_i(x) > \varepsilon, \; \varepsilon \in [0,1], \; i = 1, .., n)$$

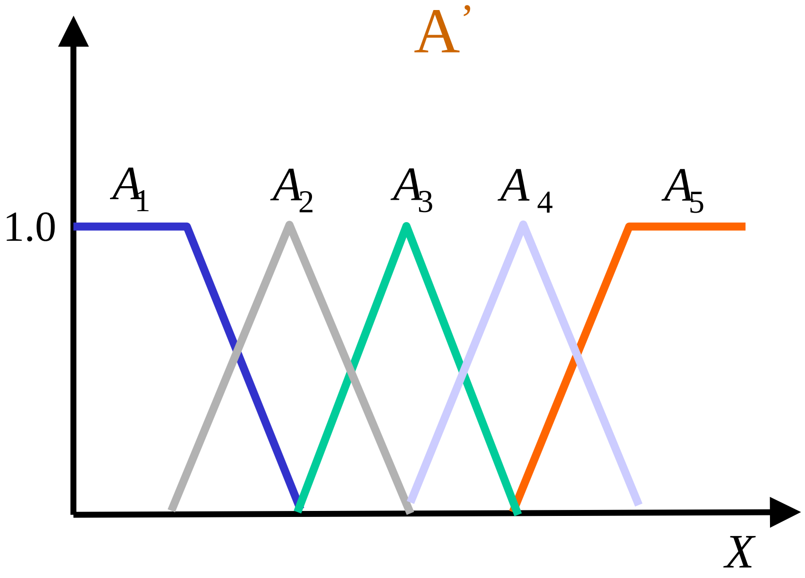
$$2 - \text{Conteúdo Semântico de A}: \text{interpretação } A_i\text{s}$$

- A_is são unimodais e normais; regiões de X equivalentes
- Suficientemente disjuntos; distintos
- Cardinalidade de A é pequena

Granularidade

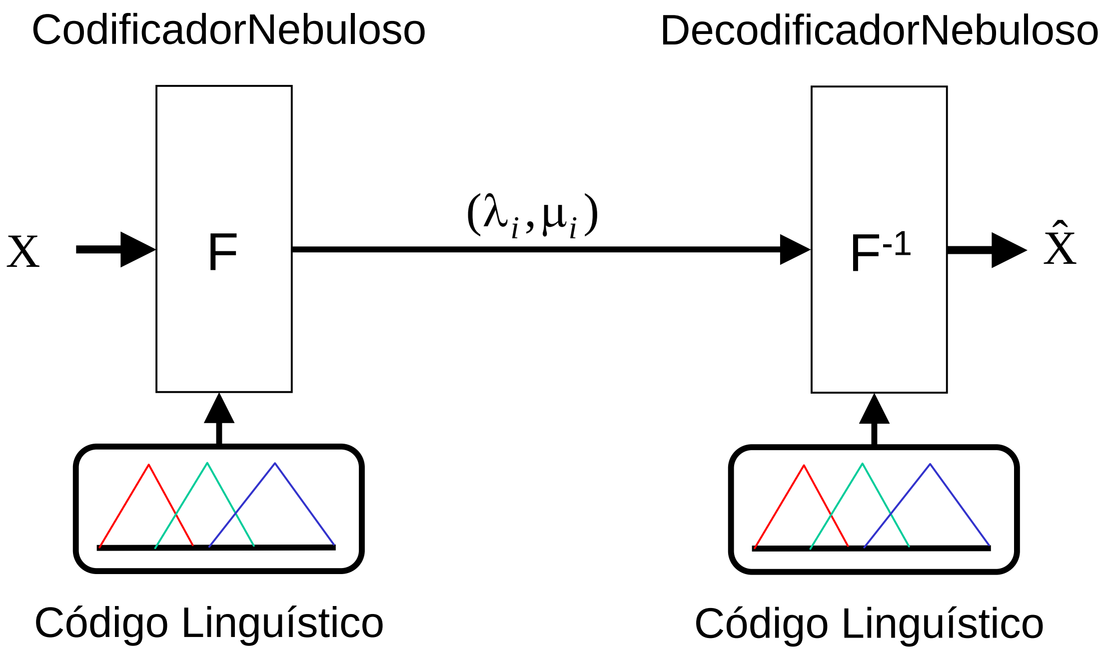


Partição Grossa de X



Partição Fina de X

Canal de Comunicação Nebuloso



$$(\lambda_i, \mu_i) = (\mathrm{Poss}(A_i, \mathrm{X}), \ \mathrm{Nec}(A_i, \mathrm{X}))$$

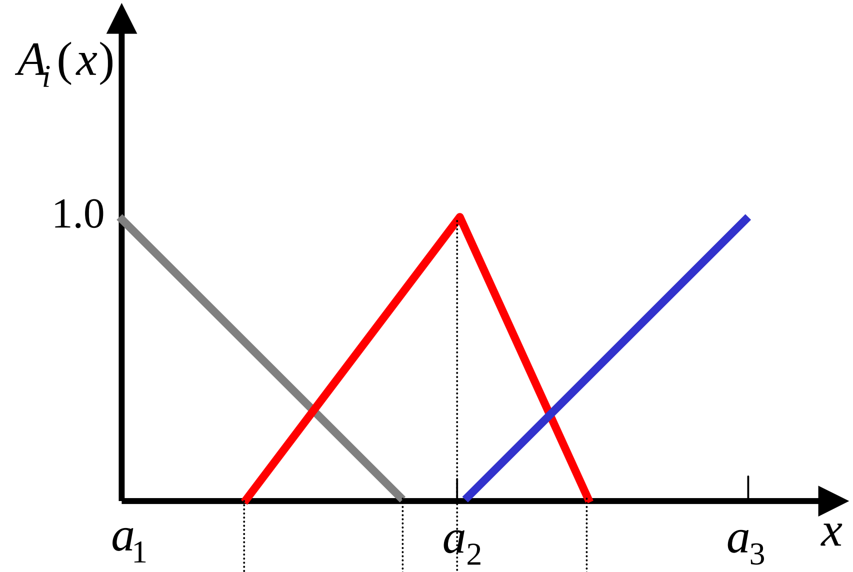
Codificação

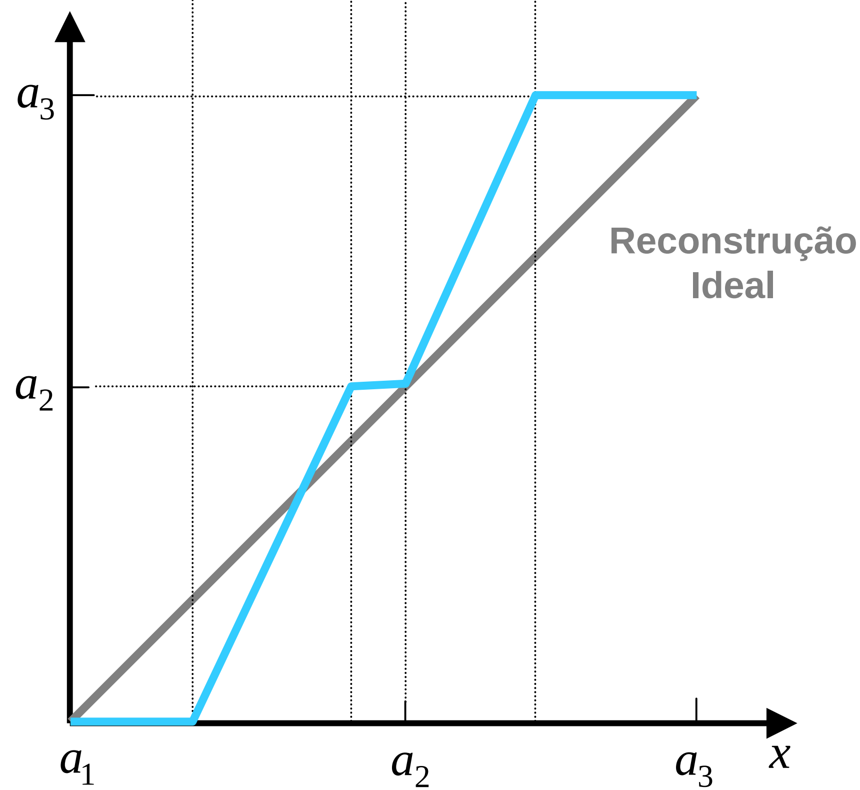
Decodificação

$$F^{-1}(x) = \frac{\sum_{1=1}^{n} A_i(x) a_i}{\sum_{i=1}^{n} A_i(x)}$$

COG

$a_i = \text{valor modal de } A_i$





Se X é um ponto então $(\lambda_i, \mu_i) \equiv (\lambda_i)$

$(\lambda_i) = (\text{Poss}(A_i, \text{X}))$