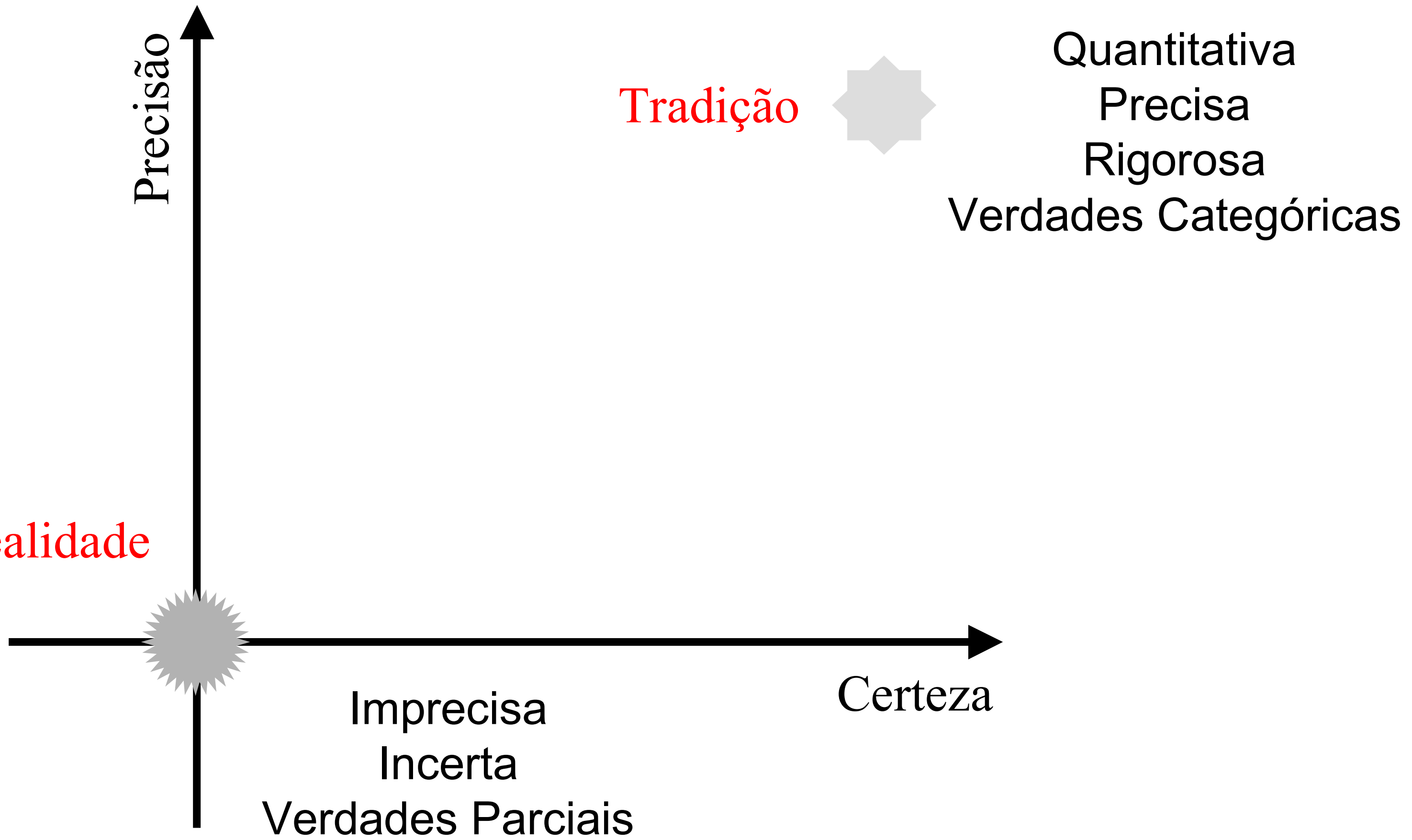
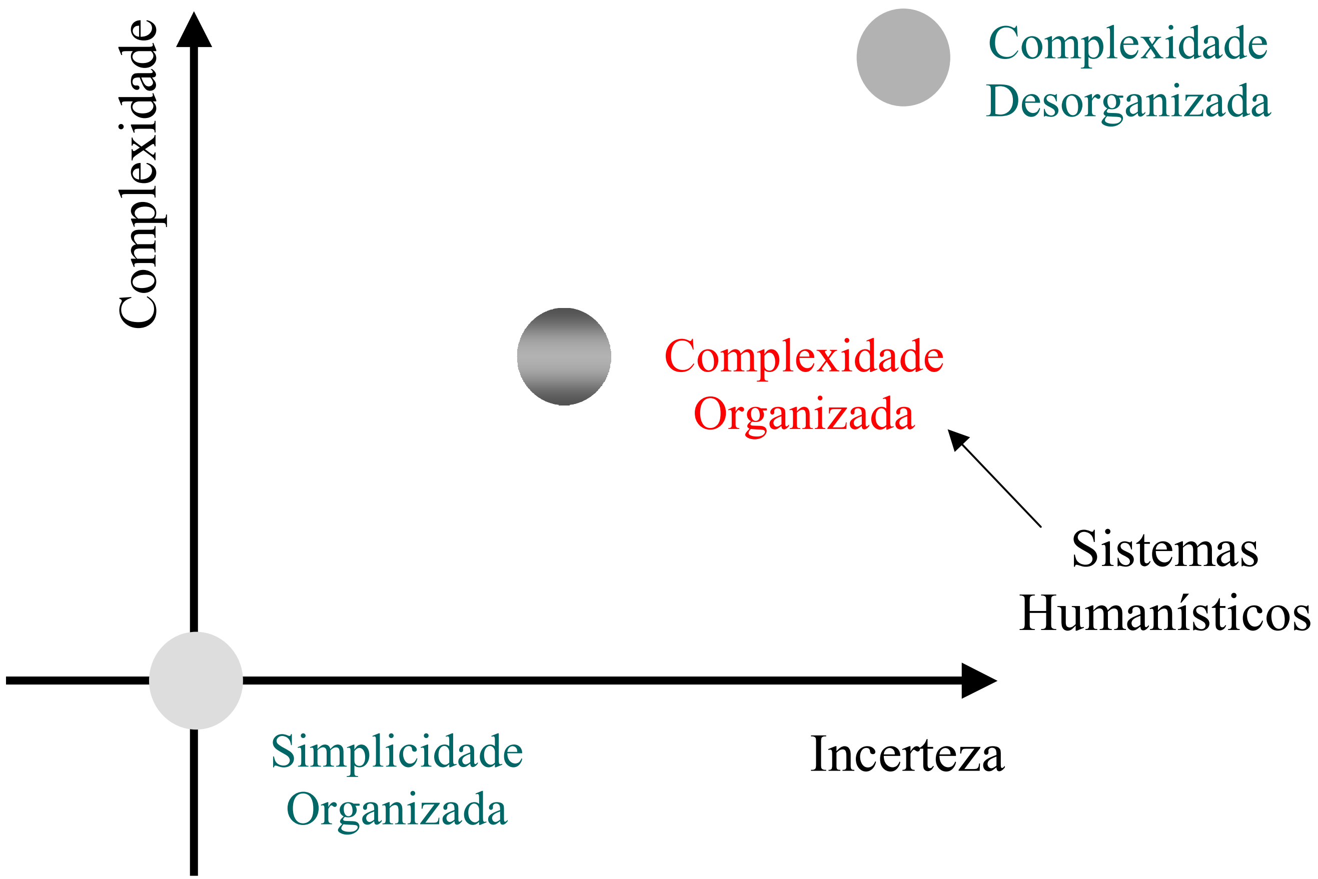
10-Sistemas Fuzzy

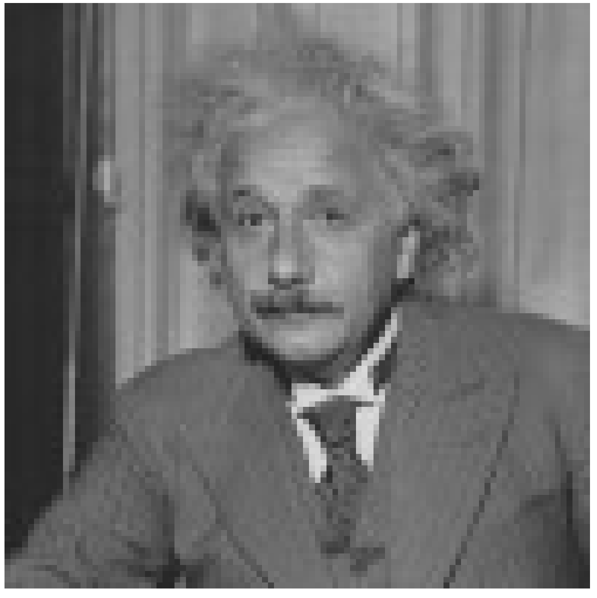
Introdução

Ciência: tradição e realidade



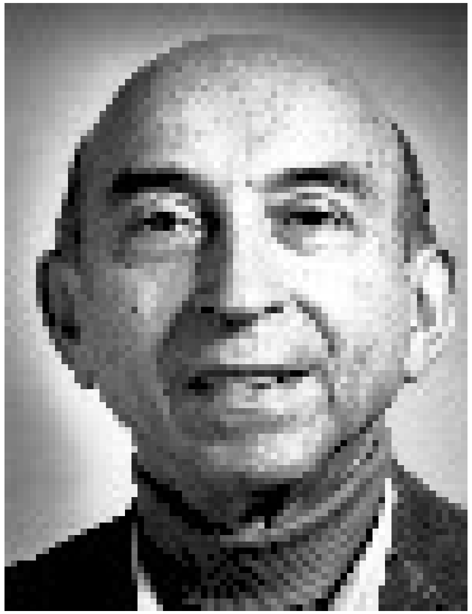
Ciência e complexidade (Warren Weaver, 1948)





"As far as the propositions of mathematics refer to reality, they are not certain; and as far as they are certain, they do not refer to reality".
[Einstein, 1928]

Princípio da Incompatibilidade (Zadeh, 1973)



Lotfi Zadeh

"State informally, the essence of this principle is that as the complexity of a system increases, our ability to make precise and yet significant statements about its behavior diminishes until a threshold is reached beyond which precision and significance (or relevance) become almost mutually exclusive characteristics."

Limite de Bremermann

"No data processing system, whether artificial or living, can process more than 2×10^{47} bits per second per gram of its mass." (Hans Bremermann, 1962)

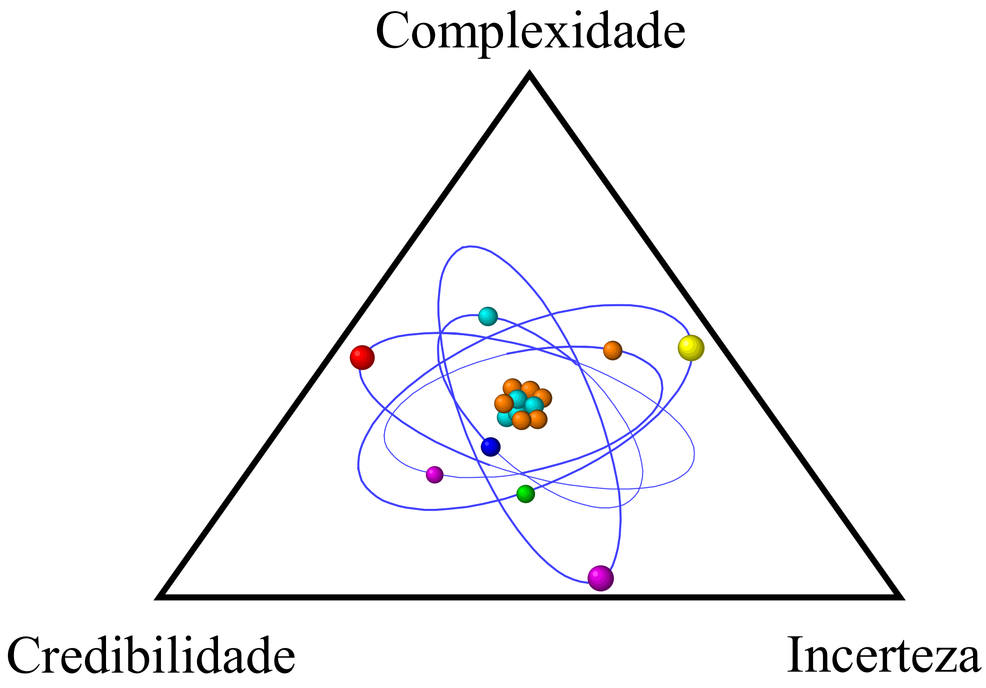
Computador do tamanho da terra

$$m = 6\times10^{27}\, gramas$$

$$10^{10}\, anos \approx 3{,}14\times10^{7}\, segundos$$

$$Limite = 2{,}56\times20^{92} \approx 10^{93}\, bits$$

Modelos, realidade e utilidade (George Klir, 1995)



"Although usually (but not always) undesirable when considered alone, uncertainty becomes very valuable when considered in connection to the other characteristics of systems models: in general, allowing more uncertainty tends to reduce complexity and increase credibility of the resulting model."

Exemplo: Problema do caixeiro viajante

Número	Precisão	Tempo
Cidades	(%)	Computação
100.000	1	2 dias
100.000	0.75	sete meses
1.000.000	3,5	3,5 horas

Fonte: New York Times, 12/03/91

Conjuntos

Classificam elementos em classes/conceitos:

- números pares
- cidades que são capitais na América do Sul
- carros esportes
- números impares
- times de futebol
- …

Na realidade encontra-se situações como estas:

– *grandes* cidades da América do Sul
– *baixa* temperatura
– *alta* taxa de inflação

Termos como os seguintes:

– *pequeno* erro de aproximação
– *rápida* resposta de um sistema dinâmico
– *mal condicionamento* de um sistema de equações lineares

Conjuntos ?????

Problema da Dicotomia

"One seed does not constitute a pile nor two nor three… from the other side everybody will agree that 100 million seeds constitute a pile. What therefore is the appropriate limit? Can we say that 325 647 seeds don't consitute a pile but 325 648 do?" (Borel, 1950)

Convivência dos opostos

*Fuzz*y em inglês significa:

"*indistinct, blurred, not sharply delineated or focused*".

Tecnicamente: *fuzzy* representa imprecisão ou incerteza baseada na intuição humana e não na teoria de probabilidade

Conjuntos $\times$ Lógica fuzzy

Lógica fuzzy: sobre o significado do termo

- sentido restrito: sistema lógico que visa o raciocínio aproximado
- sentido amplo: teoria de conjuntos fuzzy (nebulosos)

Lógica fuzzy

Lógica fuzzy: sistema lógico que formaliza o raciocínio aproximado

- variáveis linguísticas
- formas canônicas
- regras se-então
- quantificadores nebulosos
- raciocíonio interpolativo, silogismo, disposicional

Estes elementos não são comuns em lógicas multivalores

Teoria de conjuntos fuzzy

Conjuntos fuzzy: classes com limites não bem delimitados

- aritmética fuzzy
- programação matemática fuzzy
- topologia fuzzy
- grafos fuzzy
- análise fuzzy de dados
- fuzzificação de teorias clássicas

A teoria de conjuntos fuzzy inclui a lógica fuzzy

Histórico

1920: J. Lukasiewicz, E. Post (three-valued and many valued logic)

~1965: L. A. Zadeh (fuzzy sets)

~1972: M. Sugeno (fuzzy measures)

~1974: E.H. Mamdani (fuzzy controller)

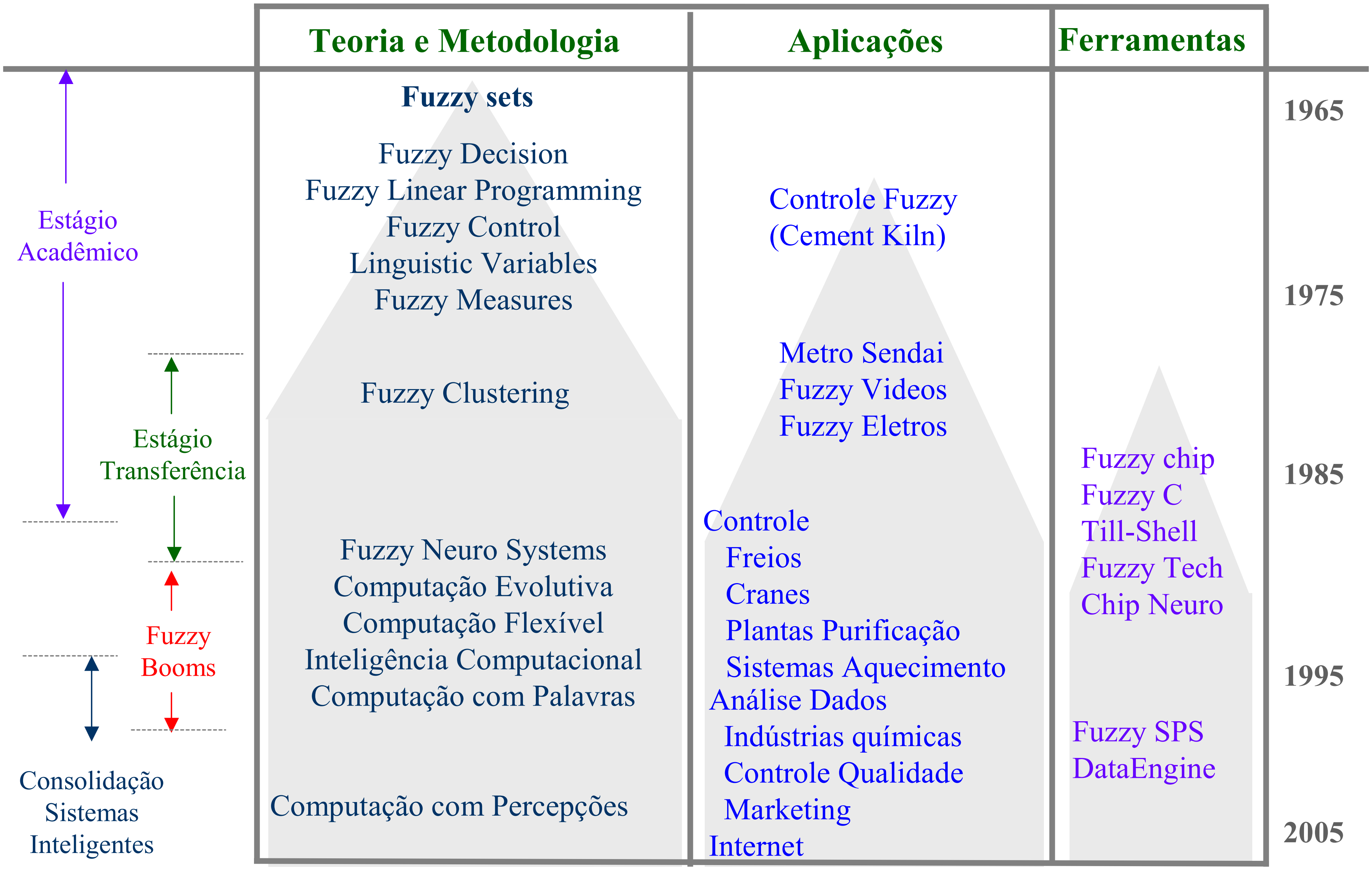
~1982: Primeira aplicação industrial em operação, Dinamarca

~1986: Hitachi subway train controller

~1987: Applicações de sistemas fuzzy no Japão

~1990: Applicações de sistemas fuzzy se difundem pelo mundo

Evolução dos sistemas fuzzy



Fonte: Zimmermann, 1999

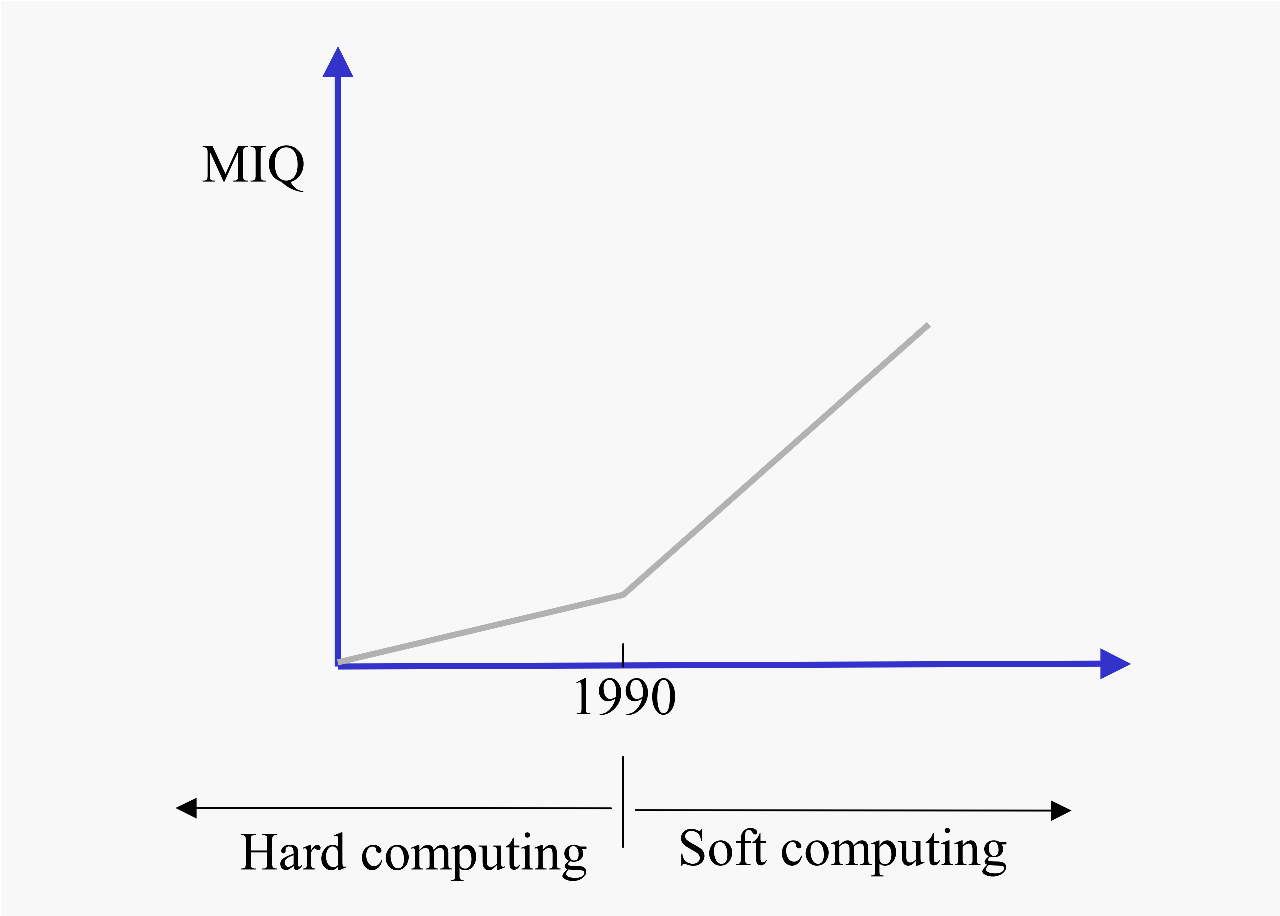
Computação flexível (Soft Computing)

Hard computing

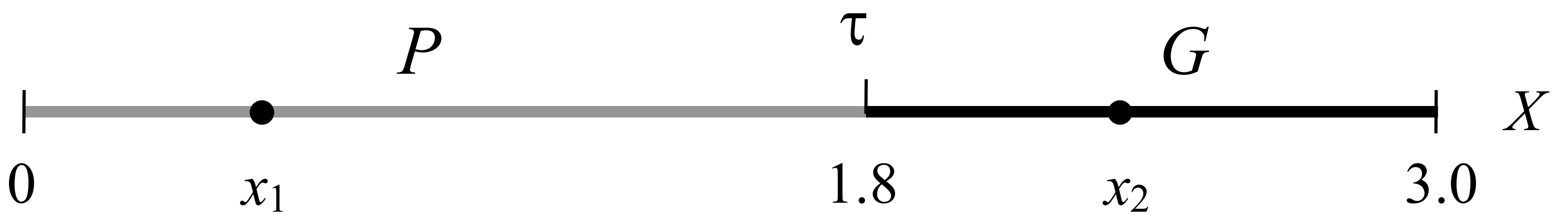
- visão convencional de computação
- imprecisão e incerteza são inconvenientes

Soft computing: tolera imprecisão e incerteza para obter

- tratabilidade
- robustez
- baixo custo
- alto QI
- economia de comunicação


MIQ
1990
Hard computing
Soft computing

Conjuntos e conjuntos fuzzy



Limiar $\tau = 1.8$

Dicotomia

$$P = \{x \in X \mid 0 \leq x \leq 1.8\}$$

$$x_1 \in P, \quad x_1 \notin G$$

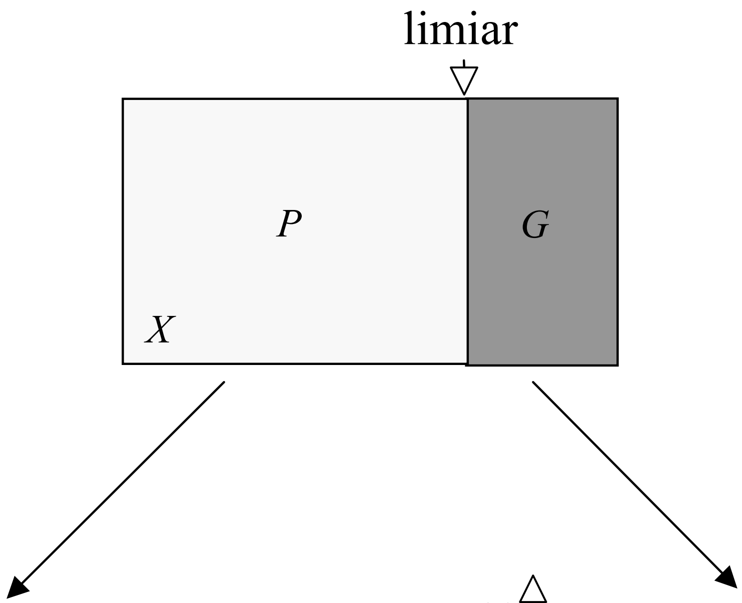
$$G = \{x \in X \mid 1.8 < x \leq 3.0\}$$

$$x_2 \in P, \quad x_2 \notin G$$

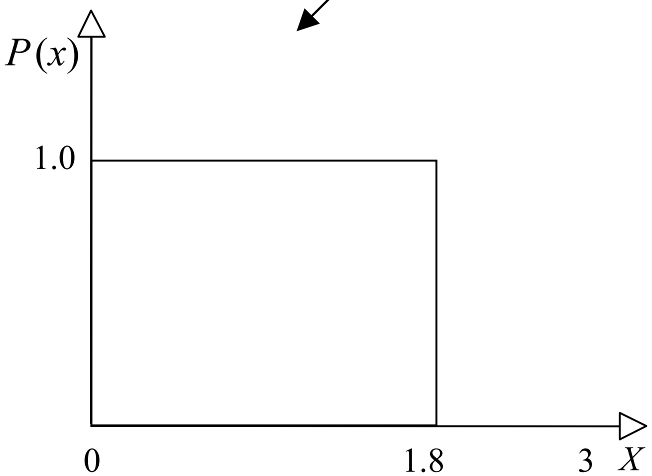
Função característica

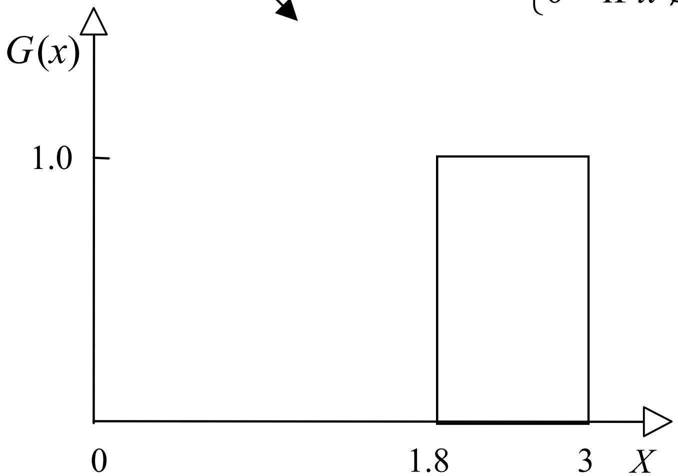
$$A : \mathbf{X} \rightarrow \{0,1\}$$

$$A(x) = \begin{cases} 1 \text{ se } x \in A \\ 0 \text{ se } x \notin A \end{cases}$$

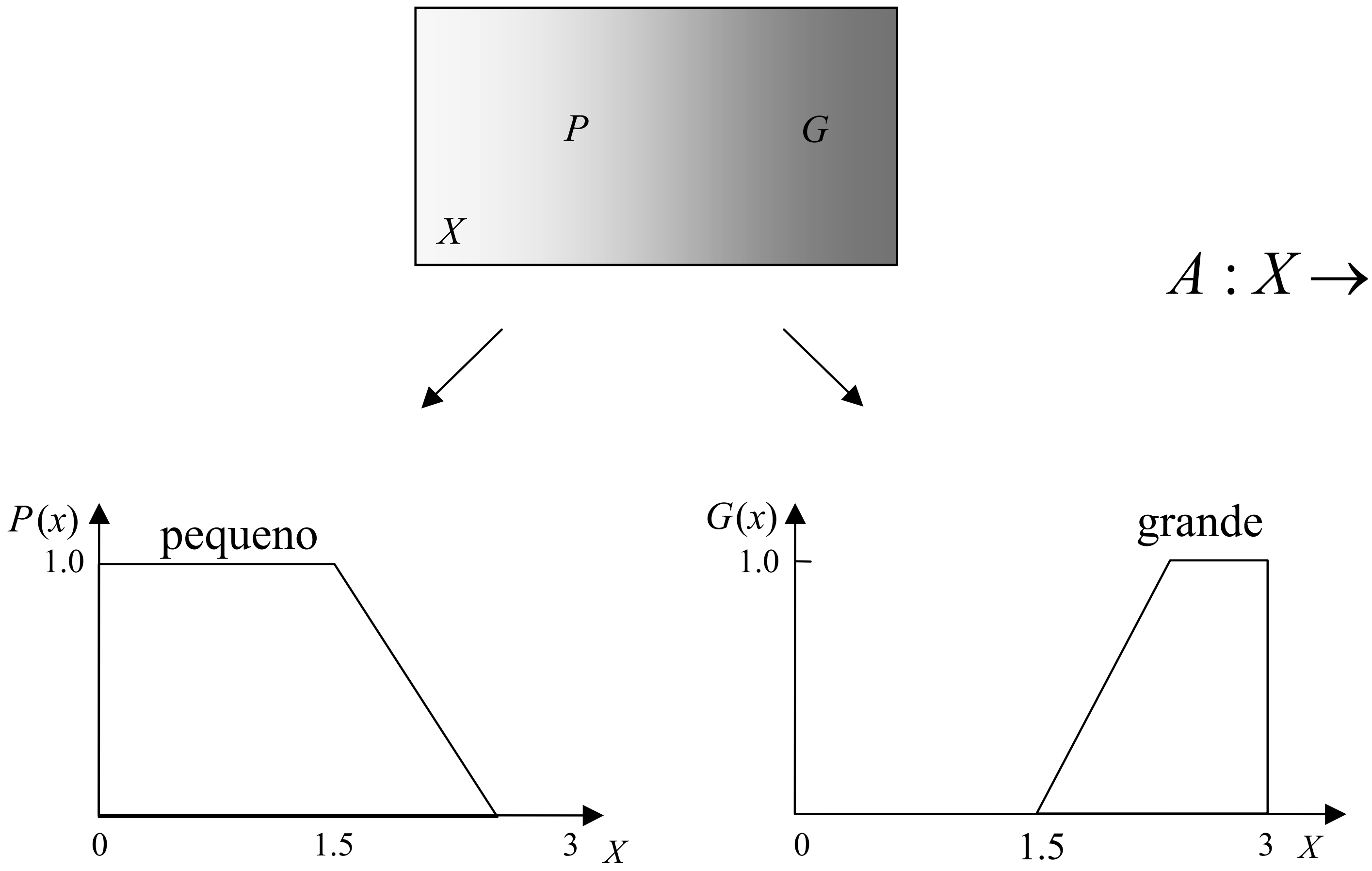


$$G(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \in [1.8,\, 3.0] \\ 0 & \text{if } x \notin [1.8,\, 3.0] \end{cases}$$



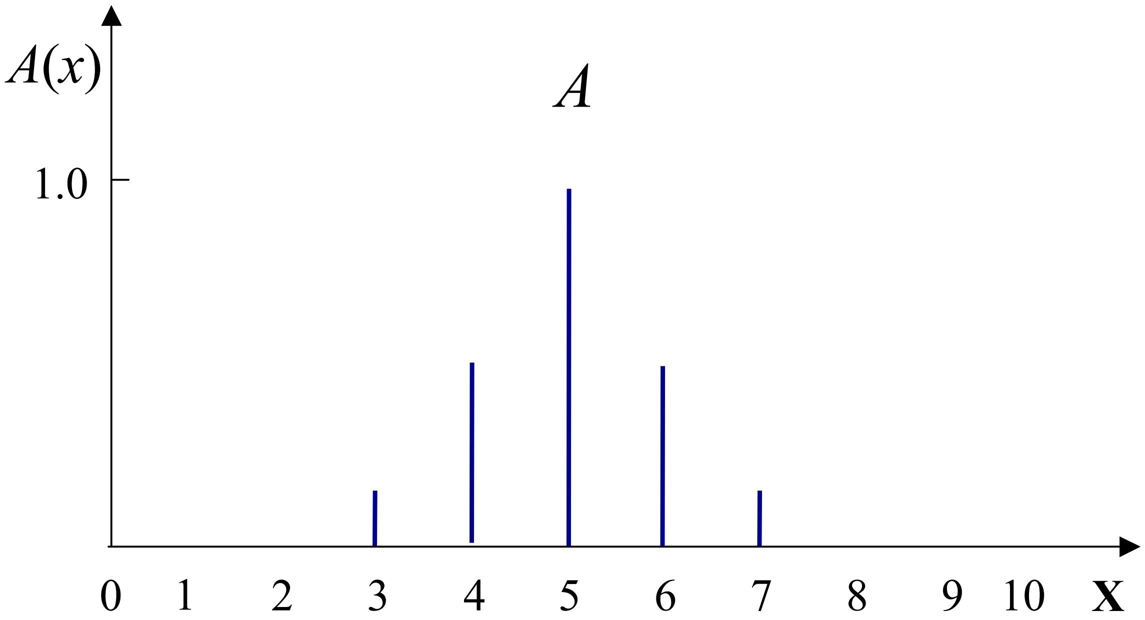


Conjunto fuzzy = Função de pertinência



$$A : X \rightarrow [0,1]$$

Exemplo

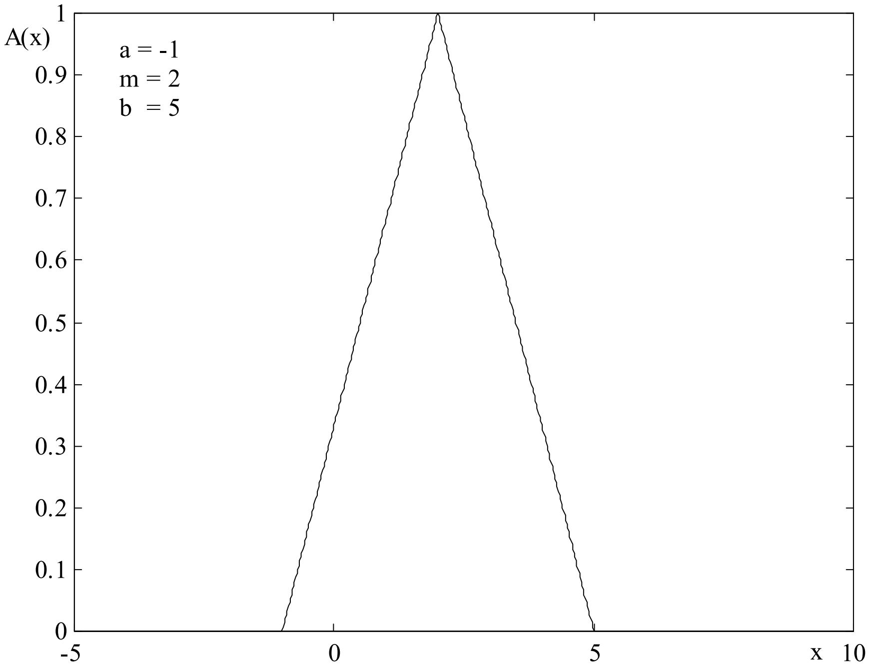


$X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}]$

$\boldsymbol{A} = \{0/0, 0/1, 0/2, 0.2/3, 0.5/4, 1.0/5, 0.5/6, 0.2/7, 0/8, 0/9, 0/10\}$ $A = \{(A(x), x)\}$

$\boldsymbol{A} = [0, 0, 0, 0.2, 0.5, 1.0, 0.5, 0.2, 0, 0, 0]$

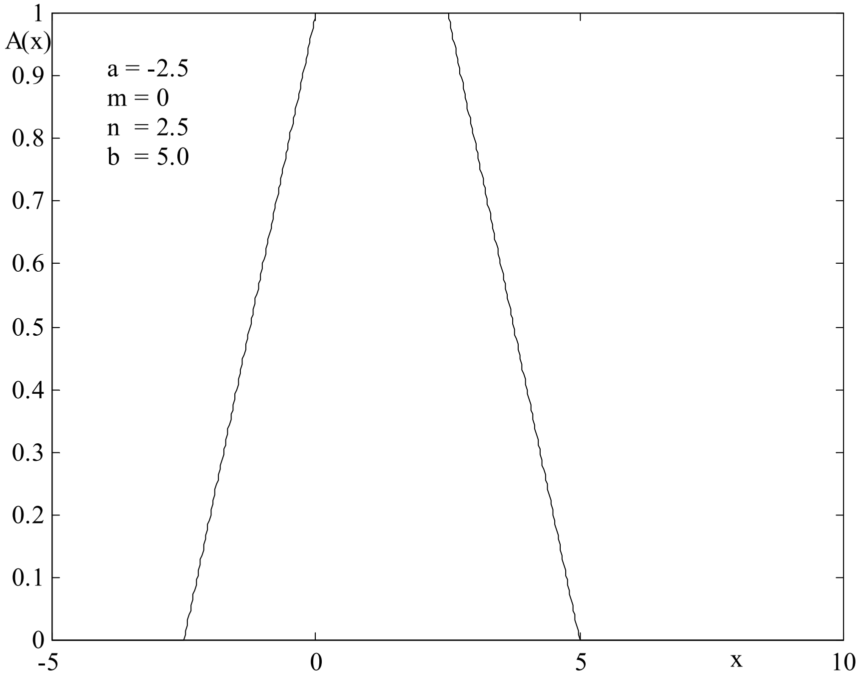
Triangular



$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \le a \\ \dfrac{x-a}{m-a} & \text{if } x \in [a,m] \\ \dfrac{b-x}{b-m} & \text{if } x \in [m,b] \\ 0 & \text{if } x \ge b \end{cases}$$

$$A(x,a,m,b) = \max\{\min[(x-a\}/(m-a),(b-x)/(b-m)],0\}$$

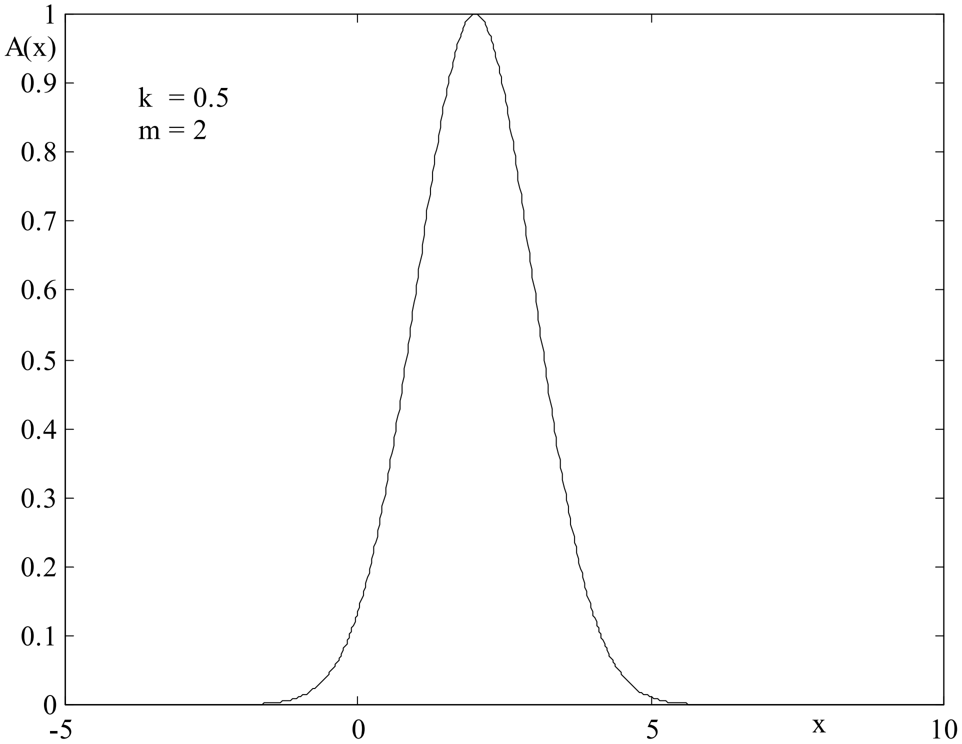
Trapezoidal



$$A(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x < a \\ \dfrac{x-a}{m-a} & \text{if } x \in [a, m) \\ 1 & \text{if } x \in [m, n) \\ \dfrac{b-x}{b-n} & \text{if } x \in [n, b] \\ 0 & \text{if } x > b \end{cases}$$

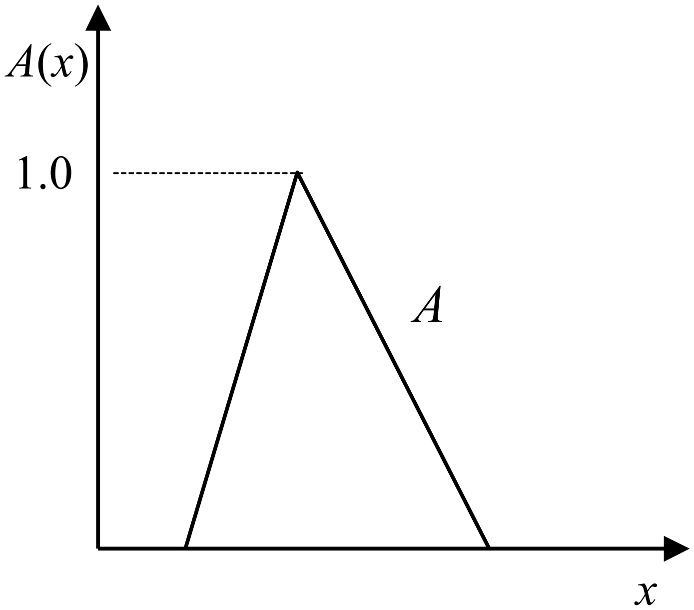
$$A(x, a, m, n, b) = \max\{\min[(x-a\}/(m-a), 1, (b-x)/(b-n)], 0\}$$

Gaussiana

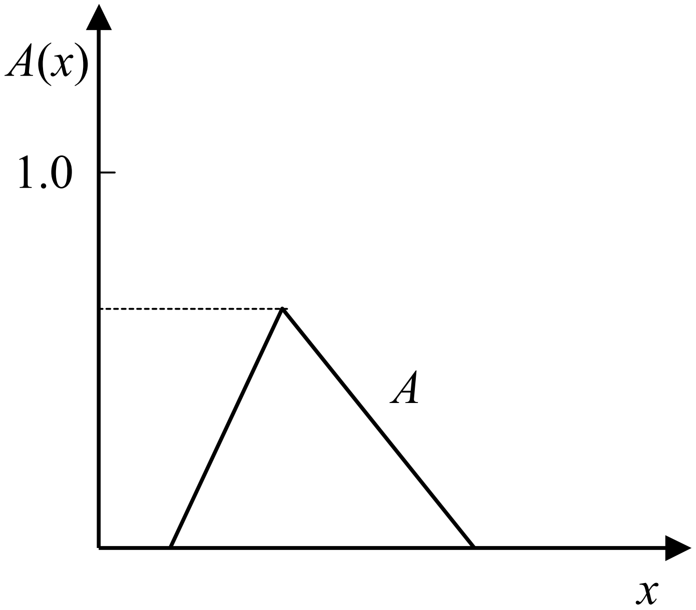


$$A(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{\sigma^2}\right)$$

Conjunto fuzzy normal



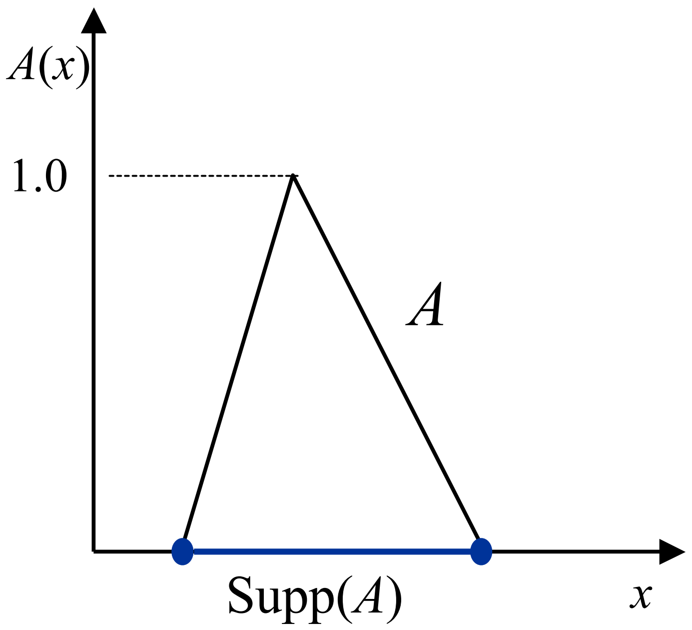
Normal



Subnormal

$$\text{hgt}(A) = 1 \qquad \text{hgt}(A) = \sup_{x \in \mathbf{X}} A(x) \qquad \text{hgt}(A) < 1$$

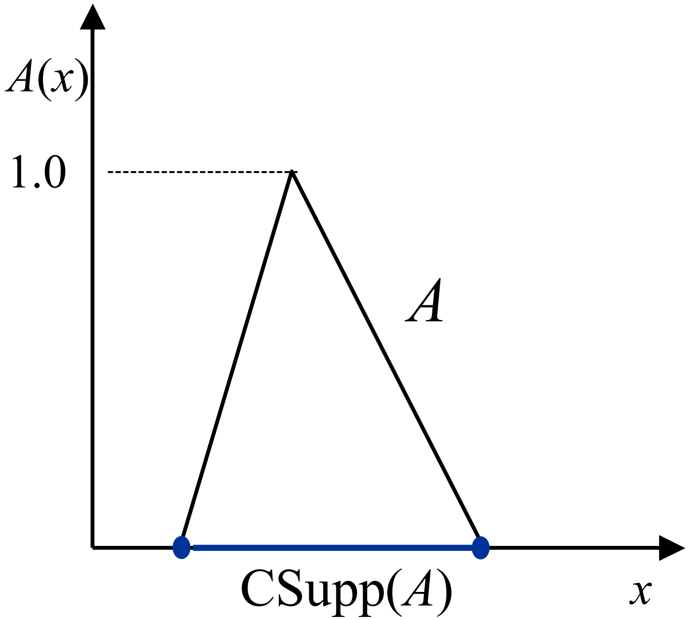
Suporte



$$\text{Supp}(A) = \{x \in X \mid A(x) > 0\}$$

conjunto aberto

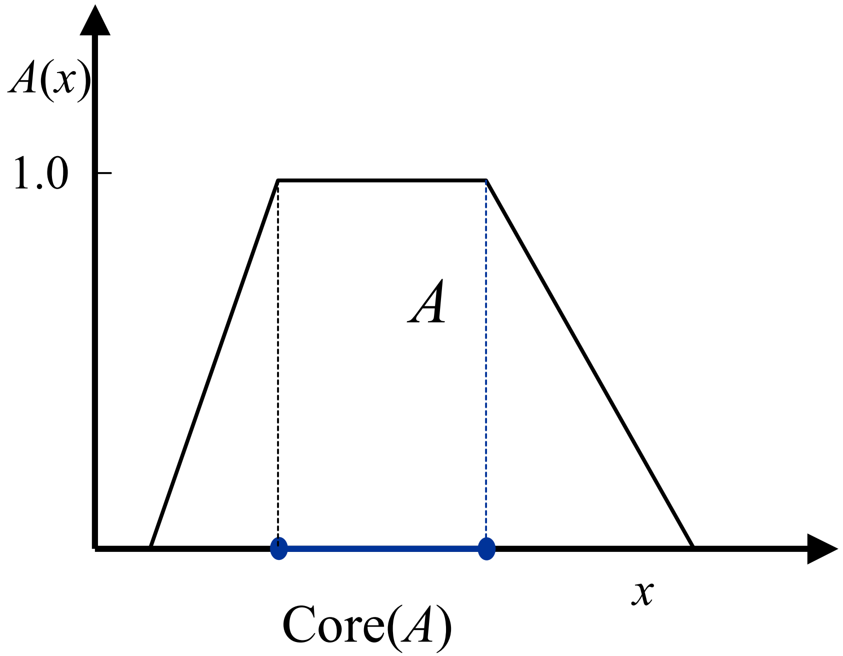
Suporte



$$\text{CSupp}(A) = closure\{x \in X \mid A(x) > 0\}$$

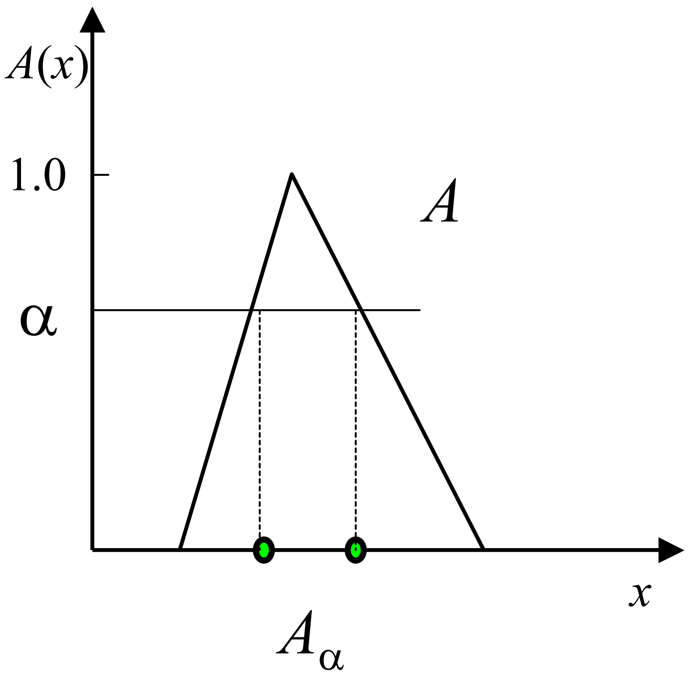
conjunto fechado

Núcleo

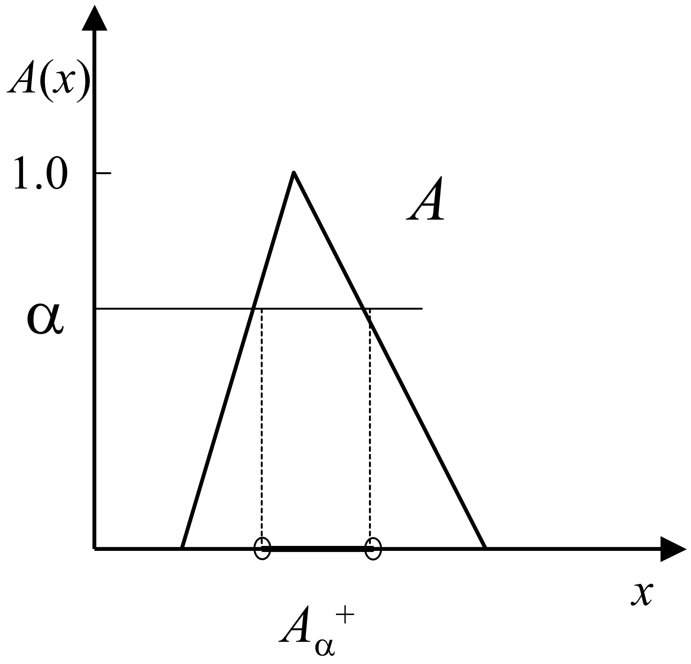


$$\text{Core}(A) = \{x \in X \mid A(x) = 1\}$$

α–corte



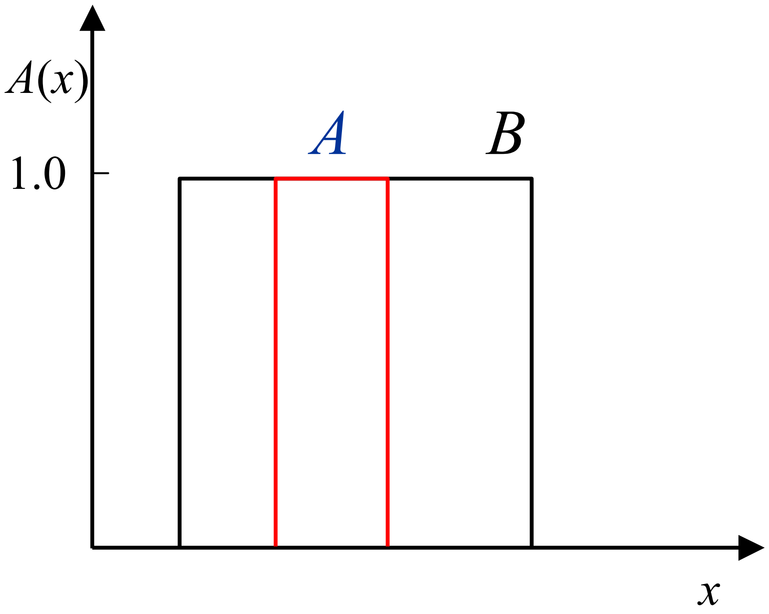
$$A_\alpha = \{x \in X \mid A(x) \geq \alpha\}$$



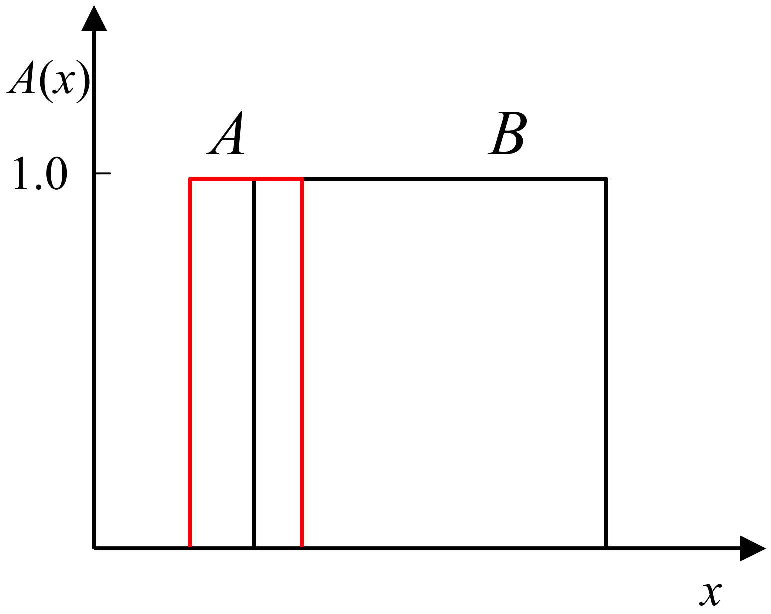
$$A_\alpha^+ = \{x \in X \mid A(x) > \alpha\}$$

Forte

Inclusão

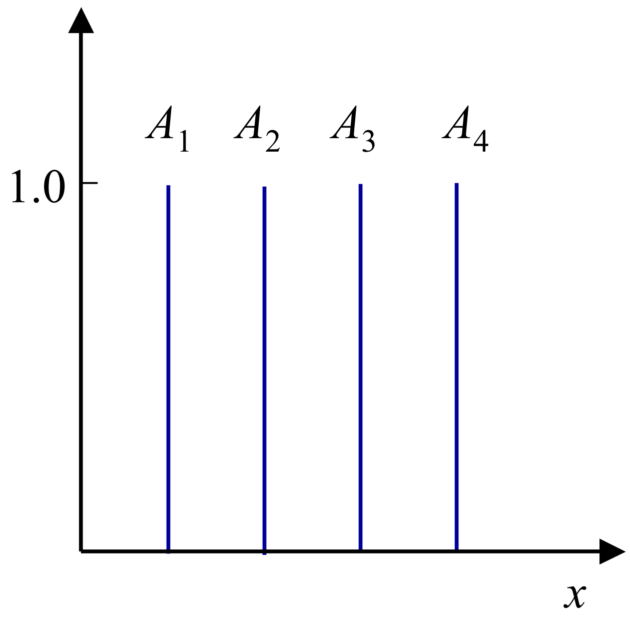


$A \subseteq B$

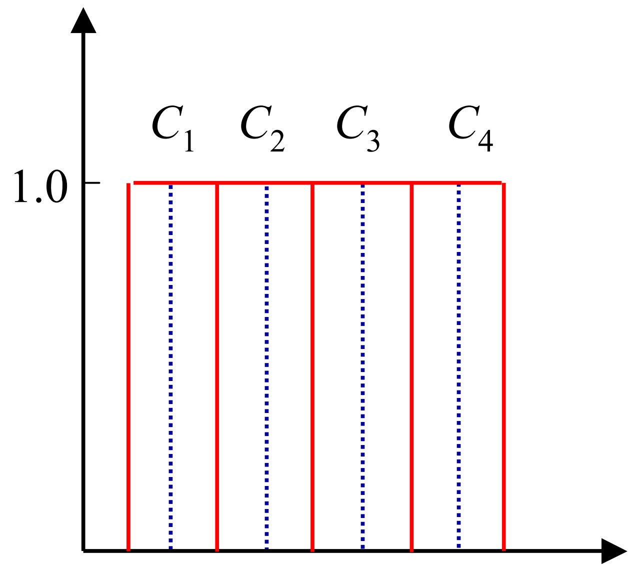


$A \not\subset B$

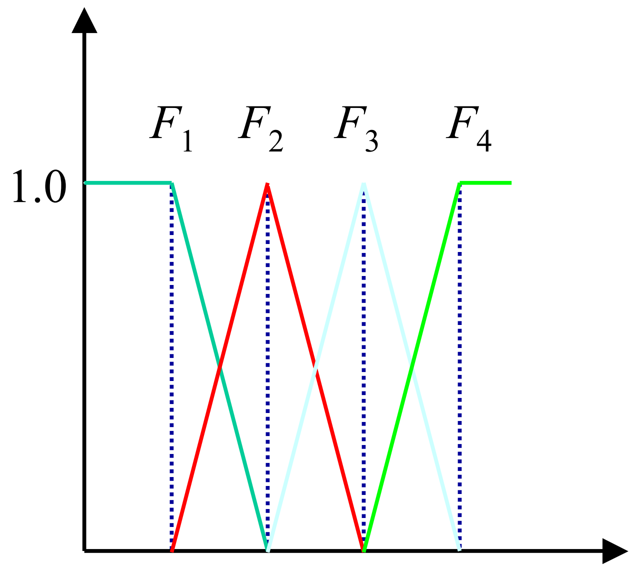
Discretização, quantização, granulação



Discretatização



Quantização



Granulação

Quadro cognitivo

Codificação de entidades conceituais

– familia de termos linguísticos

$\Phi = \{A_1, A_2, \ldots ., A_m\}$

A_i conjunto fuzzy de X, $i = 1, \ldots, m$

Granulação satisfaz restrições semânticas

– cobertura
– sentido semântico

Cobertura

$\Phi = \{A_1, A_2, \dots ., A_m\}$ cobre X se, para qualquer $x \in X$

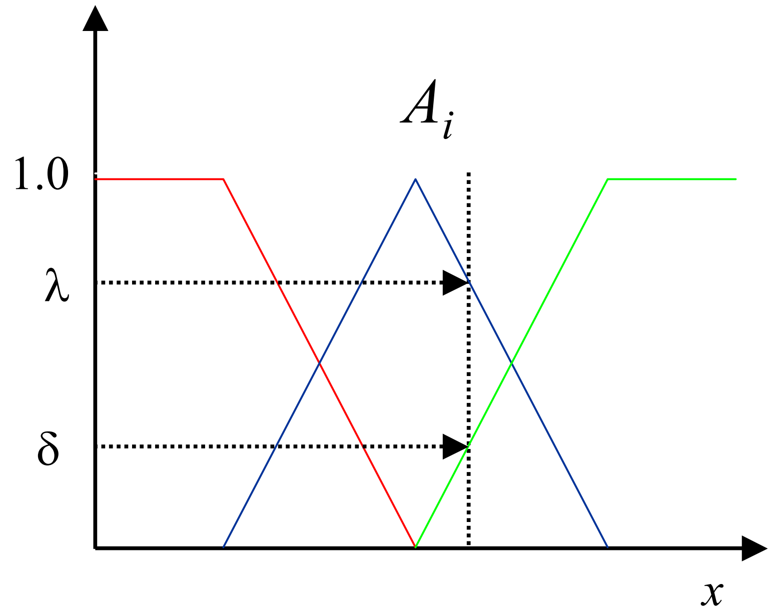
- $\exists i \in \mathrm{I} \mid A_i(x) > 0$
- $\exists i \in \mathrm{I} \mid A_i(x) > \delta$ (δ – cobertura) $\delta \in [0, 1]$
- A_i´s são conjuntos fuzzy de **X**, $i \in \mathrm{I} = \{1, \dots, m\}$

Sentido/significado semântico

Cada A_i, $i \in \mathrm{I} = \{1, \ldots, m\}$ é unimodal e normal

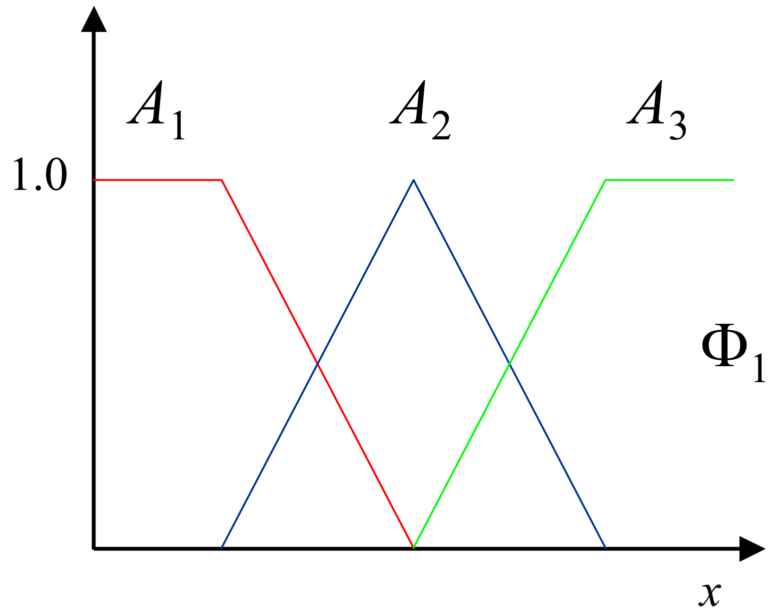
Conjuntos fuzzy A_i são disjuntos o suficiente (λ-sbreposição)

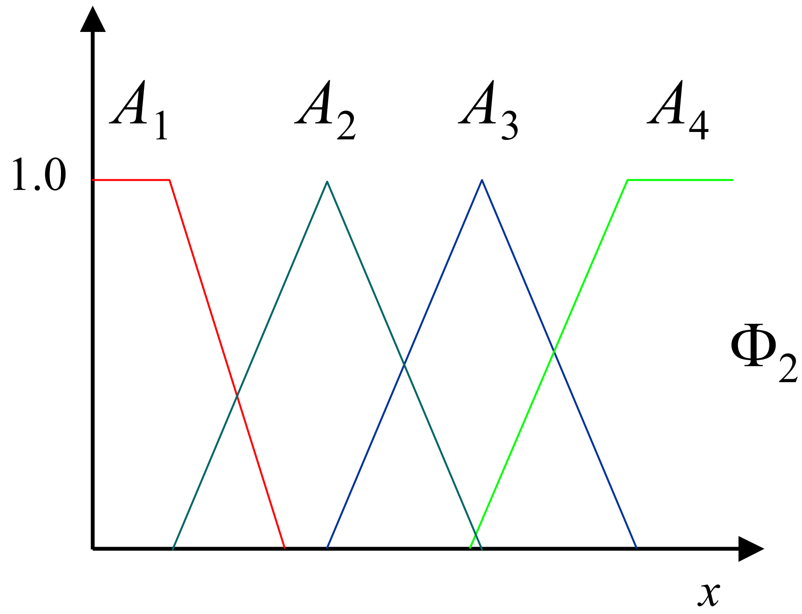
Número de elementos de Φ é baixo



Característica de quadros cognitivos

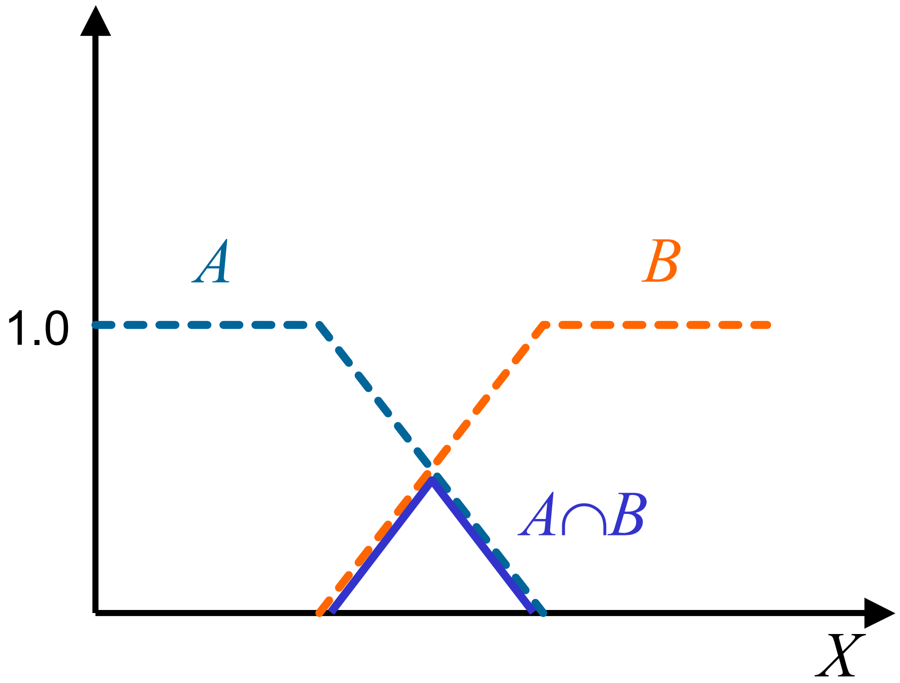
Granularidade de Φ_1 mais fina que Φ_2 se $|\Phi_1| > |\Phi_2|$





Operações com conjuntos fuzzy

Interseção



$$(A \cap B)(x) = \min[A(x), B(x)] = A(x) \wedge B(x) \qquad \forall x \in X$$

Generalização da interseção: t-normas:

$$\mathrm{t}:[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$$

$x\mathrm{t}y = y\mathrm{t}x$	Comutativa
$x\mathrm{t}(y\mathrm{t}z) = (x\mathrm{t}y)\mathrm{t}z$	Associativa
Se $x \leq y$ e $w \leq z$, então $x\mathrm{t}w \leq y\mathrm{t}z$	Monotônica
$x\mathrm{t}1 = x \quad e \quad 0\mathrm{t}x = 0$	Contorno

Exemplos

$1-\; x\mathrm{t}_4 y = xy$ Produto Algébrico

$2-x\mathrm{t}_2 y = \max[0,(1+p)(x+y-1)-pxy),\;\; p \geq -1$ Dif. Limitada $(p=0)$

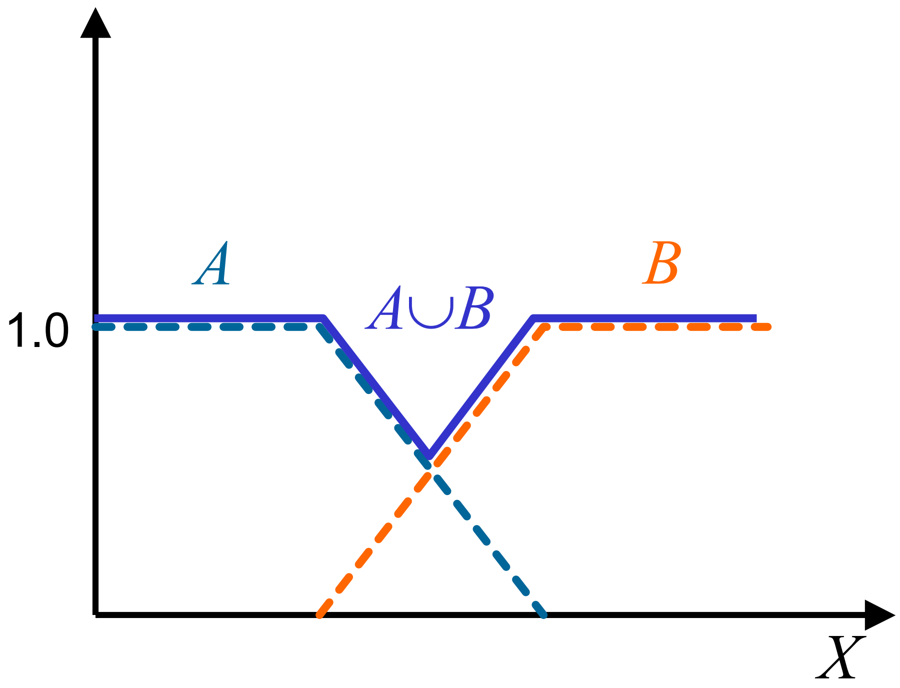
$$3-x\mathrm{t}_{11}y = \begin{cases} x & \text{se } y=1 \\ y & \text{se } x=1 \\ 0 & \textit{caso contrário} \end{cases}$$ Produto Drástico

Propriedades

$x\mathrm{t}_{11}y \leq x\mathrm{t}y \leq \min(x,y)$

$\min(x{,}x) = x$ única $\mathrm{t}-$norma idempotente

União



$$(A \cup B)(x) = \max[A(x), B(x)] = A(x) \vee B(x) \qquad \forall x \in X$$

Generalização da união: s-normas (t-conormas)

$$s : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

$x s y = y s x$	Comutativa
$x s (y s z) = (x s y) s z$	Associativa
Se $x \leq y$ e $w \leq z$, então $x s w \leq y s z$	Monotônica
$x s 1 = 1 \quad e \quad 0 s x = x$	Contorno

Exemplos

$$1 - x s_4 y = x + y - xy$$ Soma Probabilística

$$2 - x s_2 y = \min[1, (x + y + pxy), \ \ p \geq 0$$ Soma Limitada ($p = 0$)

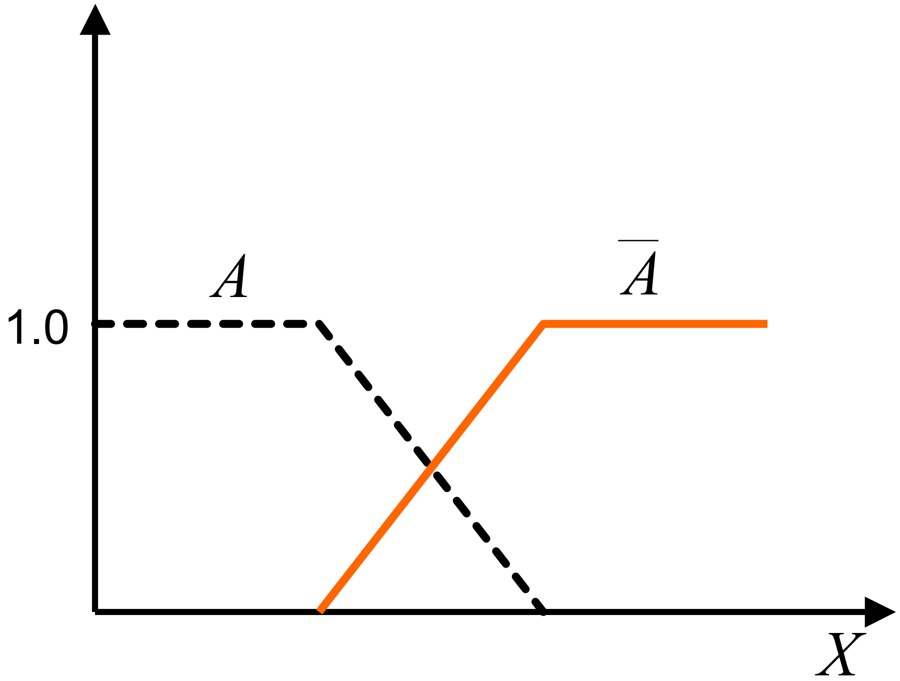
$$3 - x s_{11} y = \begin{cases} x & \text{se } y = 0 \\ y & \text{se } x = 0 \\ 1 & \textit{caso contrário} \end{cases}$$ Soma Drástica

Propriedades

$$\max(x, y) \leq x s y \leq x s_{11} y$$

$$\max(x,x) = x \quad \text{única s} - \text{norma idempotente}$$

Complemento

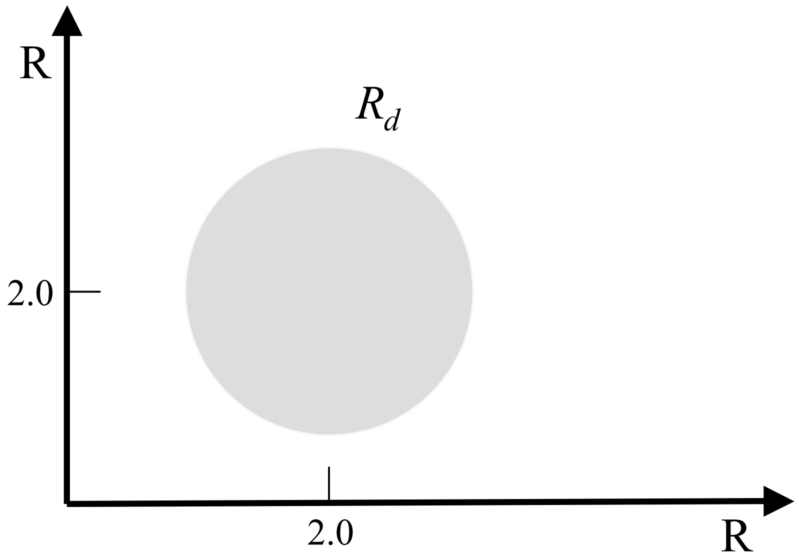


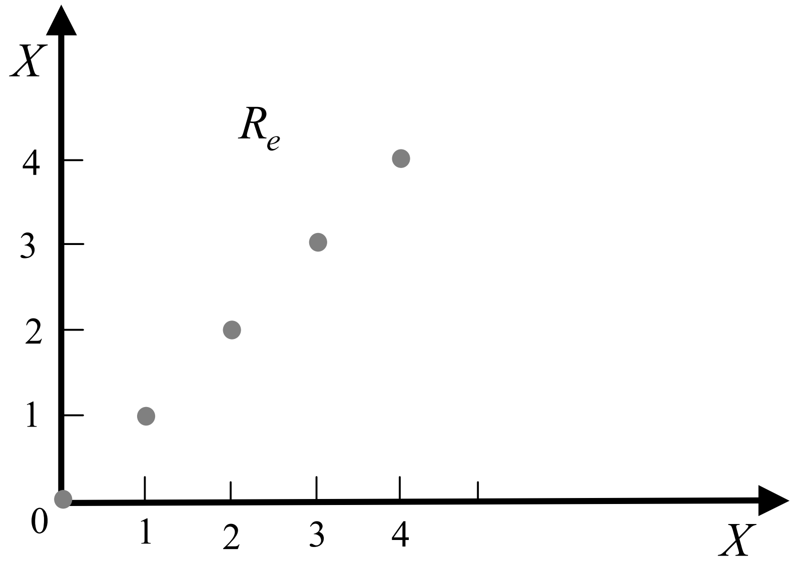
$$\overline{A}(x) = 1 - A(x) \qquad \forall x \in X$$

Relações fuzzy

Relação $R: X \times Y \rightarrow \{0,1\}$

$$R(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{se} \quad (x,y) \in R \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$





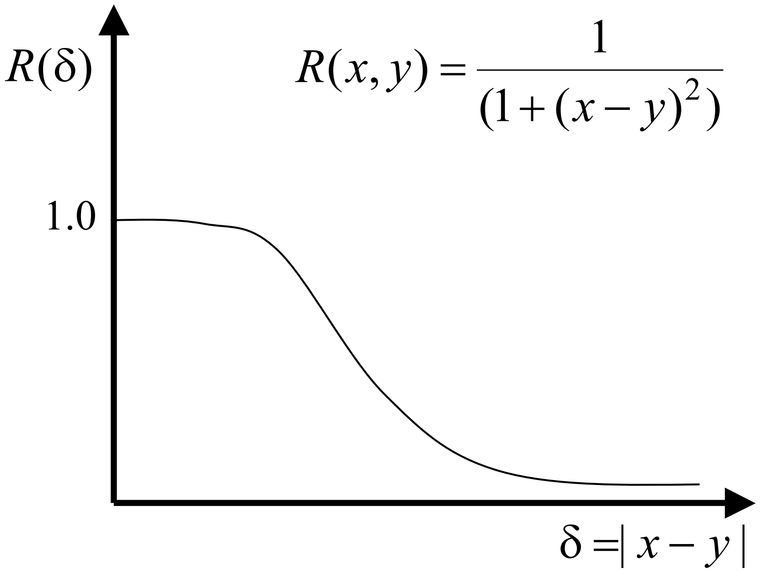
$$R_d(x,y) = \{x \in \mathrm{R}^2 \mid (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 \leq 1$$

$$R_e = \{(x,y) \in X \times X \mid x = y\}, \quad X = \{0,1,2,3,4\}$$

Relações fuzzy

Relação fuzzy $R: X \times Y \rightarrow [0,1]$

$$R(x,y) = \frac{1}{(1+(x-y)^2)}$$

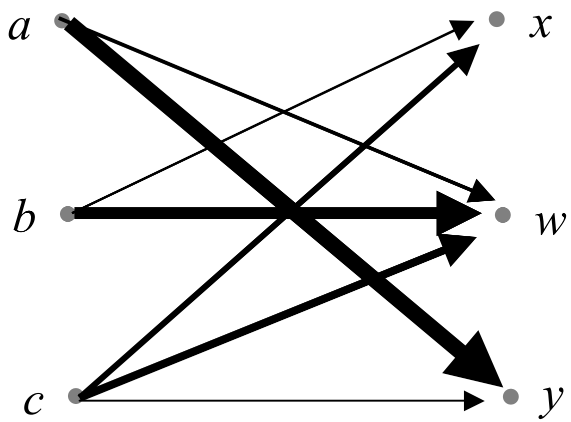


R: x aproximadamente igual a y

Exemplo

$$X = \{a, b, c\}$$

$$Y = \{x, w, y\}$$



$$R(x, y) = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{cc} \begin{array}{ccc} x & w & y \end{array} & \\ \begin{bmatrix} 0.0 & 0.4 & 1.0 \\ 0.3 & 0.9 & 0.0 \\ 0.5 & 0.7 & 0.2 \end{bmatrix} & \begin{array}{c} a \\ b \\ c \end{array} \end{array}$$

Composição de relações fuzzy

$$R : X \times Y \rightarrow [0,1]; \qquad G : X \times Z \rightarrow [0,1]; \qquad W : Z \times Y \rightarrow [0,1]$$

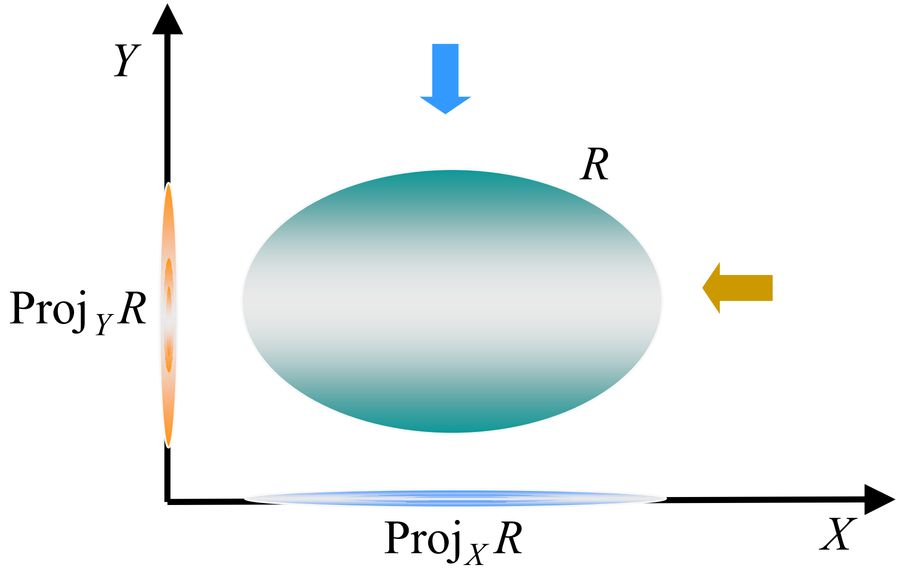
$$1 - \text{Composição sup} - \text{t}: \quad R(x,y) = \underset{z \in Z}{sup}\,[G(x,z)\,\text{t}\,W(z,y)] \qquad R = G \circ W$$

$$2 - \text{Composição inf} - \text{s}: \quad R(x,y) = \underset{z \in Z}{inf}\,[G(x,z)\,\text{s}\,W(z,y)] \qquad R = G \bullet W$$

Projeção de relações fuzzy

$$R_X(x) = \text{Proj}_X R(x) = \sup_{y \in Y} R(x, y)$$

$$R_Y(y) = \text{Proj}_Y R(y) = \sup_{x \in X} R(x, y)$$



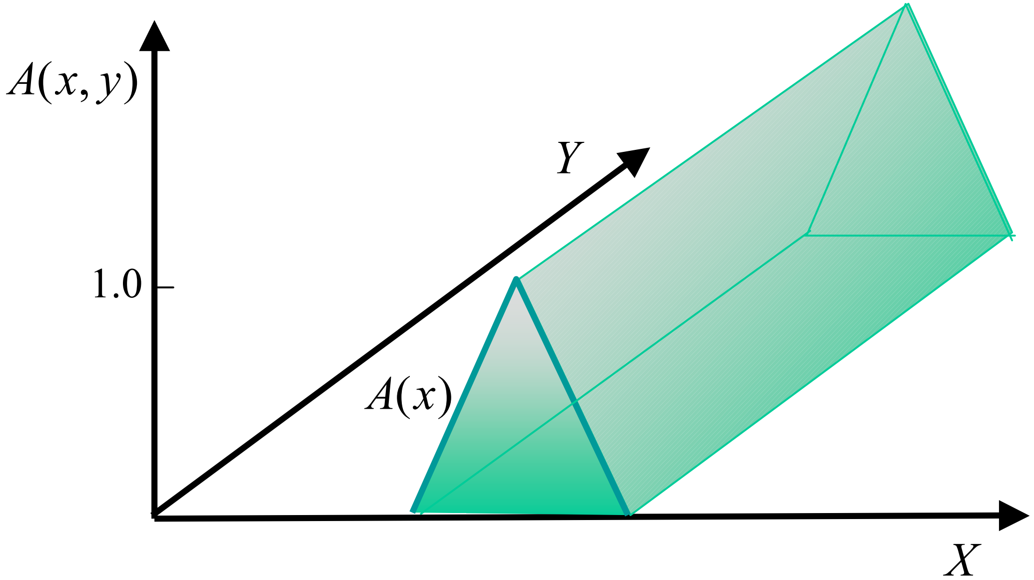
Exemplo

$$R(x, y) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0.3 & 0.6 \\ 0.8 & 0.1 & 1 & 0 \\ 0.9 & 0.7 & 0 & 0.5 \\ 0.9 & 0 & 0.3 & 0.7 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0.9 \\ 0.9 \end{bmatrix} \ \text{Proj}_X R$$

$$\begin{bmatrix} 0.9 & 1.0 & 1.0 & 0.7 \end{bmatrix}$$

$$\text{Proj}_Y R$$

Extensão cilíndrica

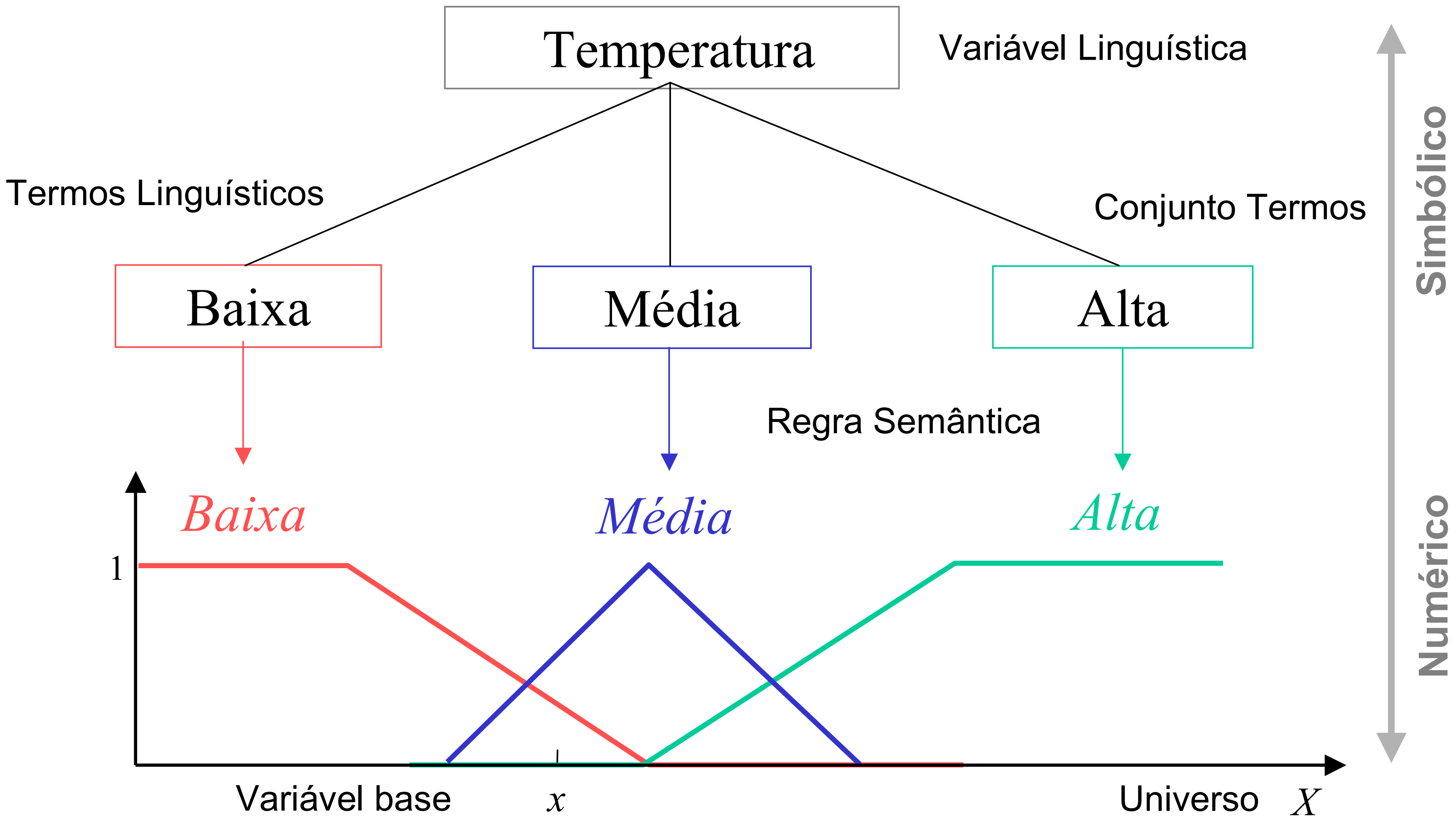


$$\mathrm{cyl}A : X \times Y \to [0,1]$$

$$\mathrm{cyl}A(x, y) = A(x), \quad \forall y \in Y$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.9 \\ 1.0 \\ 0.6 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{cyl}A(x, y) = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.9 & 0.9 & 0.9 & 0.9 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$$

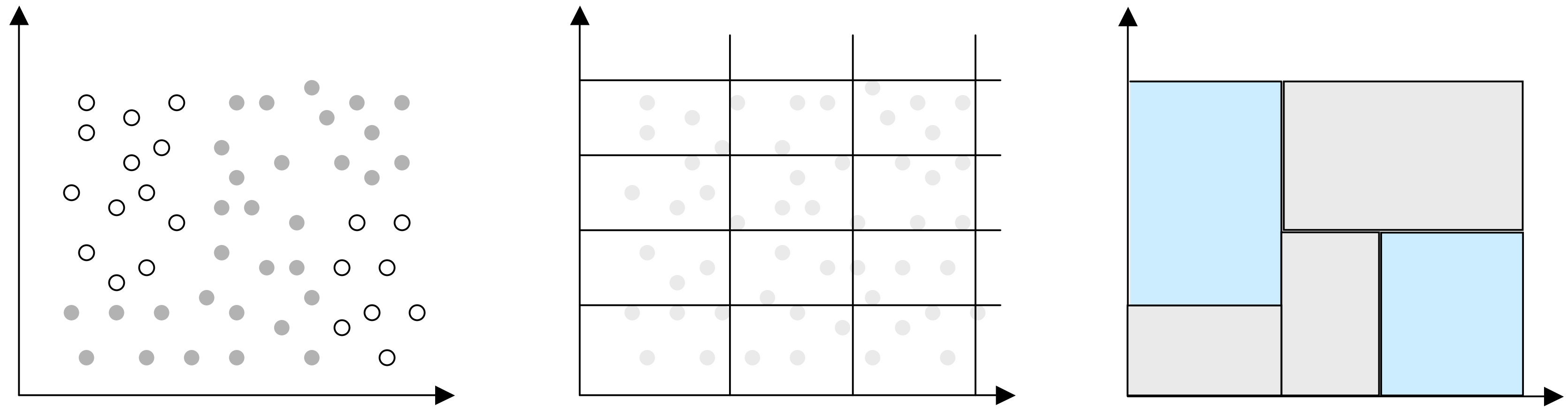
Variáveis linguísticas



$$(X, T(\mathrm{X}), \mathrm{X}, G, M)$$

Sistemas baseados regras fuzzy

Introdução



Dados — **Números**

Informação — **Granularização**

Conhecimento — **Regras Se - Então**

Conhecimento

– coleção de proposições em uma linguagem

Sintaxe

Proposição básica: O (atributo) do (objeto) é (valor)

Forma canônica: p : X is *A*

Exemplo: Temperatura do forno é alta

temperatura (*forno*) é *alta*

p : T is *H*

variável com valor restrito:	*temperatura*
restrição induzida:	*alta*
caracterização:	conjunto fuzzy *alta* (*H*)

Proposições compostas

Proposição composta: conjunções e/ou disjunções proposições básicas

Forma canônica:

p : X_1 is A_1 and X_2 is A_2 ..... and X_n is A_n $\rightarrow$ P

q : X_1 is A_1 or X_2 is A_2 ..... or X_n is A_n $\rightarrow$ Q

$A_1, A_2 \ldots\ldots A_n$ conjuntos fuzzy em X_1, X_2, ... , X_n

P e Q são relações em $X_1 \times X_2 \times \ldots\ldots \times X_n$

$$P(x_1,\ldots,x_n) = \mathop{\mathrm{T}}_{i=1}^{n}[A_i(x_i)]$$

p : (X_1, X_2 ....., X_n) is P

$$Q(x_1,\ldots,x_n) = \mathop{\mathrm{S}}_{i=1}^{n}[A_i(x_i)]$$

q : (X_1, X_2 ....., X_n) is Q

Regras Se – Então

Proposições condicionais

Forma canônica:

– Se <antecedente> Então <consequente>

– antecedente: proposição fuzzy
– consequente: proposição fuzzy

Exemplos

p : Se X_1 is A_1 and X_2 is A_2 ..... and X_n is A_n Então Y_1 is B_1 and Y_2 is B_2 ... And Y_m is B_m

q : Se X_1 is A_1 or X_2 is A_2 ..... or X_n is A_n Então Y_1 is B_1 or Y_2 is B_2 ..... or Y_m is B_m

$A_1, A_2, \ldots, A_n$ conjuntos fuzzy em $X_1, X_2, \ldots, X_n$

$B_1, B_2, \ldots, B_m$ conjuntos fuzzy em $Y_1, Y_2, \ldots, Y_m$

p e q: relações P e Q em $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n \times Y_1 \times \ldots \times Y_m$

$$P(x_1,...,x_n,y_1,...,y_m) = f(P_a(x_1,...,x_n),P_c(y_1,...,y_m))$$

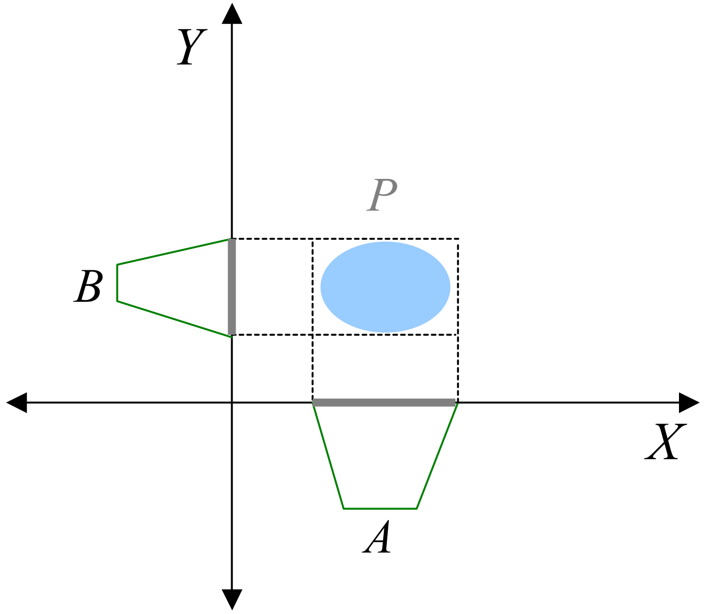
$$Q(x_1,...,x_n,y_1,...,y_m) = f(Q_a(x_1,...,x_n),Q_c(y_1,...,y_m))$$

p : (X_1, X_2, ..., X_n, Y_1, ..., Y_m) is P

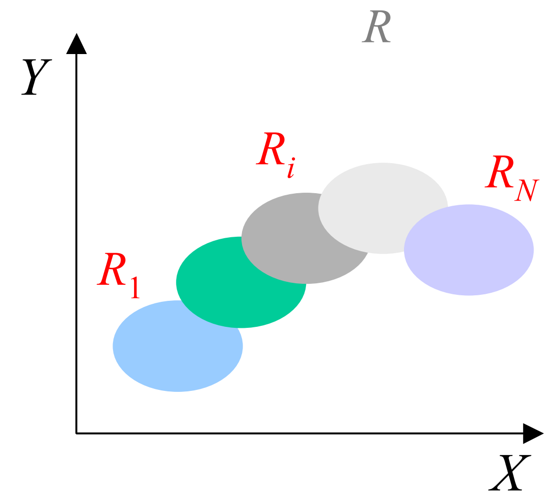
q : (X_1, X_2, ..., X_n, Y_1, ..., Y_m) is Q

- P e Q: relações em $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_n \times Y_1 \times \ldots \times Y_m$ induzidas por p e q
- P_a, Q_a e P_c, Q_c: relações induzidas pelo antecedente e consequente
- f define o significado da regra:
  - implicação fuzzy
  - conjunção (t-normas)
  - disjunção (s-normas)

$P:$ Se X is A Então Y is B



$$R: \begin{array}{l} \text{Se X is } A_1 \text{ Então Y is } B_1 \\ \text{Se X is } A_2 \text{ Então Y is } B_2 \\ \vdots \\ \text{Se X is } A_N \text{ Então Y is } B_N \end{array}$$



$$R = \bigwedge_{i=1}^{N} R_i$$

Semântica de regras Se – Então

1 – Conjunção fuzzy

$f_t : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]; \;\; f_t(A(x), B(x)) = A(\mathrm{x}) \text{ t } B(x), \; \forall (x,y) \; X \times Y$

– $f_c(A(x), B(x)) = A(\mathrm{x}) \wedge B(x)$ Mamdani

– $f_p(A(x), B(x)) = A(\mathrm{x}) \,.\, B(x)$ Larsen

2 – Disjunção fuzzy

$f_s : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]; \;\; f_t(A(x), B(x)) = A(\mathrm{x}) \text{ s } B(x), \; \forall (x,y) \; X \times Y$

3-Implicação fuzzy

$f_i : [0,1]^2 \rightarrow [0,1]$ tal que, $\forall (x,y) \;\; X \times Y$

- monotônica no segundo: $B(y_1) \leq B(y_2) \rightarrow f_i(A(x), B(y_1)) \leq f_i(A(x), B(y_2))$

- dominância da falasidade: $f_i(0, B(y)) = 1$

- neutralidade da verdade: $f_i(1, B(y)) = B(y)$

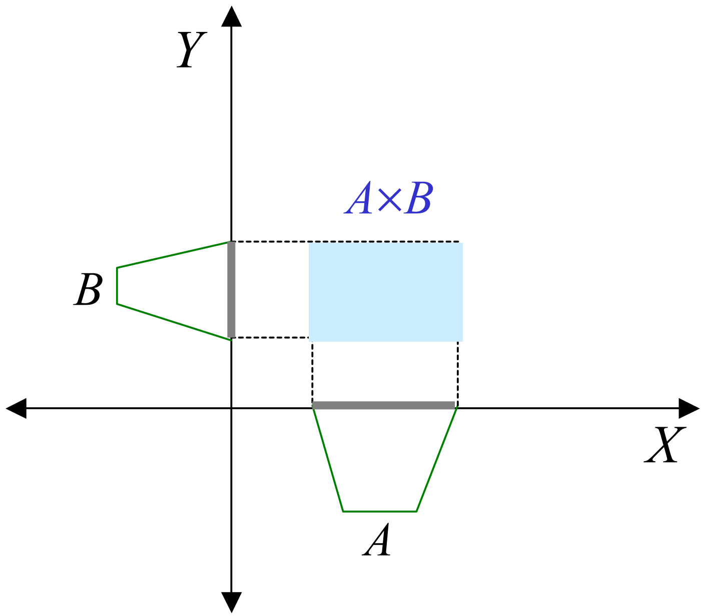
Grafos fuzzy

P : Se X is A Então Y is B

(X,Y) is $A \times B$

$A \times B = A$ t B

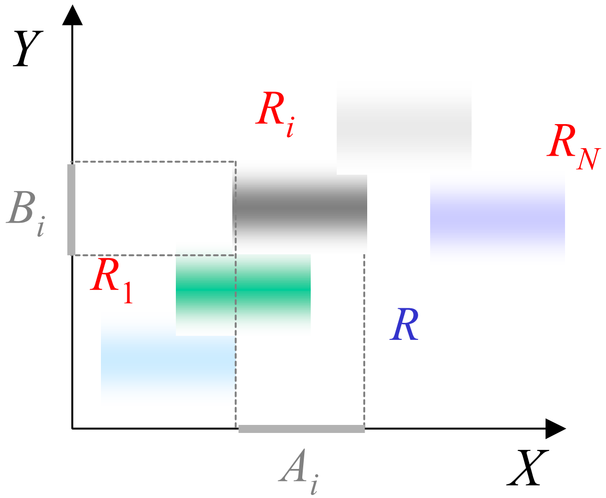
Regra



Ponto fuzzy
ou
grânulo

$$R: \quad \begin{array}{l} \text{Se X is } A_1 \text{ Então Y is } B_1 \\ \text{Se X is } A_2 \text{ Então Y is } B_2 \\ \vdots \\ \text{Se X is } A_N \text{ Então Y is } B_N \end{array}$$

Base de regras



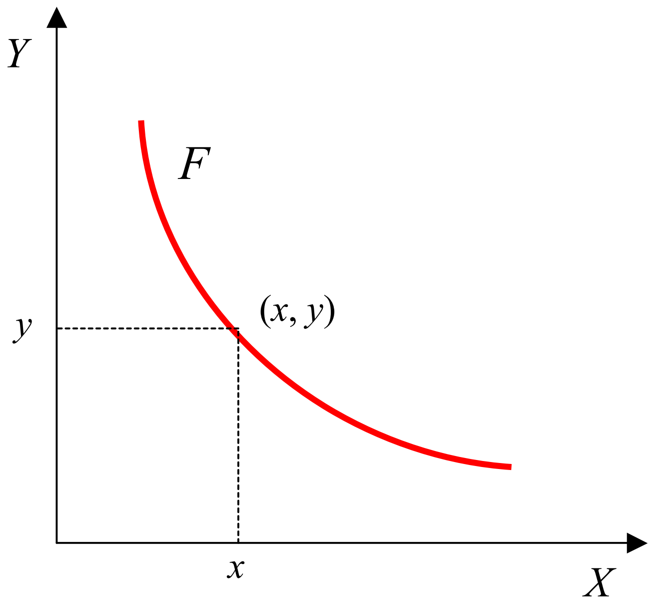
Relação fuzzy

$$(\mathrm{X},\mathrm{Y}) \text{ is } \Big(\sum_{i=1}^{N} A_i \times B_i\Big) \equiv (\mathrm{X},\mathrm{Y}) \text{ is } \sum_{i=1}^{N} R_i \equiv (\mathrm{X},\mathrm{Y}) \text{ is } R$$

Grafo de uma função

Função: $y = f(x);\quad f: X \rightarrow Y$

Grafo: $F = \{\ (x,y)\ /\ y = f(x),\ x \in X,\ y \in Y\ \}$

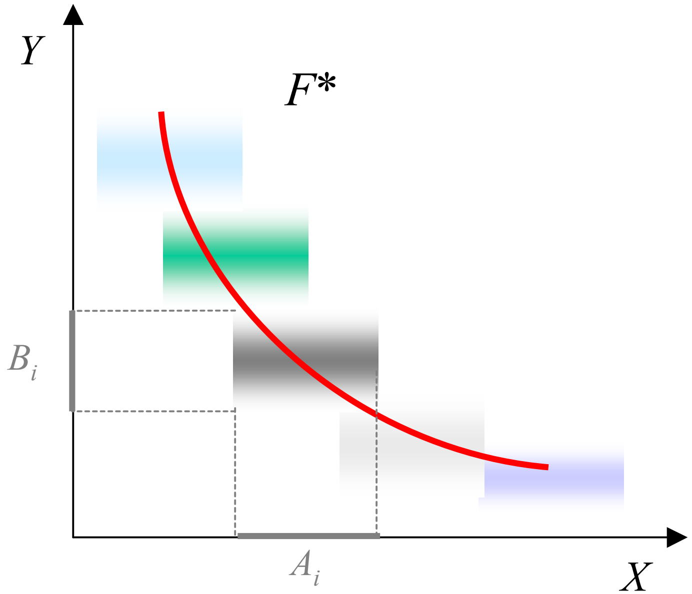


Grafo de uma função

Grafo fuzzy

Função: $y = f(x); \qquad f : X \rightarrow Y$

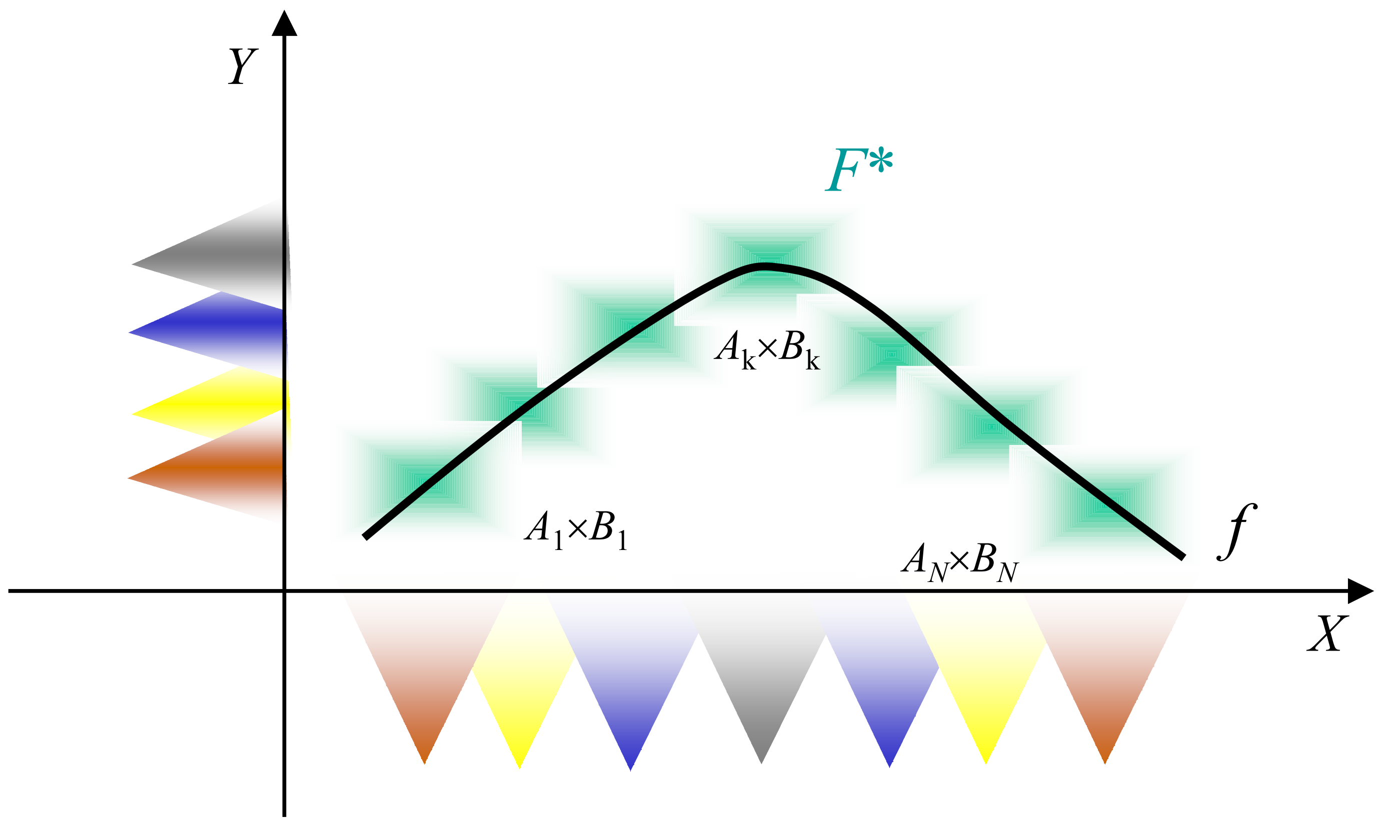
Grafo fuzzy: F^* = representação aproximada, **granular** da função f



Grafo fuzzy

$$F^*(x,y) = \overset{N}{\underset{i=1}{\mathrm{S}}}[A_i(x)\,\mathrm{t}\,B_i(y)], \qquad \forall (x,y) \in X \times Y$$

Grafo fuzzy

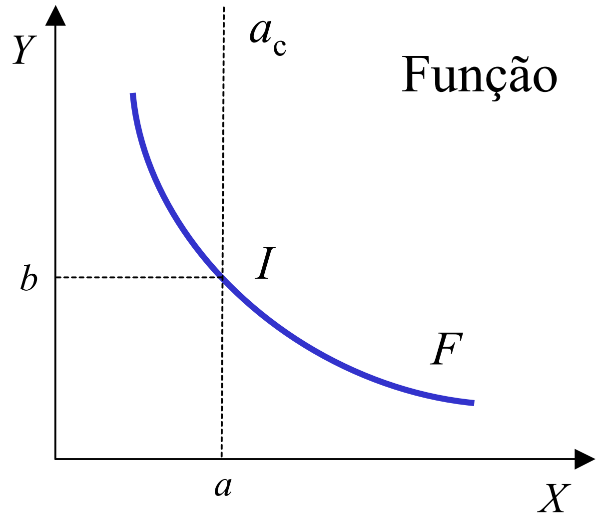


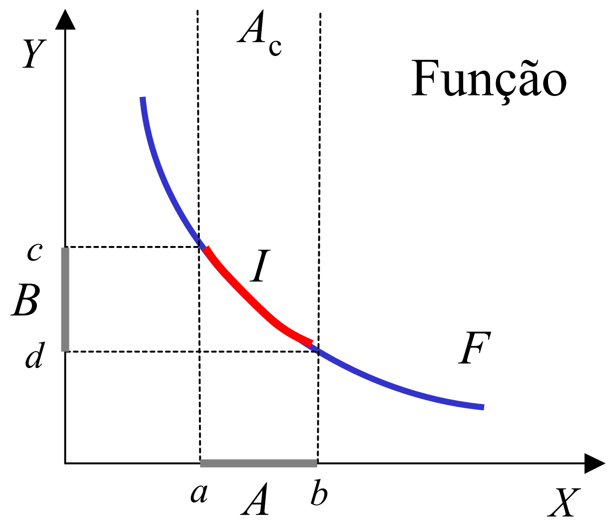
$F^* = \sum_k A_k \times B_k \;\rightarrow\;$ grafo fuzzy $\;\rightarrow\;$ relação nebulosa em $X \times Y$

F^*: aproximação granular de f

$F^* = \sum_k R_k = R$

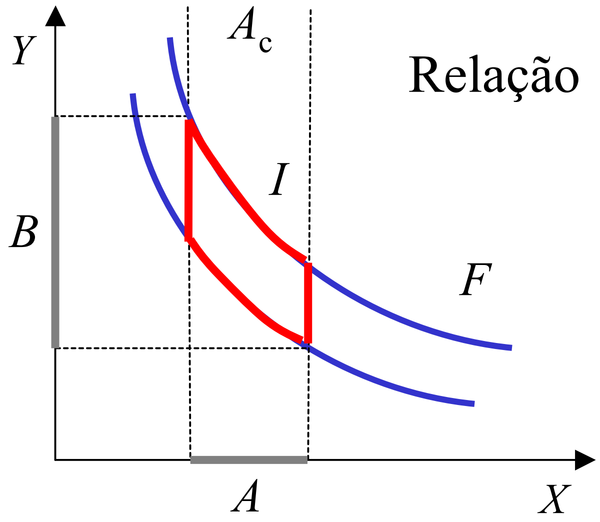
Inferência e raciocínio aproximado

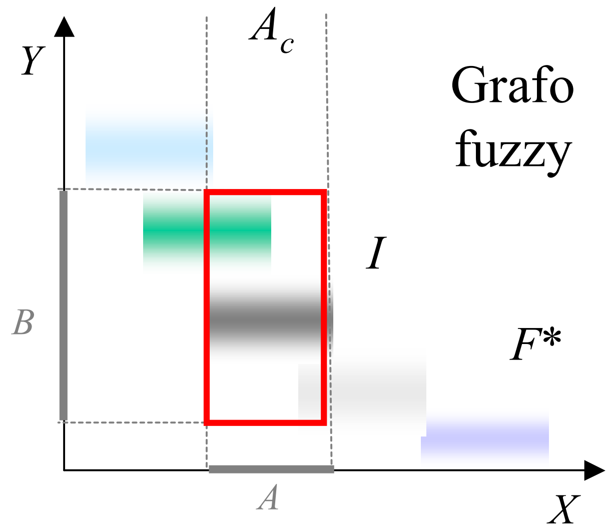




$$\frac{\begin{array}{l} x = a \\ y = f(x) \end{array}}{y = b}$$

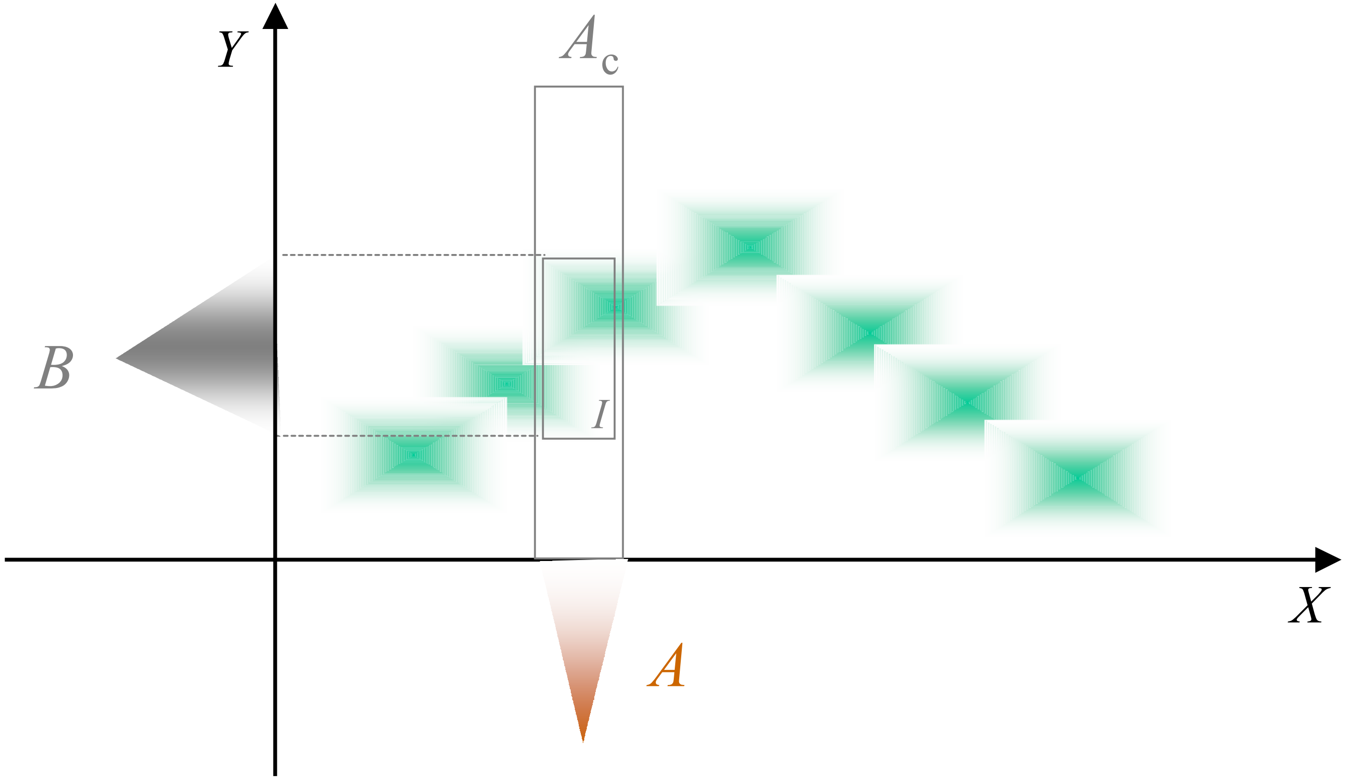
$$\frac{\begin{array}{l} x \text{ is } A \\ (x, y) \text{ is } F \end{array}}{y \text{ is } B}$$





$$\frac{\begin{array}{l} x \text{ is } A \\ (x,y) \text{ is } F \end{array}}{y \text{ is } B}$$

$$\frac{\begin{array}{l} \text{X is } A \\ (\text{X},\text{Y}) \text{ is } F^* \end{array}}{\text{Y is } B}$$



$$B = \mathrm{Proj}_Y(A_c \cap \textstyle\sum_I R_i\,) = \mathrm{Proj}_Y(\,A_c \cap R\,)$$

X is A

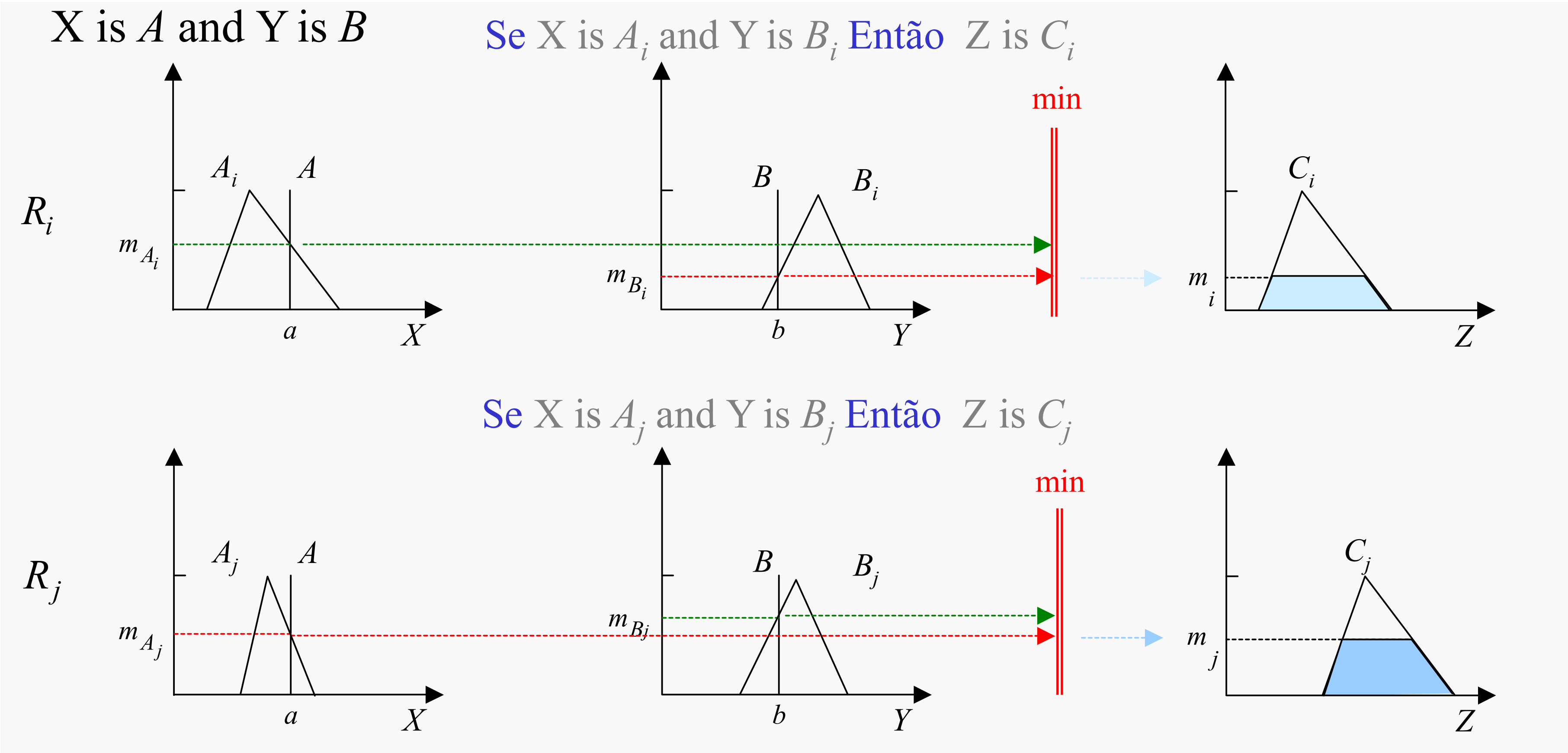
(X, Y) is R

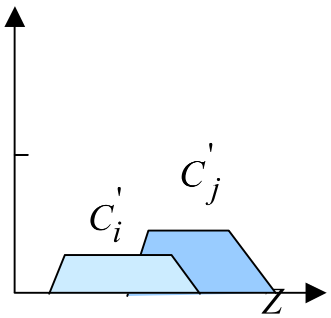
Y is $A \circ R$

$B = A \circ R$ Regra da composição

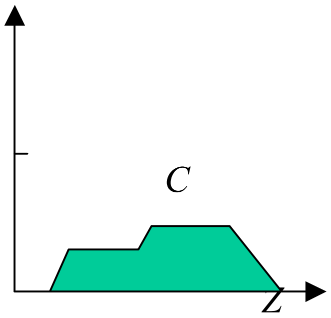
$$B(y) = \sup_x [\,A(x)\ \mathrm{t}\ R(x,y)\,]$$

Método de Mamdani

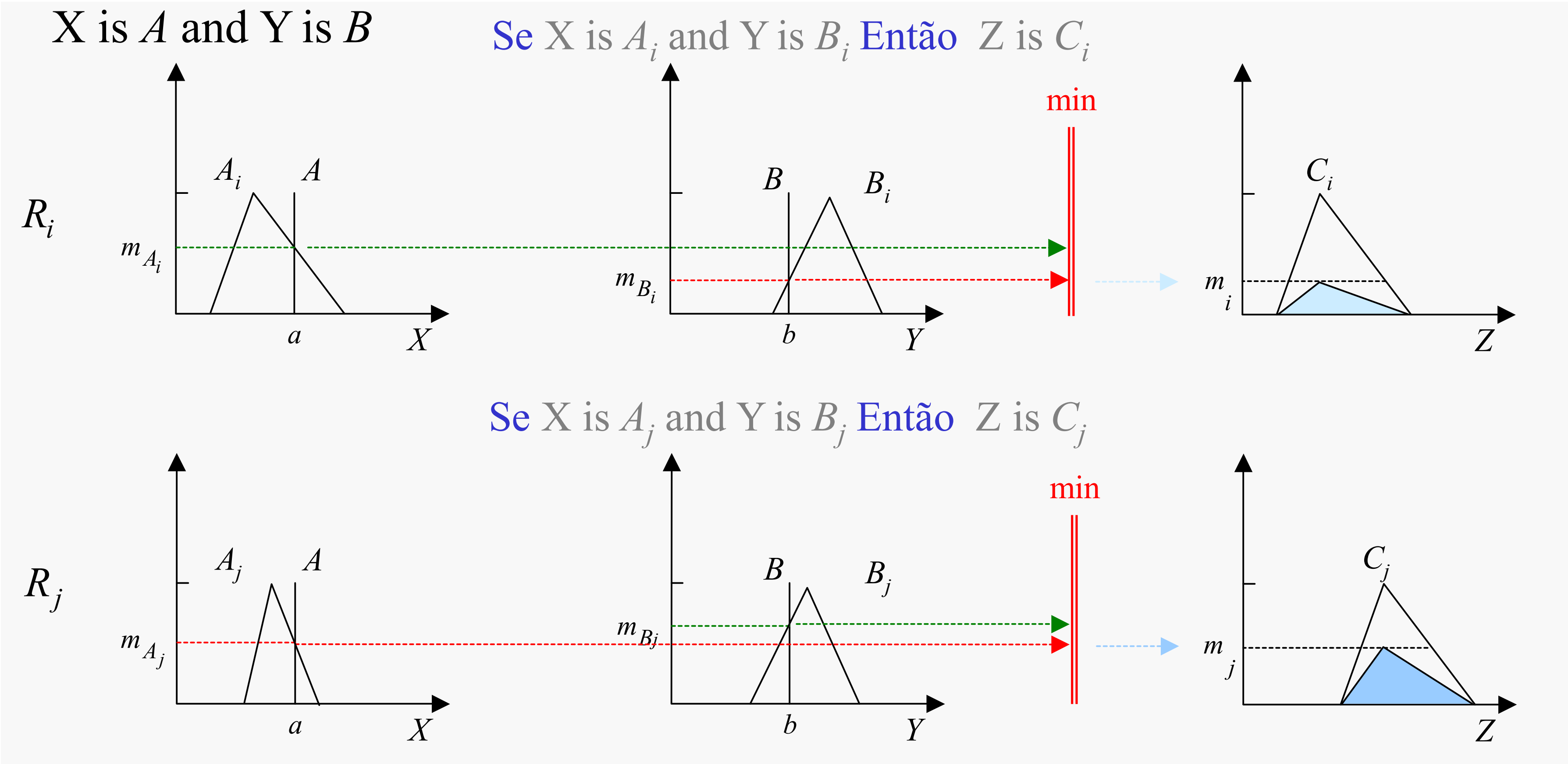


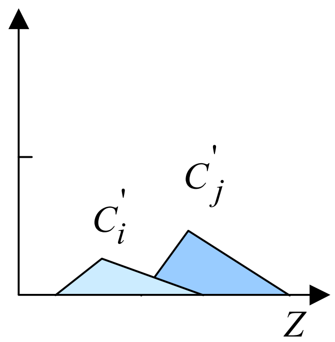


$$C_i' \cup C_j' = C$$

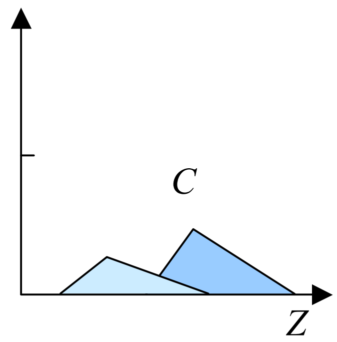


Método de Larsen

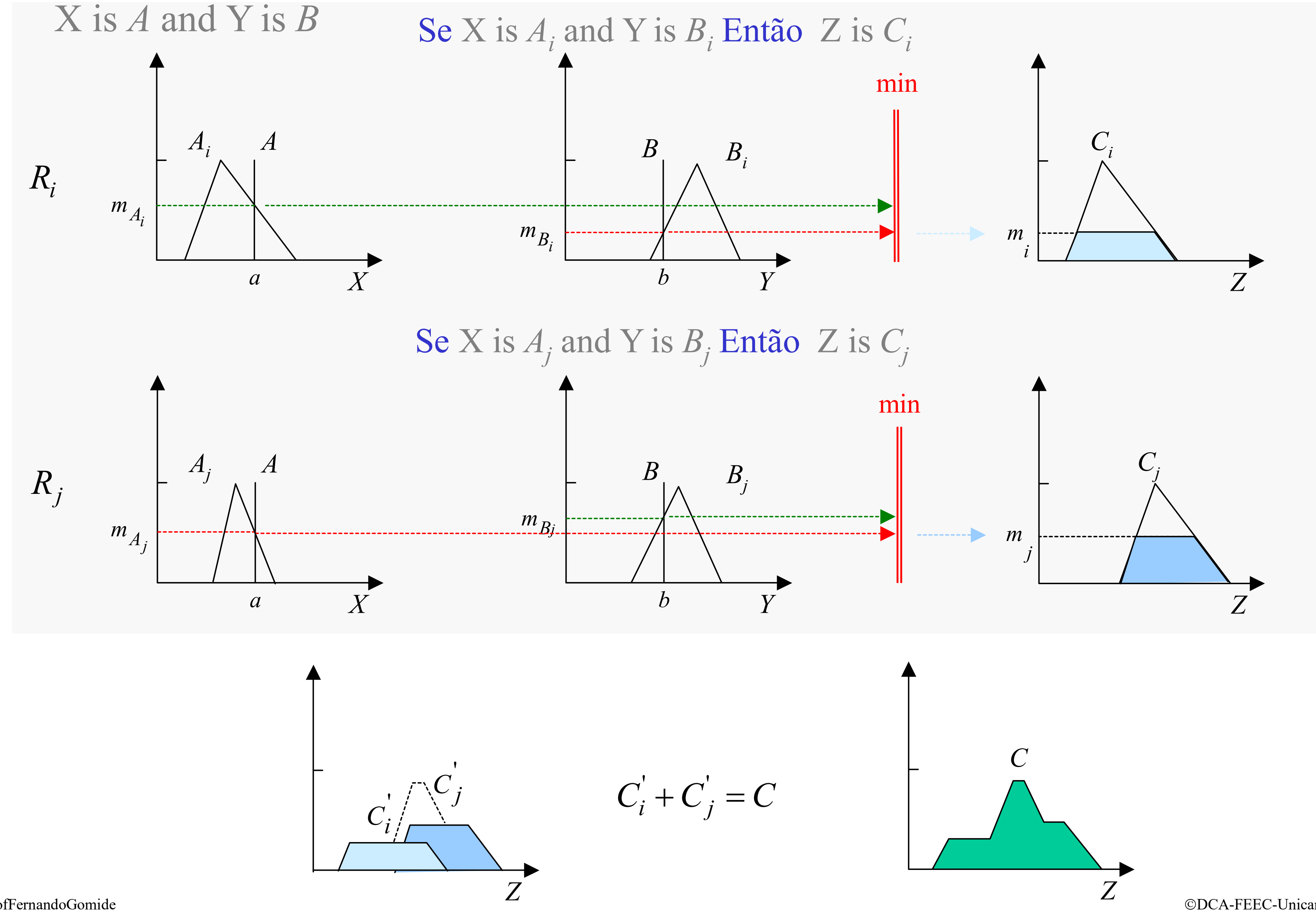




$$C'_i \cup C'_j = C$$

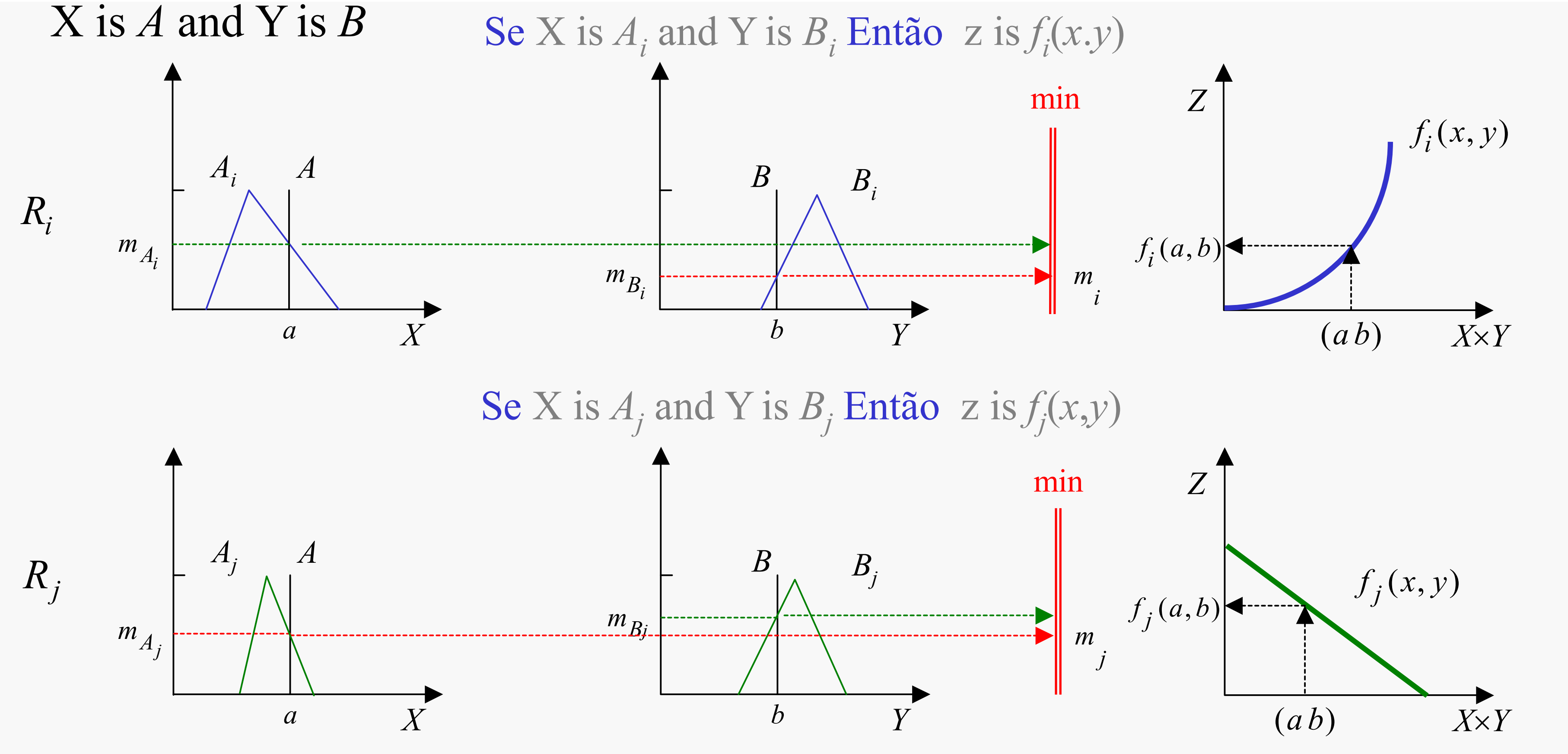


Método aditivo de Kosko-Mizumoto



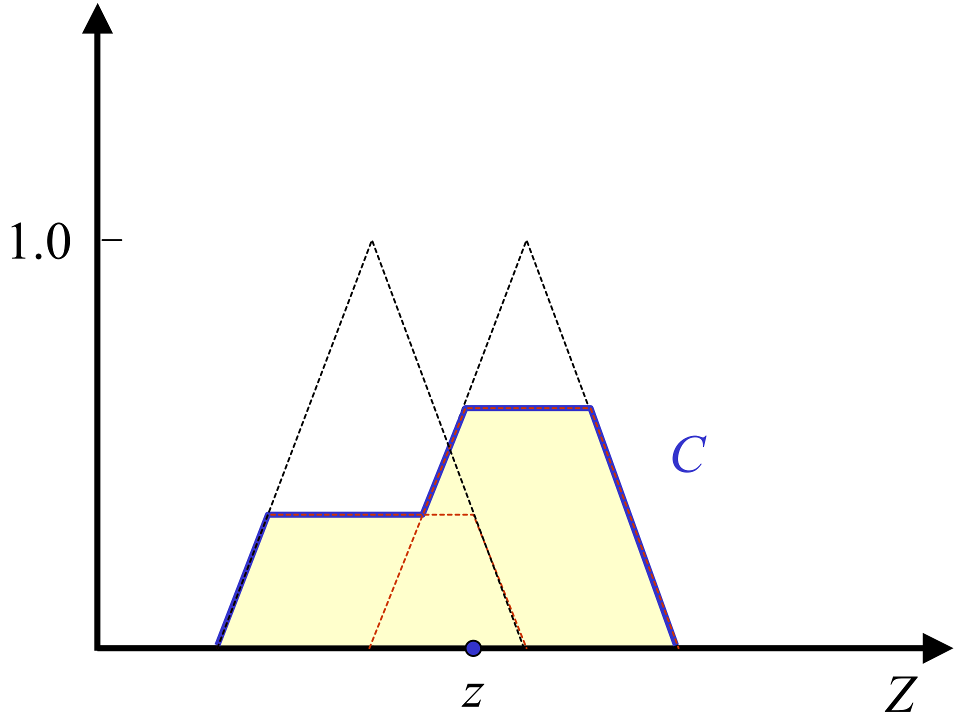
$$C_i' + C_j' = C$$

Método de Takagi-Sugeno



$$z=\frac{m_i f_i(a,b)+m_j f_j(a,b)}{m_i+m_j}$$

Defuzificação: centro de gravidade

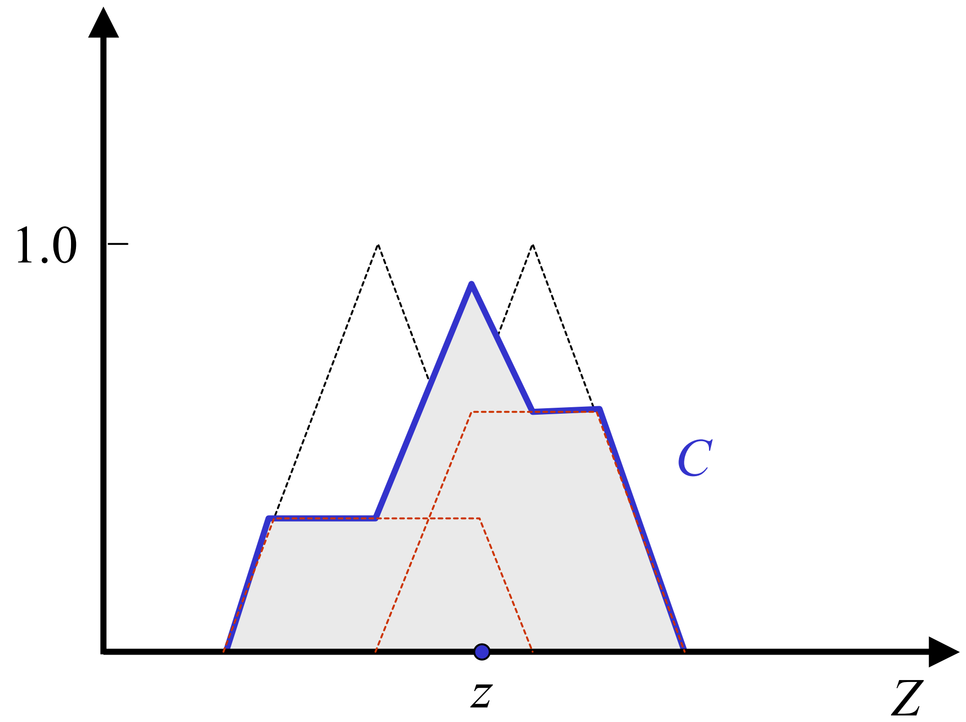


$$z = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i C(z_i)}{\sum_{i=1}^{n} C(z_i)}$$

$$Z = [z_1, \ldots\ldots, z_n]$$

$$C = \bigcup_{k=1}^{N} C_k^{'}$$

Defuzificação: centro da soma

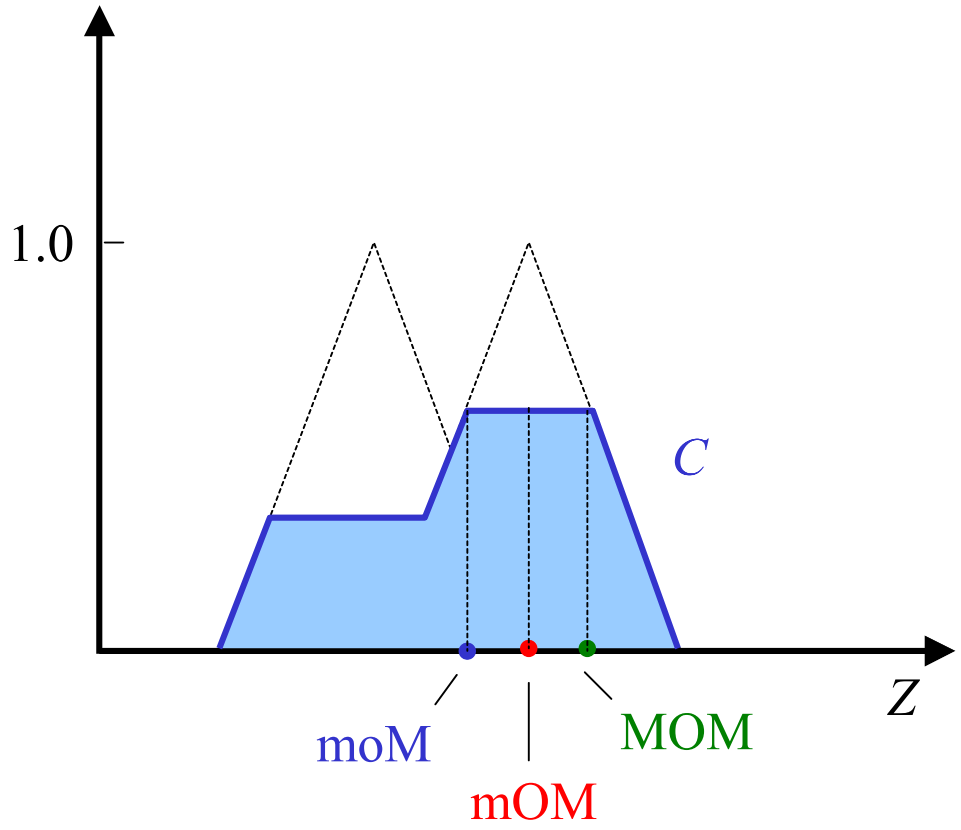


$$z = \frac{\sum_{i=1}^{n} z_i \sum_{k=1}^{N'} C'_k(z_i)}{\sum_{i=1}^{n} \sum_{k=1}^{N'} C'_k(z_i)}$$

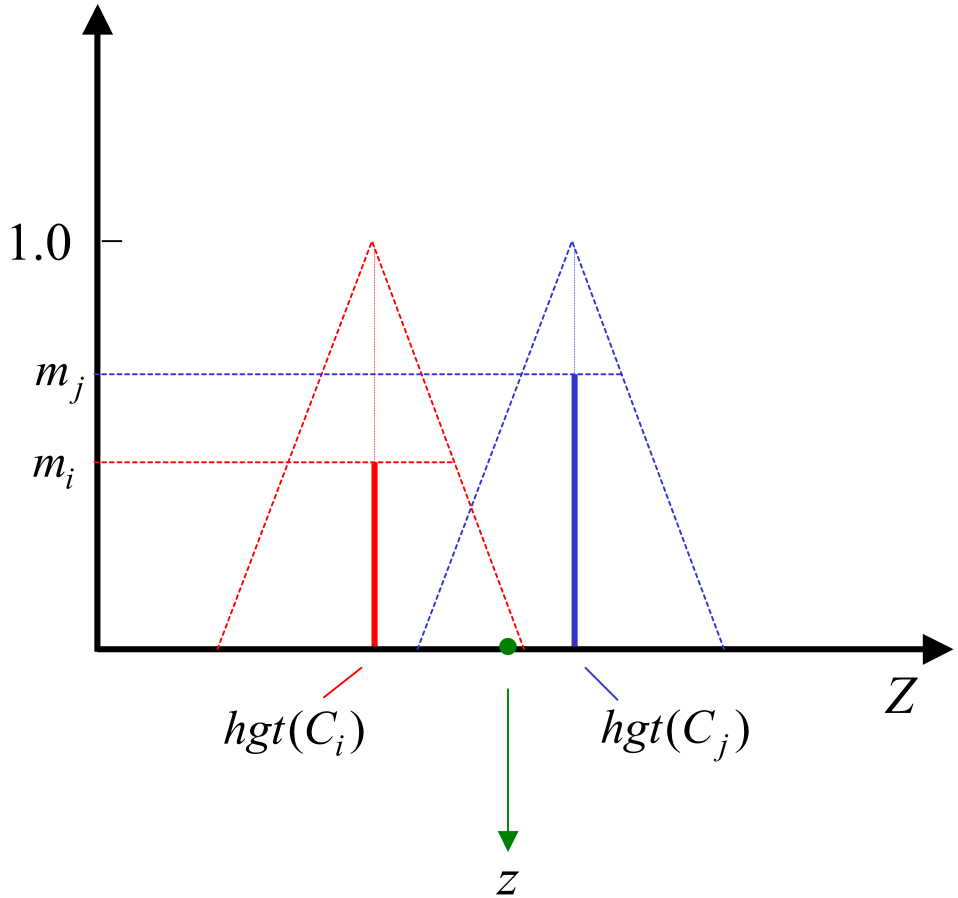
$$Z = [z_1, \ldots\ldots, z_n]$$

N' = número de regras ativas

Defuzificação: método dos máximos



Defuzificação: método das alturas



$$z = \frac{\sum_{k=1}^{N'} m_k hgt(C_k)}{\sum_{k=1}^{N'} hgt(C_k)}$$

$N' =$ número de regras ativas

Sistemas baseados em regras fuzzy

Aproximação universal e interpolação

1– Zadeh (1988)

- grafos nebulosos
- interpolação

2 – Wang e Mendel (1992)

- regras: *fp*
- conjunção antecedente: produto algébrico
- composição sup-min
- agregação de regras: soma
- defuzificação: COG
- funções de pertinência: gaussianas
- entradas: pontos

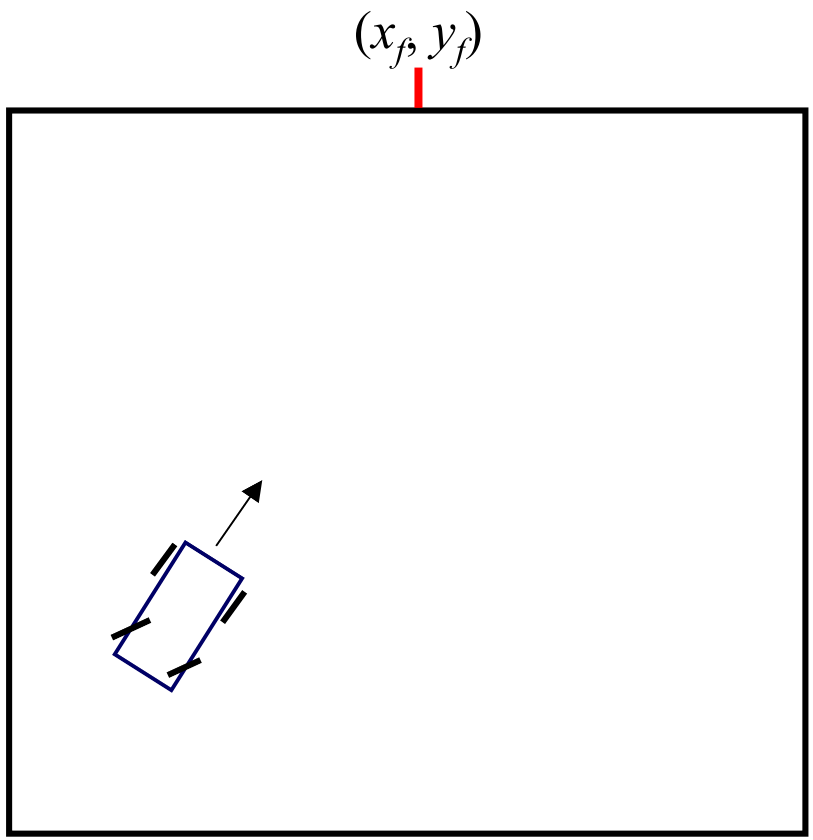
3 – Kosko (1994)

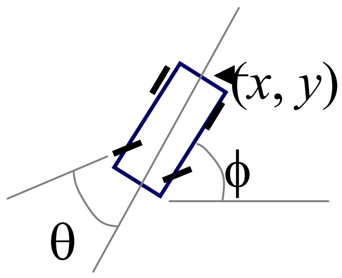
- condições similares as Wang e Mendel
- sistemas aditivos
- regras f_c e simetria nas funções do consequente

4-Castro (1995) e Castro e Delgado (1996)

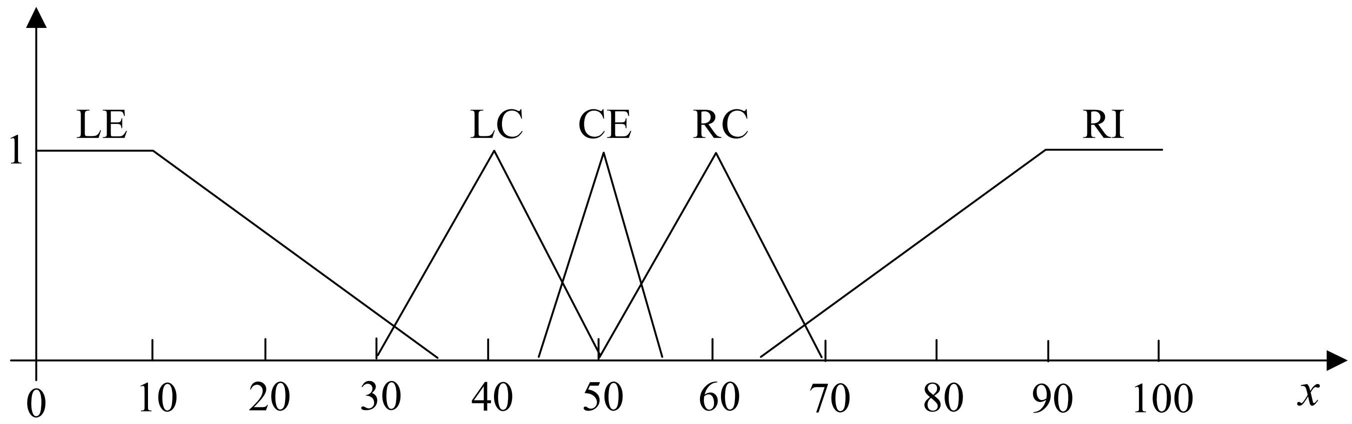
- regras: f_{ir} ou f_c
- conjunção antecedente: t-normas arbitrárias
- defuzificação: COG
- funções pertinência triangular ou trapezoidal

Exemplo



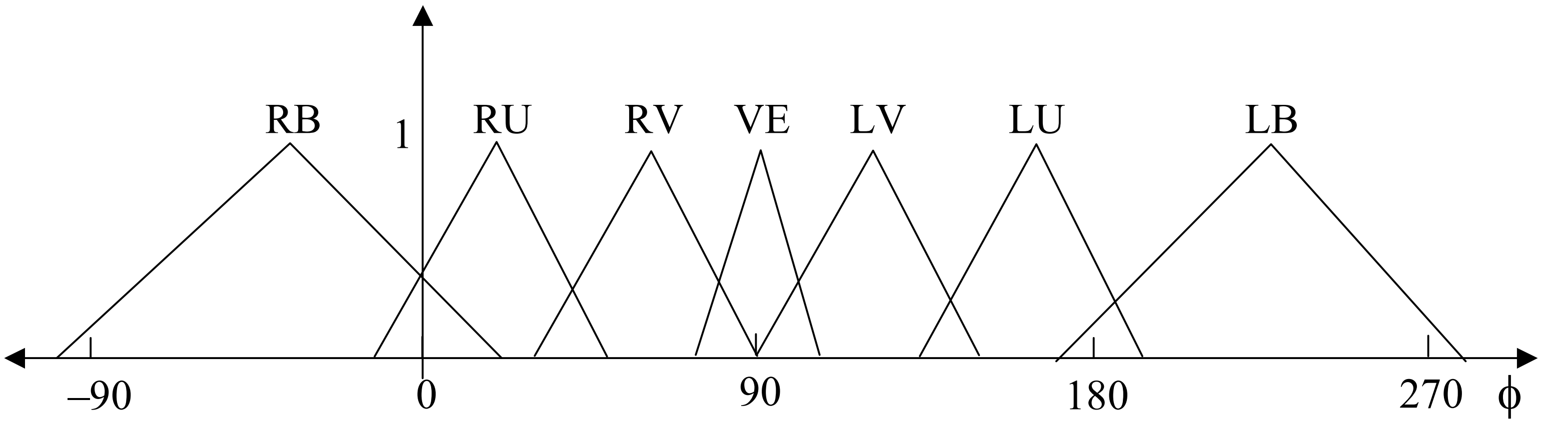


Granularização da posição



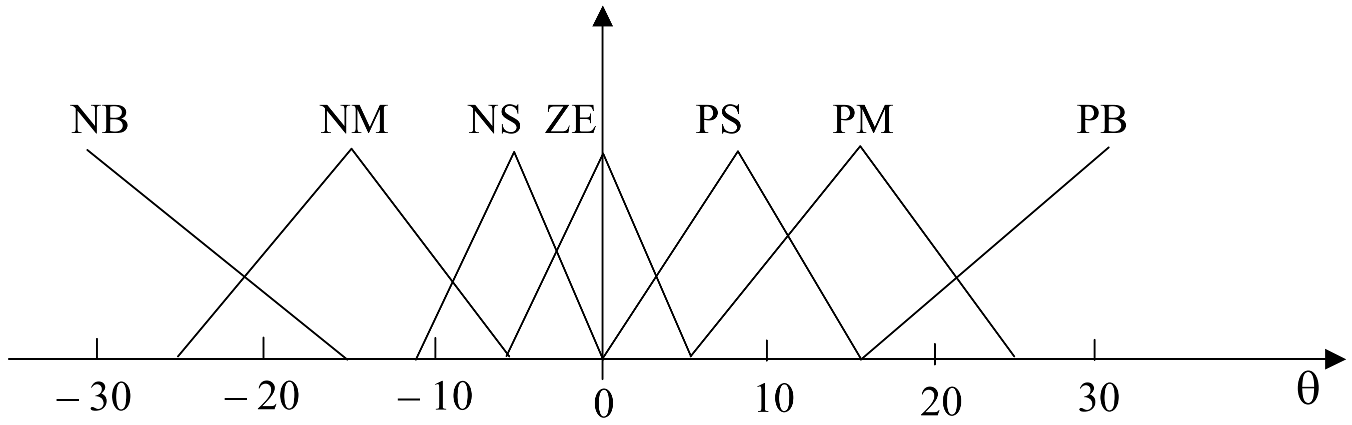
$$\mathbf{X} = \{x \mid 0 \leq x \leq 100\}$$

Granularização da orientação



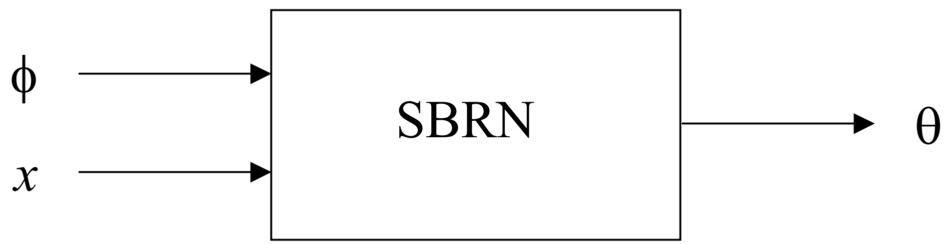
$$\Phi = \{\phi \mid -90 \leq \phi \leq 270\}$$

Granularização do ângulo do volante



$$\Theta = \{\theta \mid -30 \leq \theta \leq 30\}$$

Controlador



$$0 \leq x \leq 100$$

$$-30 \leq \theta \leq 30$$

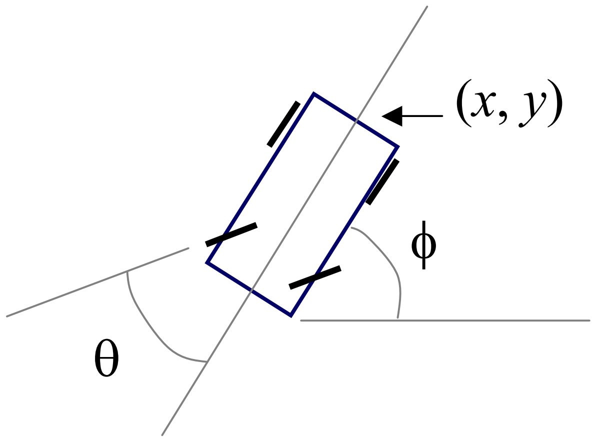
Base de regras

				x		
		LE	LC	CE	RC	RI
	RB	PS	PM	PM	PB	PB
	RU	NS	PS	PM	PB	PB
ϕ	RV	NM	NS	PS	PM	PB
	VE	NM	NM	ZE	PM	PM
	LV	NB	NM	NS	PS	PM
	LU	NB	NB	NM	NS	PS
	LB	NB	NB	NM	NM	NS

Se x é LE e ϕ é RB Então θ é PS

Se x é CE e ϕ é VE Então θ é ZE

Dinâmica do veículo



$$x' = x + r\cos(\phi')$$

$$y' = y + r\sin(\phi')$$

$$\phi' = \phi + \theta$$

$$0 \leq x \leq 100$$

$$-30 \leq \theta \leq 30$$

Observação

Este material refere-se às notas de aula do curso EA 072 Inteligência Artificial em Aplicações Industriais da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Unicamp. Não substitui o livro texto, as referências recomendadas e nem as aulas expositivas. Este material não pode ser reproduzido sem autorização prévia dos autores. Quando autorizado, seu uso é exclusivo para atividades de ensino e pesquisa em instituições sem fins lucrativos.