5-Lógica Matemática
Representação e Inferência

Introdução

- Objetivo
  – projetar agentes que podem criar representações do mundo
  – inferência para obter novas representações sobre o mundo
  – usar estas novas representações para deduzir o que fazer
- Elementos básicos de projeto do agente:
  – linguagem formal para expressar conhecimento
  – mecanismo para raciocinar com esta linguagem
  – linguagem formal $\leftrightarrow$ lógica matemática

Agente baseado em conhecimento

Componentes

Máquina de inferência (independente do domínio) MI
Base de conhecimento (específica para aplicação) KB

Base de conhecimento (KB)

– conjunto de representações sobre o mundo

– cada elemento do conjunto é uma sentença

  • sentença: expressão em uma linguagem formal

– conhecimento inicial: *background knowledge*

Operações de inserção e consulta (*query*)

– TELL

– ASK

– ambas envolvem inferência

O que o agente lógico faz:

TELLs à KB o que ele percebe

ASKs à KB qual ação a tomar: inferência sobre

- estado corrente
- resultados de sequências factíveis de ações

TELLs à KB qual ação foi escolhida e executa ação

Interface entre sensores e atuadores, MI e KB

MAKE_PERCEPT_SENTENCE (*percept*, *t*)

MAKE_ACTION_QUERY (*t*)

MAKE_ACTION_SENTENCE (*action*, *t*)

Agente baseado em conhecimento

function KB_AGENT (*percept*) **returns** an *action*

persistent: *KB*, a knowledge base
t , a counter, initially 0, indicating time

TELL (*KB*, MAKE_PERCEPT_SENTENCE (*percept*, *t*))
action ← ASK (*KB*, MAKE_ACTION_QUERY (*t*))
TELL (*KB*, MAKE_ACTION_SENTENCE (*action*, *t*))
t ← *t* + 1
return *action*

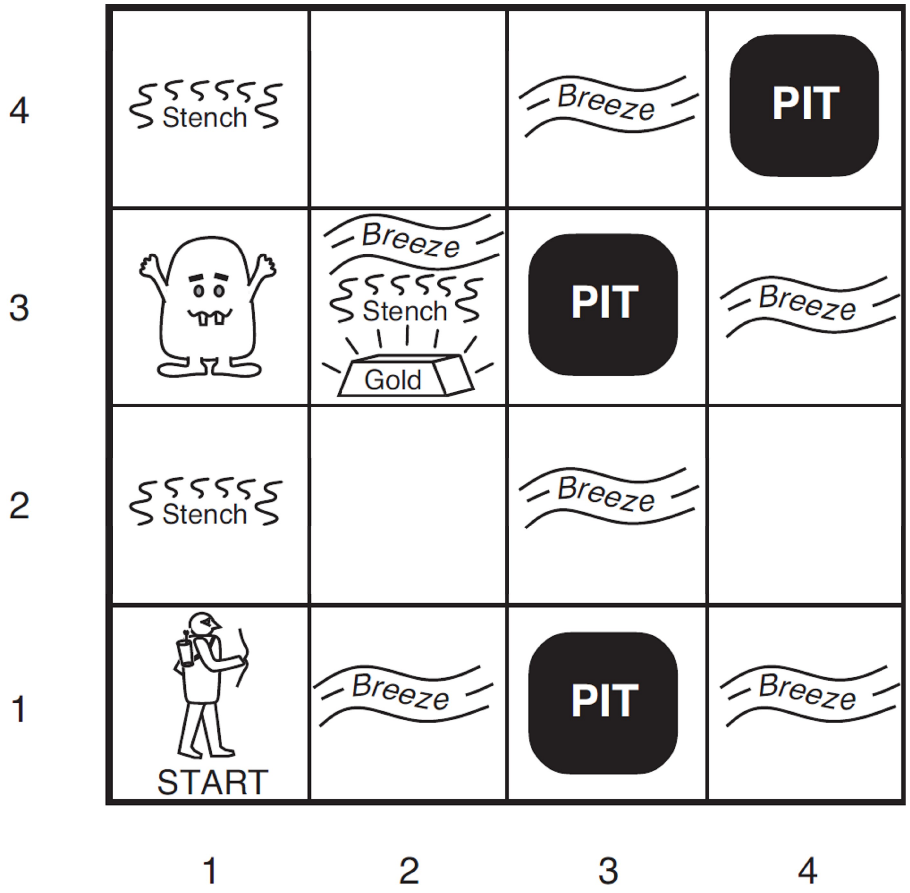
Níveis de descrição de ABC

– nível epistemológico: descreve o agente dizendo o que ele sabe
  Ponte Rio–Niteroi conecta Rio e Niteroi
– nível lógico: codificação do conhecimento em sentenças
  Conecta (Ponte_R_N, Rio, Niteroi)
– nível implementação: representação física
  lista
  Conecta (Ponte_R_N, Rio, Niteroi)
  tabelas

Construção de ABC

– abordagem declarativa
  • descreve o que o agente precisa conhecer
– abordagem procedimental
  • codifica comportamento desejado diretamente
– aprendizagem

O mundo do Wumpus



PEAS

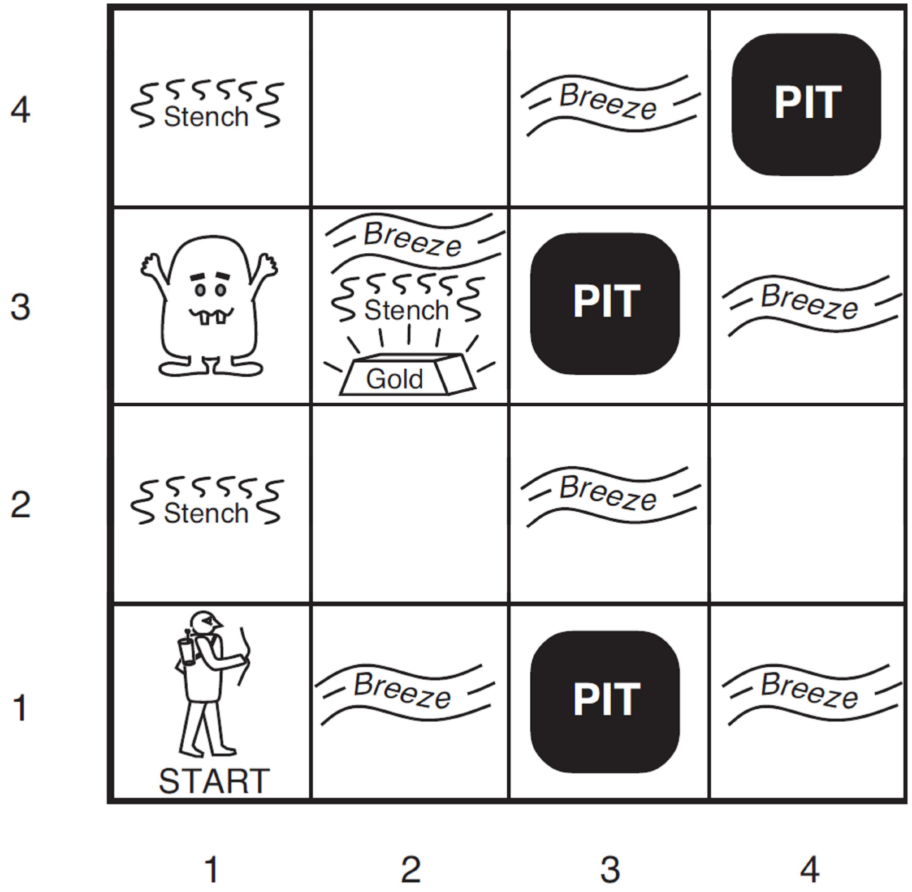
- Performance
  - ouro +1000, morte –1000
  - cada ação – 1, disparar flexa – 10
  - término: agente morre ou escapa com ouro
- Ambiente
  - grid 4 × 4
  - posição inicial agente [1, 1], voltado para a direita
  - posição Wumpus e ouro aleatória (distribuição uniforme)
  - probabilidade de um local ter poço é 0.2

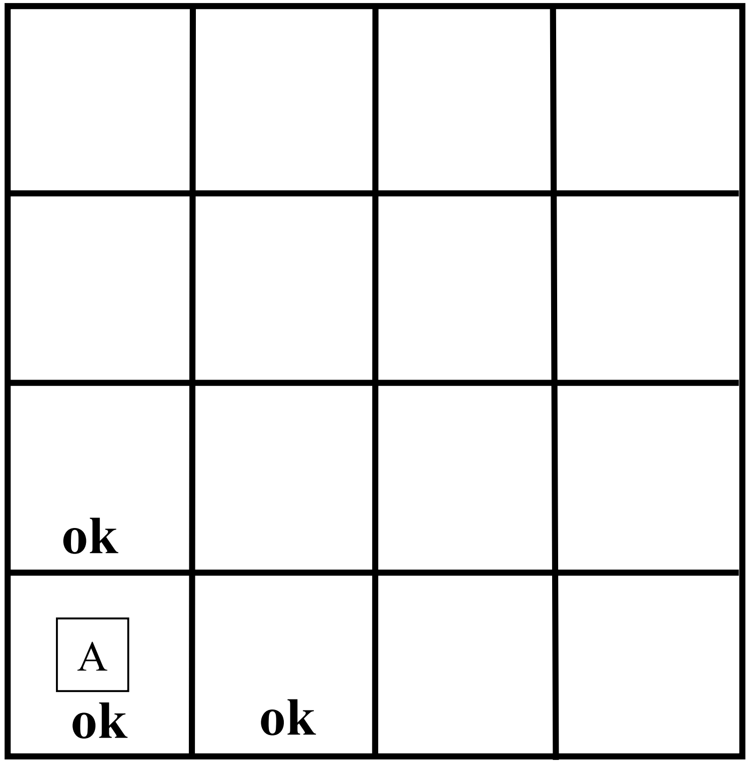
- Ações
  - *forward*, *turn right 90°*, *turn left 90°*, *grab*, *shoot*
  - *shoot* somente uma vez, na direção do agente
  - *climb* somente se estiver na posição [1,1]
  - agente morre se entra local com Wumpus ou poço
  - pega o ouro só se estiverem no mesmo local
- Sensores
  - lista de símbolos [*Stench*, *Breeze*, *Glitter*, *Bump*, *Scream*]
  - odor no local com Wumpus e adjacentes (*stench*)
  - locais adjacentes a poços ventam (*breeze*)
  - local onde tem ouro brilha (*glitter*)
  - *bump* se move em direção às paredes
  - grito quando Wumpus morre (*scream*)

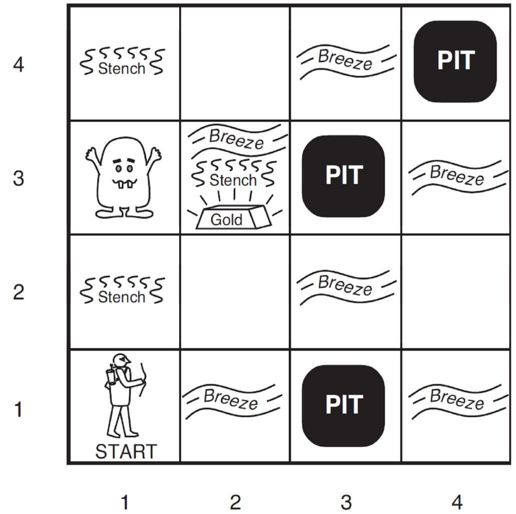
- Caracterização do mundo do Wumpus
  - parcialmente observável
    - posição agente, saúde Wumpus e disponibilidade da flecha não são conhecidos diretamente
  - determinístico: Wumpus, poços, ouro imutáveis (não observáveis)
  - sequencial
  - estático: Wumpus, poços e pilha de ouro não se movem
  - discreto
  - único agente

- Desafio: decorrente da ignorância da configuração inicial do ambiente
- Superação: eliminação da ignorância requer raciocínio lógico

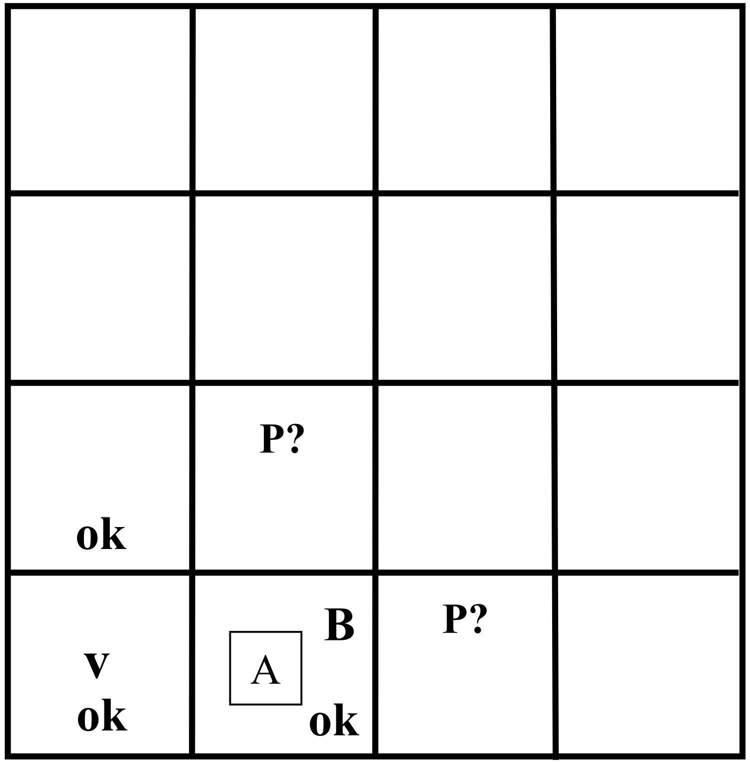
Exemplo: explorando o mundo do Wumpus

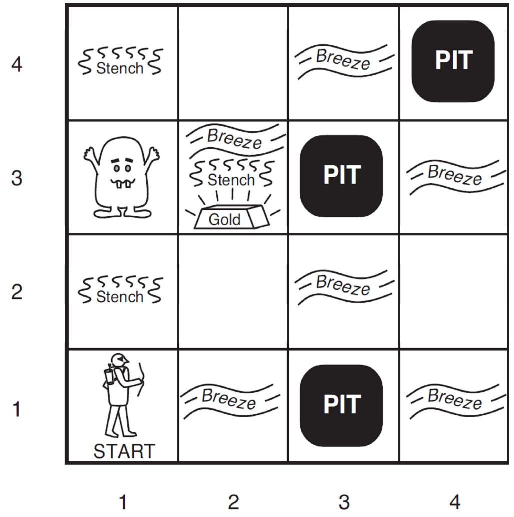






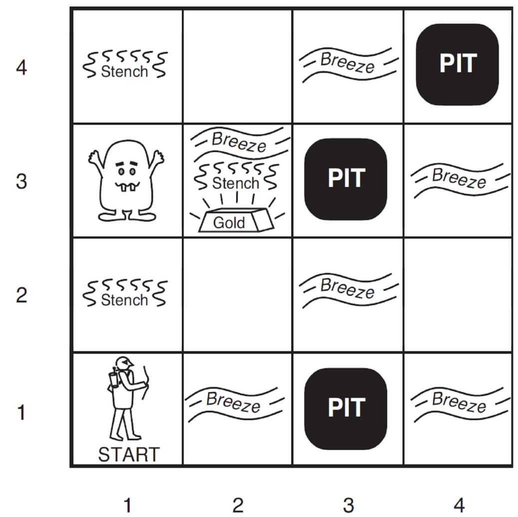
$[None, None, None, None, None]$





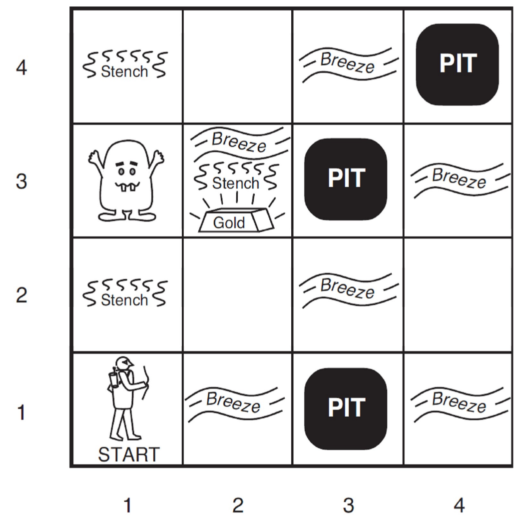
[*None*, *Breeze*, *None*, *None*, *None*]

W!			
$\boxed{\text{A}}$ **S ok**	**ok**		
V ok	**B V ok**	**P!**	



[*Stench*, *None*, *None*, *None*, *None*]

	P?		
W!	A s G B	P?	
s v ok	v ok		
v ok	B v ok	P!	



[*Stench*, *Breeze*, *Glitter*, *None*, *None*]

Representação, raciocínio e lógica

- Representação de conhecimento
  – descrição de conhecimento em linguagem computacionalmente tratável
  – base de conhecimento: conjunto de sentenças na linguagem

- Linguagem de representação de conhecimento
  – sintaxe: sentenças bem formadas (corretas)
  – semântica: significado das sentenças (a que se referem)

- Exemplo
  - sintaxe
    - $x \geq y$ sentença linguagem da aritmética
    - x2y+= não é uma sentença da aritmética
  - semântica
    - verdade de sentenças com relação a mundo possíveis
    - linguagem da aritmética: sentenças sobre números
    - se x é maior que ou igual à y, então sentença verdadeira; senão falsa

Lógica = sintaxe + semântica (+ *proof theory*)

Sintaxe e semântica bem definidas

- permitem desenvolver mecanismos de inferência

Semântica em lógica

– define a veracidade de cada sentença

– veracidade em cada mundo possível

Exemplo

– sentença $x + y = 4$

- verdadeira no mundo onde $x = 2$ e $y = 2$
- falsa no mundo onde $x = 1$, $y = 1$

– modelos possíveis: todas atribuições para x e y

Mundo possível ↔ modelo

- notação: m é um modelo para sentença α
- α é verdadeira no modelo m (m satisfaz α)
- $M(\alpha)$: conjunto de todos modelos de α
- fixa veracidade (*true*, *false*) de cada sentença

Raciocínio (inferência) em lógica

$\alpha \models \beta$ sentença α *entails* sentença β

sentença β segue logicamente da sentença α

se α é verdadeira em m, então β também é verdadeira em m

sentença α *mais forte* que sentença β

$\alpha \models \beta$ se somente se $M(\alpha) \subseteq M(\beta)$

Exemplo: $x = 0$ *entails* $x\,y = 0$

Modelos em lógica

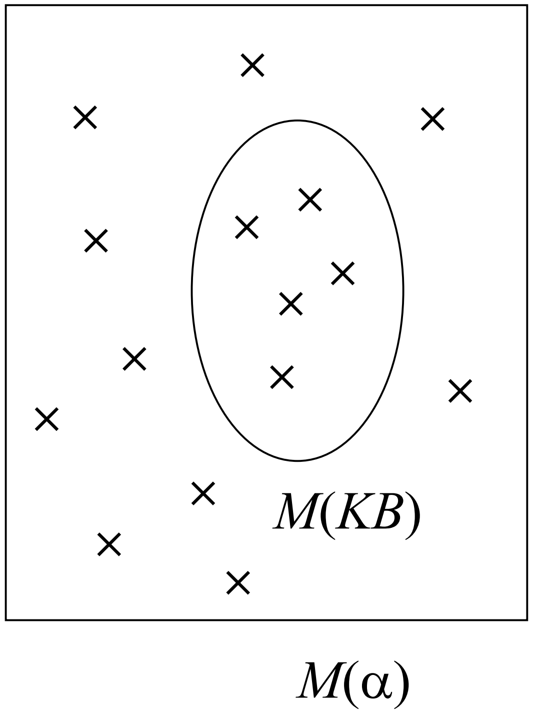
$M(\alpha)$ conjunto todos modelos de α

$KB \models \alpha$ se somente se $M(KB) \subseteq M(\alpha)$

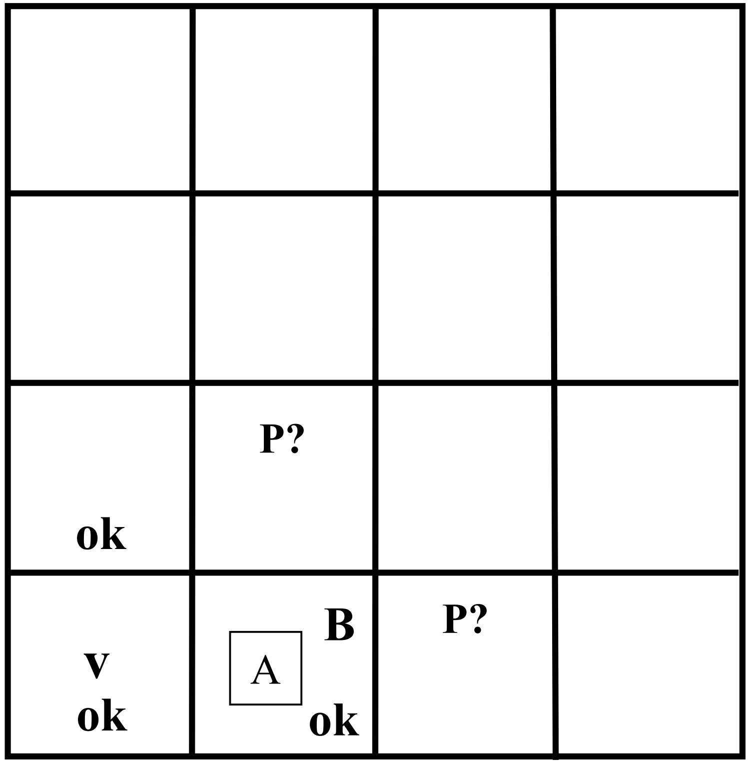
Exemplo: KB = homen, mortal
α = mortal

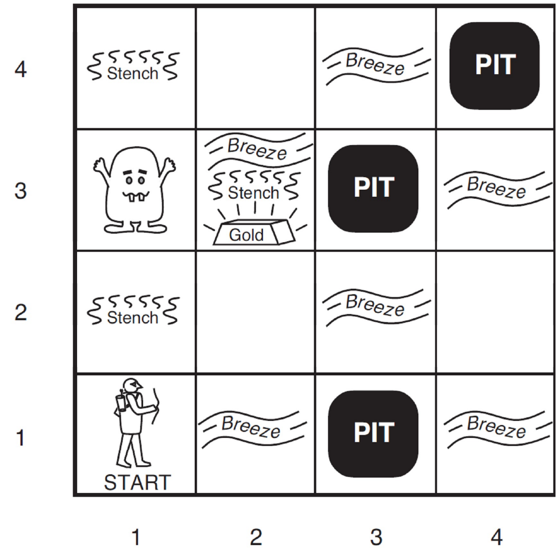
KB: conjunto de sentenças

Inferência: *KB entailing* outras sentenças (fatos)



Exemplo: explorando o mundo do Wumpus

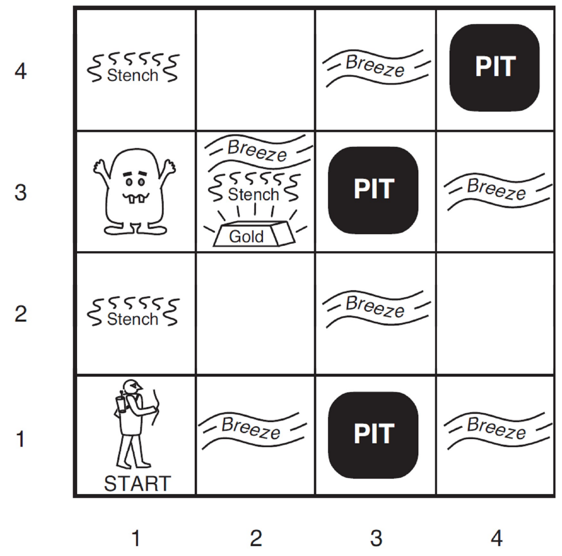




KB = conhecimento agente mundo Wumpus (PEAS) + [1, 1] ok + [2, 1] B

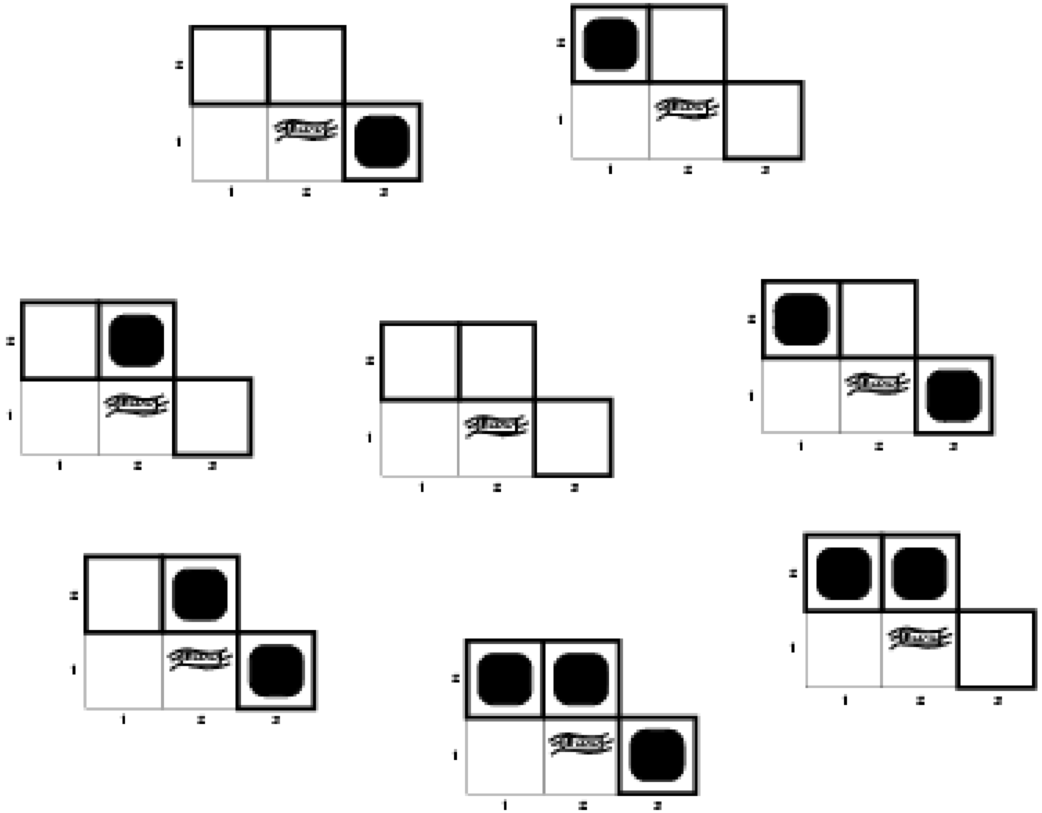
Interesse do agente: existe poço em [1, 2], [2, 2], [3, 1] ?

P?	**P?**		
V **ok**	A **B** **ok**	**P?**	



Existem $2^3 = 8$ modelos

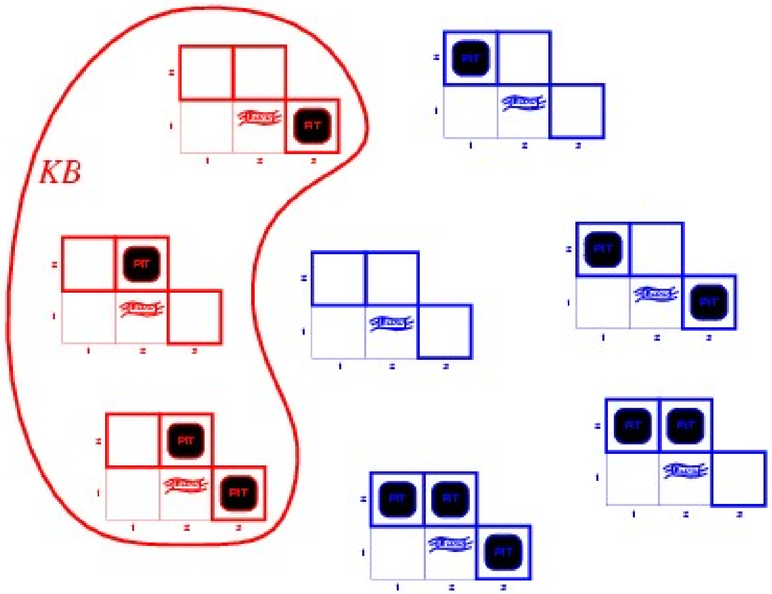
Modelos



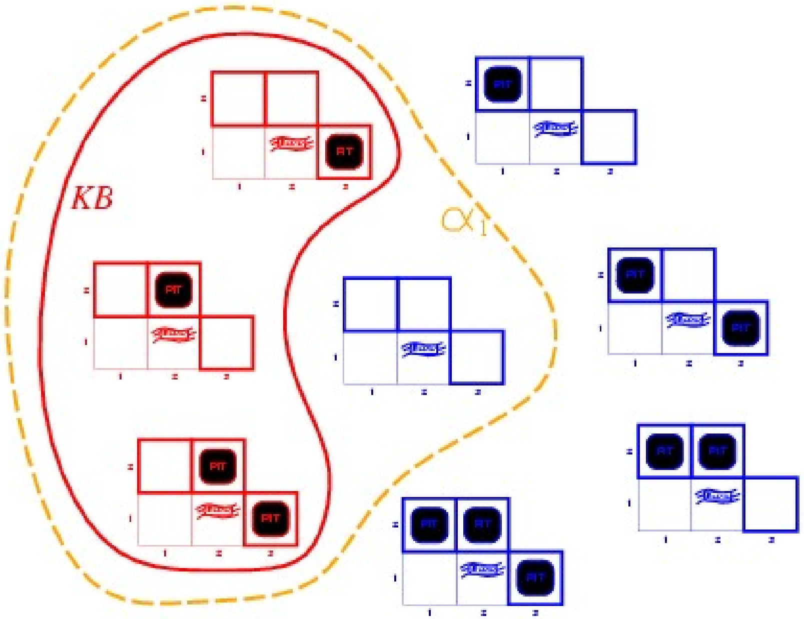
KB é falsa em todo modelo que contradiz o que o agente conhece

Exemplo: modelos onde [1, 2] têm poço (não venta em [1, 1])

Base de conhecimento (*KB*)



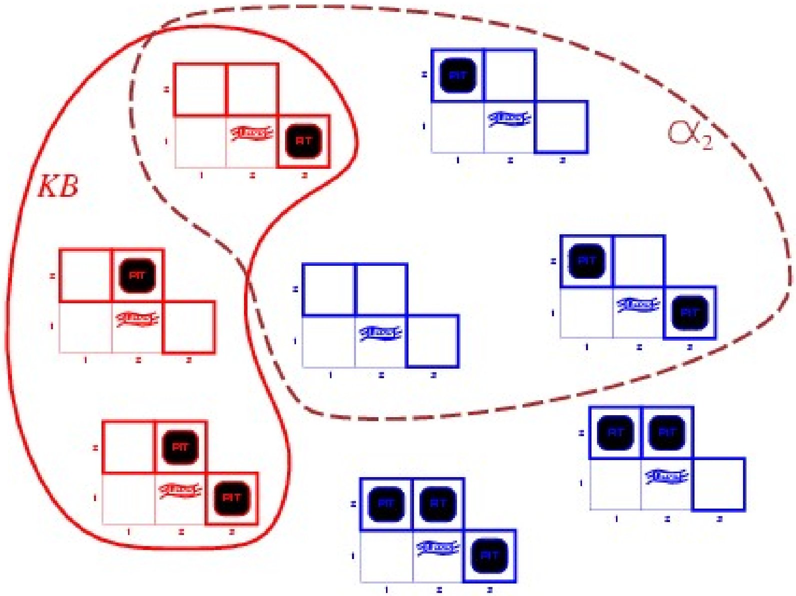
$$KB = \text{regras mundo Wumpus (PEAS)} + \underbrace{[1,\,1]\ \text{ok} + [2,\,1]\ \text{B}}_{\text{observações (fatos)}}$$



KB = regras mundo Wumpus + observações

α_1 = "não tem poço em [1,2] "

$KB \models \alpha_1$ provado verificando o modelo



KB = regras mundo Wumpus+ observações

α_2 = “não tem poço em [2,2]”

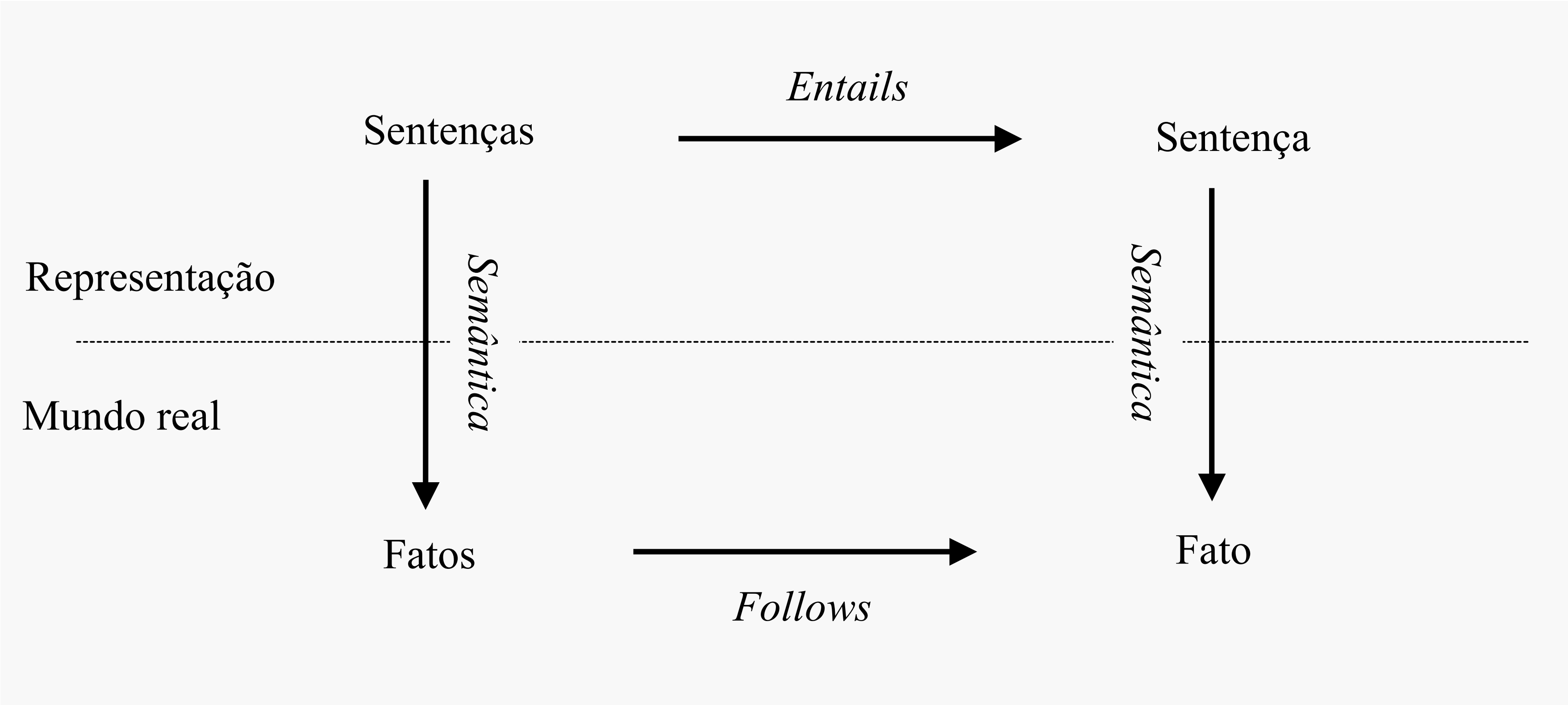
$KB \not\models \alpha_2$

- Procedimento de inferência: alternativas
  - dada *KB*, gerar novas sentenças α que sejam consequências lógicas de *KB*
    - notação: $KB \vdash_i \alpha$ se procedimento de inferência *i* deriva α de *KB*
  - dada *KB* e uma sentença α, verificar se α é consequência lógica de *KB*

- Procedimento de inferência **consistente** (*sound*)
  - produz somente sentenças que são consequências lógica de *KB*
  - sempre que $KB \vdash_i \alpha$, então $KB \models \alpha$ também é verdade

- Procedimento de inferência **completo**
  - encontra sentenças que são consequências lógicas
  - sempre que $KB \models \alpha$, então $KB \vdash_i \alpha$ também é verdade

Mundo real e sua representação



Instanciação (*grounding*): conexão raciocínio lógico e o ambiente do agente

Representação: linguagens formais × linguagens naturais

Linguagens de programação: não são espressivas o suficiente

Linguagem natural: comunicação ao invés de representação;

ambiguidade

Linguagem de representação:

ideal: combinar vantagens das formais e naturais

inferências

Em IA: linguagem da lógica matemática

Lógica proposicional (Cálculo proposicional)

símbolos representam proposições

conectivos Booleanos

Lógica de primeira ordem (Cálculo de predicados)

objetos e predicados

quantificadores

Lógica temporal

mundo ordenado por um conjunto de pontos ou intervalos (tempo)

Lógica fuzzy

Lógica proposicional

$$Sentença \rightarrow SentençaAtomica \mid SentençaComplexa$$

$$SentençaAtomica \rightarrow True \mid False \mid Símbolo$$

$$Símbolo \rightarrow P \mid Q \mid R \mid \ldots$$

$$SentençaComplexa \rightarrow (Sentença) \mid [Sentença]$$

$$\mid Sentença\ Conectivo\ \ Sentença$$

$$\mid \neg\, Sentença$$

$$Conectivo \rightarrow \wedge \mid \vee \mid \Rightarrow \mid \Leftrightarrow$$

sintaxe
(BNF)

$P, Q, R, S, \ldots$ símbolos proposicionais

$\neg P \vee Q \wedge R \Rightarrow S$ sentenças (ou fórmulas)

Precedência: $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

Exemplo: $\neg P \vee Q \wedge R \Rightarrow S \equiv ((\neg P) \vee (Q \wedge R)) \Rightarrow S$

Literal

– sentença atômica (literal positivo)

– sentença atômica negada (literal negativo)

- Semântica de sentenças
  - – regras para definir veracidade de sentenças com relação a um modelo
  - – modelo fixa o valor verdade (*true*, *false*) de todo símbolo proposicional
    - Exemplo: $m_1 = \{P_{1,2} = false,\ P_{2,2} = false,\ P_{3,1} = true\}$
  - – modelos são objetos puramente matemáticos
  - – instanciação do significado é feita pelo projetista/analista

- Regras semânticas
  - especifica como computar valor verdade de toda sentença
  - lógica proposicional é composicional
  - sentenças = sentenças atômicas + conectivos
  - valor verdade de sentenças requer
    - valor verdade de sentenças atômicas
  - valor verdade de sentenças complexas

- Semântica sentenças atômicas
  - –*True* é verdadeira (*true*) em todos modelos
  - – *False* é falso (*false*) em todos os modelos
  - – valor verdade de qualquer outro átomo deve ser especificado no modelo

    Exemplo: $P_{1,2}$ é falsa em m_1 = {$P_{1,2}$ = *false*, $P_{2,2}$ = *false*, $P_{3,1}$ = *true*}
- Semântica sentenças complexas
  - – sentença s e modelo m: $\neg s$ é verdadeira em m se somente s é falsa em m
  - – veracidade sentença reduz a veracidade de sentenças mais simples
  - – regras para sentenças com conectivos: tabela verdade

Tabela verdade para conectivos lógicos

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow \mathrm{Q}$	$P \Leftrightarrow Q$
false	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*	*true*
false	*true*	*true*	*false*	*true*	*true*	*false*
true	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*
true	*true*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*

- Exemplo

$$\neg P_{1,2} \wedge (P_{2,2} \vee P_{3,1})$$

$$m_1 = \{P_{1,2} = false, P_{2,2} = false, P_{3,1} = true\}$$

$$true \wedge (false \vee true) = true \wedge true = true$$

- Exemplo: validade

P	H	$\neg H$	$P \vee H$	$(P \vee H) \wedge \neg H$	$(P \vee H) \wedge \neg H \Rightarrow P$
false	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*
false	*true*	*false*	*true*	*false*	*true*
true	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*
true	*true*	*false*	*true*	*false*	*true*

Base de conhecimento

conjunção de sentenças

início com *KB* vazia

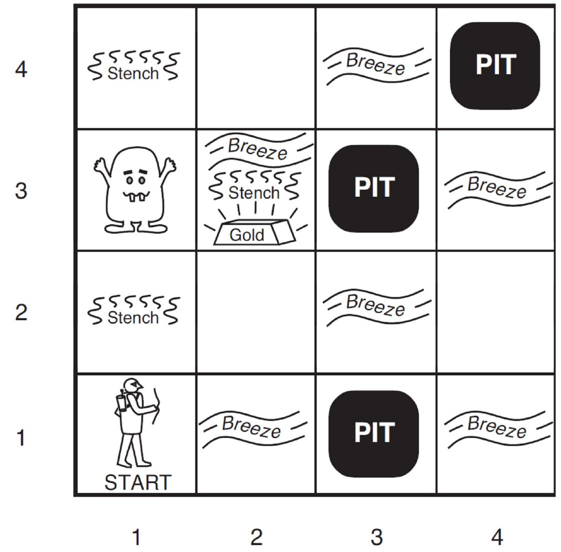
TELL (KB, S_1), TELL (KB, S_2),.....,TELL (KB, S_n)

$KB = S_1 \wedge S_2 \wedge .... \wedge S_n$

$KB \leftrightarrow$ sentença

Poço [1, 2], [2, 2], [3, 1] ?

P?	P?		
v ok	A B ok	P?	



Base conhecimento Wumpus

$P_{x,y}$ verdade se tem poço em [x,y]

$B_{x,y}$ verdade se venta em [x, y]

R_1: $\neg P_{1,1}$ não tem poço em [1, 1]

Poços provocam ventania em posições adjacentes

R_2: $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$

R_3: $B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$

R_4: $\neg B_{1,1}$ não venta em [1, 1]

R_5: $B_{2,1}$ venta em [2, 1]

$KB = R_1 \wedge R_2 \wedge .... \wedge R_5$

Inferência I

$KB \models \alpha$

exemplo: $\alpha = \neg P_{1,2}$ é consequência lógica de KB (KB *entails* α) ?

procedimento de inferência = prova

– enumerar modelos

– verificar se α é verdadeira em todos modelos onde KB é verdadeira

algoritmo de enumeração

– consistente: deriva da definição de *entailment*

– completo: funciona para qq KB e α, e termina pois KB é finita

– complexidade: n símbolos $\rightarrow$ temporal $O(2^n)$, espacial $O(n)$

Algoritmo de enumeração

function TT_ENTAILS? (*KB*, α) **returns** *true* or *false*
  inputs: *KB*, a knowledge base, a sentence in propositional logic
      α , a query, a sentence in propositional logic
  symbols $\leftarrow$ a list of propositional symbols in *KB* and α
  return TT_CHECK_ALL(*KB*, α, symbols, {})

function TT_CHECK_ALL(*KB*, *symbols*, *model*) **returns** *true* or *false*
  if EMPTY?(*symbols*) **then**
    if PL_TRUE?(*KB*, *model*) **then return** PL_TRUE?(α, *model*)
    else return *true* // when *KB* is false always return true
  else do
    P $\leftarrow$ FIRST(*symbols*)
    rest $\leftarrow$ REST(*symbols*)
  return (TT_CHECK_ALL(KB, α, *rest*, *model* $\cup$ {P = *true*})
      and
      TT_CHECK_ALL(KB, α, *rest*, *model* $\cup$ {P = *false*}))

Base conhecimento Wumpus

7 símbolos proposicionais ($B_{1,1}$, $B_{2,1}$, $P_{1,1}$, $P_{1,2}$, $P_{2,1}$, $P_{2,2}$ e $P_{3,1}$)

$2^7 = 128$ modelos

Algoritmo:

enumerar modelos

verificar se α é verdadeira em todos modelos onde KB é verdadeira

lembrando: $\alpha = \neg P_{1,2}$

Modelos para o exemplo do Wumpus

$B_{1,1}$	$B_{2,1}$	$P_{1,1}$	$P_{1,2}$	$P_{2,1}$	$P_{2,2}$	$P_{3,1}$	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	KB
false	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*	*false*	*false*
false	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*false*	*true*	*false*	*false*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*false*	*true*	*true*	*false*
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*
false	*true*	*false*	*false*	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*
false	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*	*true*	*false*
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
true	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*true*	*false*	*true*	*true*	*false*	*true*	*false*

$P_{1,2}$ é falsa → não tem poço em [1, 2] ≡ $\neg P_{1,2}$ é verdadeira → $KB \models \alpha$

$P_{2,2}$, $P_{3,1}$ → pode ou não pode ter poço [2, 2] e [3, 1]

Equivalência

sentenças logicamente equivalentes $\leftrightarrow$ verdadeiras mesmo modelo

$(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$	comutatividade $\wedge$
$(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$	comutatividade $\vee$
$(\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma)$	associatividade $\wedge$
$(\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma)$	associatividade $\vee$
$\neg(\neg \alpha) \equiv \alpha$	dupla negação
$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg \beta \Rightarrow \neg \alpha)$	contraposição
$(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg \alpha \vee \beta)$	eliminação implicação
$(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv (\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$	eliminação bicondicional
$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg \alpha \vee \neg \beta)$	de Morgan
$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg \alpha \wedge \neg \beta)$	de Morgan
$(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv (\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma)$	distributividade de $\wedge$ sobre $\vee$
$(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$	distributividade de $\vee$ sobre $\wedge$

$\alpha \equiv \beta$ se e somente se $\alpha \models \beta$ e $\beta \models \alpha$

Valididade

sentença válida é verdadeira em todos modelos (tautologia)

– Exemplos: $True$, $A \vee \neg A$, $A \Rightarrow A$, $(A \wedge (A \Rightarrow B)) \Rightarrow B$

validade e Teorema da dedução

– $KB \models \alpha$ se e somente se $(KB \Rightarrow \alpha)$ é válida

P	H	$\neg H$	$P \vee H$	$(P \vee H) \wedge \neg H$	$(P \vee H) \wedge \neg H \Rightarrow P$
false	*false*	*true*	*false*	*false*	*true*
false	*true*	*false*	*true*	*false*	*true*
true	*false*	*true*	*true*	*true*	*true*
true	*true*	*false*	*true*	*false*	*true*

Satisfatilidade

sentença é satisfatível se é verdade em algum modelo

– Exemplo: $A \vee B$, C

sentença é insatisfatível se não é verdade em nenhum modelo

– Exemplo: $A \wedge \neg A$

satisfatibilidade e validade

– α é válida se e somente se $\neg\alpha$ é insatisfatível

– α é satisfatível se e somente se $\neg\alpha$ não é válida

Teorema (redução ao absurdo, refutação, prova por contradição):

$KB \models \alpha$ se e somente se $(KB \wedge \neg\alpha)$ é insatisfatível

Inferência II

Regras de inferência em lógica proposicional

– modus ponens: de α e $(\alpha \Rightarrow \beta)$ inferimos β

  • Exemplo: $(WumpusAhead \wedge WumpusAlive) \Rightarrow Shoot$

    $(WumpusAhead \wedge WumpusAlive)$

    $Shoot$

– And–Elimination: de $(\alpha \wedge \beta)$ inferimos α (β)

  • Exemplo: $(WumpusAhead \wedge WumpusAlive)$

    $WumpusAlive$

– equivalências lógicas também podem ser usadas como regras inferência

– regras produzem inferências consistentes (*sound*) sem enumerar modelos

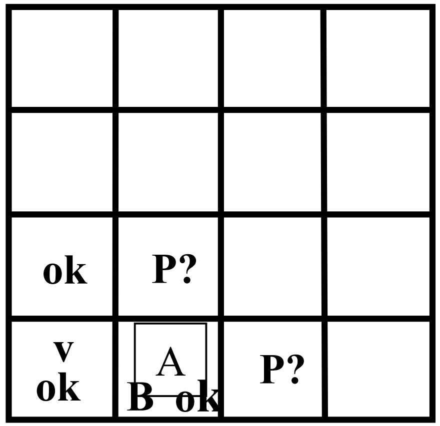
Regras de inferência

Modus ponens	$\dfrac{\alpha \Rightarrow \beta, \quad \alpha}{\beta}$
And-elimination	$\dfrac{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n}{\alpha_i}$
And-introduction	$\dfrac{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n}{\alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \ldots \wedge \alpha_n}$
Or-introduction	$\dfrac{\alpha_i}{\alpha_1 \vee \alpha_2 \vee \ldots \vee \alpha_n}$
Double negation elimination	$\dfrac{\neg\neg\alpha}{\alpha}$
Resolution	$\dfrac{\alpha \vee \beta, \quad \neg\beta \vee \gamma}{\alpha \vee \gamma}$

Exemplo inferência no mundo do Wumpus

R_1: $\neg P_{1,1}$ não tem poço em [1, 1]
R_2: $B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$
R_3: $B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1})$
R_4: $\neg B_{1,1}$ não venta em [1, 1]
R_5: $B_{2,1}$ venta em [2, 1]

KB



Provar $\neg P_{1,2}$ $(KB \models \neg P_{1,2})$

R_6:	$(B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$	eliminação bicondicional
R_7:	$(P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1}$	and–elimination em R_6
R_8:	$(\neg B_{1,1} \Rightarrow \neg (P_{1,2} \vee P_{2,1}))$	contraposição
R_9:	$\neg(P_{1,2} \vee P_{2,1})$	R_4 e modus ponens
R_{10}:	$\neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}$	de Morgan

Inferência em lógica ≡ prova

- prova = sequência de sentenças constituída por
  - sentenças da *KB* (hipóteses)
  - sentenças derivadas por regras de inferência
  - sentença que se quer provar (tese)
- algoritmo de busca onde *problem* é:
  - INITIAL STATE: *KB* inicial
  - ACTIONS: todas regras de inferência
  - RESULT: adicionar sentença inferida
  - GOAL: estado com sentença que se quer provar
- monotonicidade: inferência "aumenta" *KB*
  - se $KB \models \alpha$ então $KB \wedge \beta \models \alpha$

Métodos de prova: resumo

dois tipos básicos

- verificação de modelo (I)
  - enumeração via tabela verdade (exponencial em *n*)
  - backtracking, e.g., Davis--Putnam-Logemann-Loveland (DPLL)
  - busca heurística no espaço de modelos (*sound* mas incompleto)

    Exemplo: min-conflicts-like hill-climbing algorithms
- aplicação de regras de inferência (II)
  - geração consistente (*sound*) de novas sentenças
  - prova = sequência de sentenças e aplicação de regras inferência
    regras inferência como operadores em algoritmos de busca
  - tipicamente requer transformação sentenças em uma forma normal

Resolução

algoritmo de inferência

- consistente (*sound*)
- completo (teorema da resolução: $RC(S) \supset$), decide $\alpha \models \beta$
- $RC(S)$ *resolution closure* de S
- baseia-se em cláusulas

regra da resolução

$$\frac{\ell_i \vee \ldots \vee \ell_k, \quad m_1 \vee \ldots \vee m_n}{\ell_i \vee \ldots \vee \ell_{i-1} \vee \ell_{i+1} \vee \ldots \vee \ell_k \vee m_1 \vee \ldots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \ldots \vee m_n}$$

ℓ_i e m_j são literais complementares

Exemplo: $$\frac{P_{1,1} \vee P_{3,1}, \neg P_{1,1} \vee \neg P_{2,2}}{P_{3,1} \vee \neg P_{2,2}}$$

Exemplo resolução no mundo do Wumpus

$R_1, \ldots, R_{10}$

R_{11}: $\neg B_{1,2}$

R_{12}: $B_{1,2} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{1,3})$

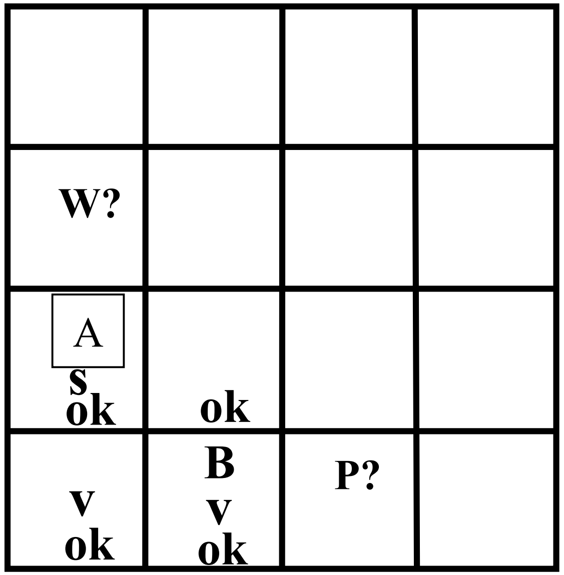
R_{13}: $\neg P_{2,2}$

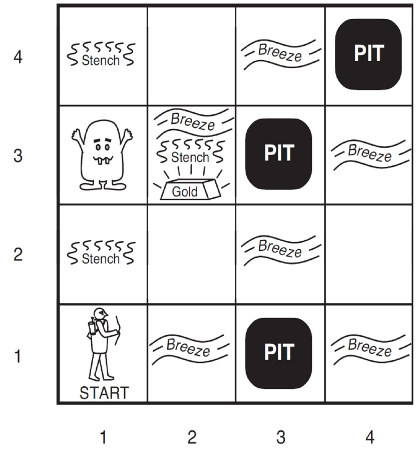
R_{14}: $\neg P_{1,3}$

R_{15}: $P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,1}$

R_{16}: $P_{1,1} \vee P_{3,1}$

R_{17}: $P_{3,1}$





Forma normal conjuntiva

FNC (CNF)

- conjunção de disjunções de literais
- disjunção de literais é uma cláusula

Teorema

qualquer sentença de uma linguagem proposicional é logicamente equivalente a uma conjunção de disjunções de literais

k–CNF

k literais/cláusula

$$(\ell_{1,1} \vee \ldots \vee \ell_{1,k}) \wedge \ldots . \wedge (\ell_{n,1} \vee \ldots \vee \ell_{n,k})$$

Conversão para forma normal conjuntiva

$B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$

1. eliminar $\Leftrightarrow$ substituir $\alpha \Leftrightarrow \beta$ por $(\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha)$

   $(B_{1,1} \Rightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge ((P_{1,2} \vee P_{2,1}) \Rightarrow B_{1,1})$

2. eliminar $\Rightarrow$ substituir $\alpha \Rightarrow \beta$ por $\neg\alpha \vee \beta$

   $(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg(P_{1,2} \vee P_{2,1}) \vee B_{1,1})$

3. mover $\neg$ para dentro usando de Morgan e dupla negação

   $(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge ((\neg P_{1,2} \wedge \neg P_{2,1}) \vee B_{1,1})$

4. aplicar distributividade ($\wedge$ sobre $\vee$) e organizar

   $(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2} \vee P_{2,1}) \wedge (\neg P_{1,2} \vee B_{1,1}) \wedge (\neg P_{2,1} \vee B_{1,1})$

Algoritmo de resolução

Algoritmo de resolução

1. iniciar convertendo ($KB \wedge \neg\alpha$) para FNC
2. aplicar regra resolução às cláusulas resultantes
3. resolver literais para produzir novas cláusulas
4. continuar processo até que

   4.1 se novas cláusulas não são obtidas, então $KB \not\models \alpha$

   4.2 se resolução produz cláusula vazia , então $KB \models \alpha$

característica do algoritmo de resolução

- prova por refutação
- $KB \models \alpha$ se e somente se ($KB \wedge \neg\alpha$) é insatisfatível

Algoritmo de resolução

function PL_RESOLUTION (*KB*, α) **returns** *true* or *false*

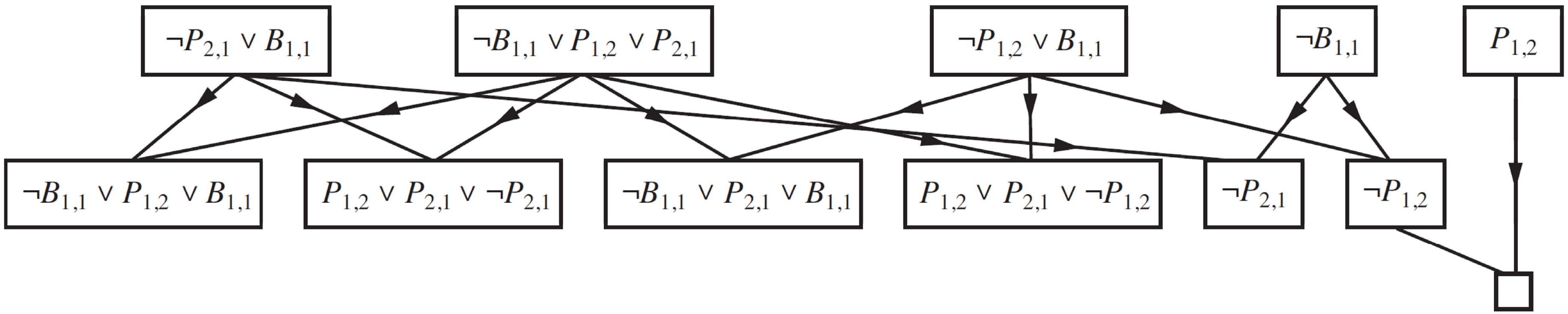
inputs: *KB*, a knowledge base, a sentence in propositional logic
α , a query, a sentence in propositional logic

clauses $\leftarrow$ the set of clauses in the CNF representation of $KB \wedge \neg\, \alpha$
new $\leftarrow$ { }
loop do
  for each pair of clauses C_i, C_j **in** *clauses* **do**
    resolvents $\leftarrow$ PL_RESOLVE(C_i,C_j)
    if *resolvents* contains the empty clause **then return** *true*
    new $\leftarrow$ *new* $\cup$ *resolvents*
  if *new* $\subseteq$ *clauses* **then return** *false*
  clauses $\leftarrow$ *clauses* $\cup$ *new*

Exemplo algoritmo de resolução

$$KB = (B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge \neg B_{1,1}$$

$$\alpha \quad = \neg P_{1,2}$$



resolução é consistente e completo

Encadeamento direto e reverso

forma de Horn

– KB = conjunção de cláusulas de Horn

cláusulas de Horn

– disjunção de literais onde no máximo um é positivo

exemplo:

$$\underbrace{\neg L_{1,1} \vee \neg Breeze}_{\text{cauda}} \vee \underbrace{B_{1,1}}_{\text{cabeça}}$$

regra de inferência: modus ponens

$$\frac{\alpha_1, \ldots, \alpha_n, \quad \alpha_1 \wedge \ldots \wedge \alpha_n \Rightarrow \beta}{\beta}$$

Observações

1. $(\neg B_{1,1} \vee P_{1,2,} \vee P_{2,1})$ não é cláusula de Horn
2. $(\neg L_{1,1} \vee \neg Breeze \vee B_{1,1}) \equiv (L_{1,1} \wedge Breeze) \Rightarrow B_{1,1}$
3. cláusula definida: se contém **exatamente** um literal positivo
4. $(\neg W_{1,1} \vee W_{1,2}) \equiv (W_{1,1} \wedge W_{1,2}) \Rightarrow False$ (restrição integridade)
5. inferência com cláusulas de Horn feitas via encadeamento
6. decidir consequência lógica com cláusulas de Horn é linear

Encadeamento direto (*Forward Chaining*)

Algoritmo de encadeamento direto

1. "disparar regras" sempre que premissas são satisfeitas na *KB*
2. adicionar conclusão na *KB* até

    2.1 encontrar consulta *q* ou

    2.2 todas regras foram *disparadas*

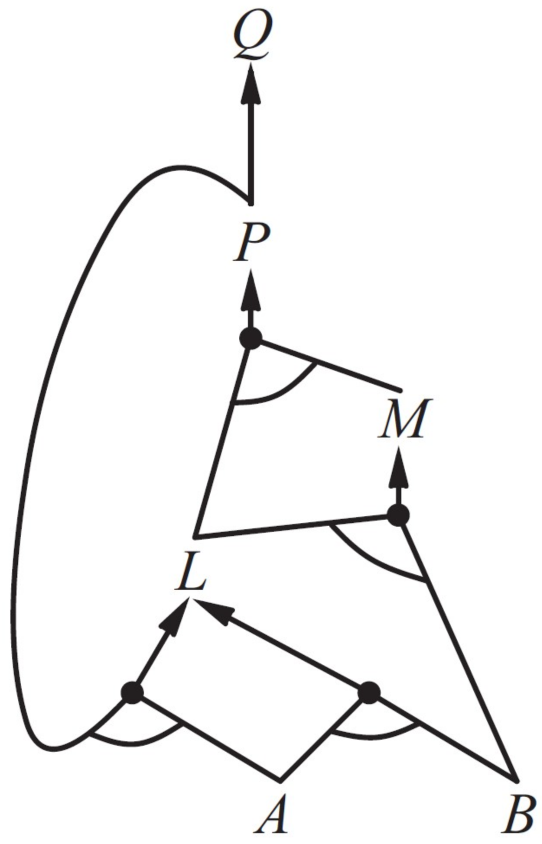
consistente e completo

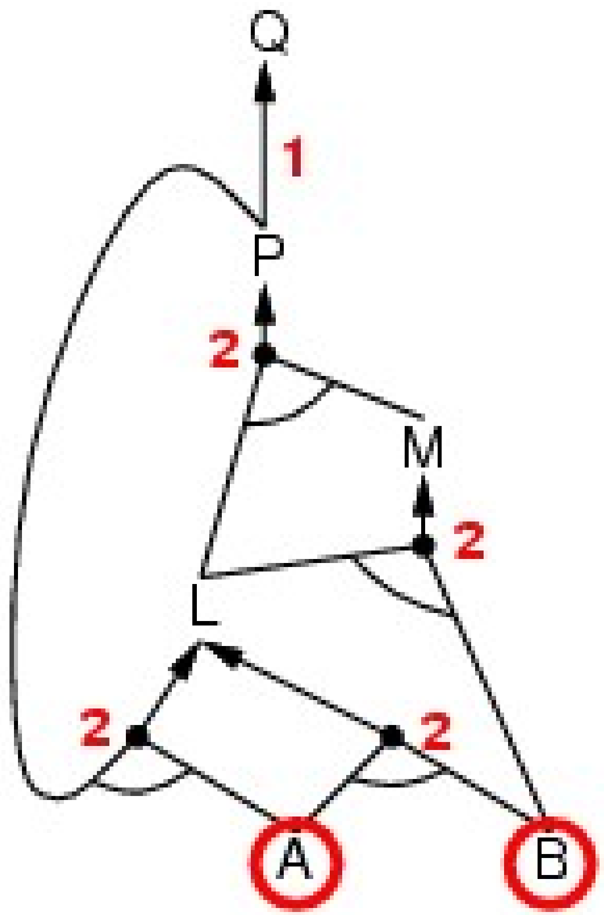
Encadeamento direto (*forward chaining*)

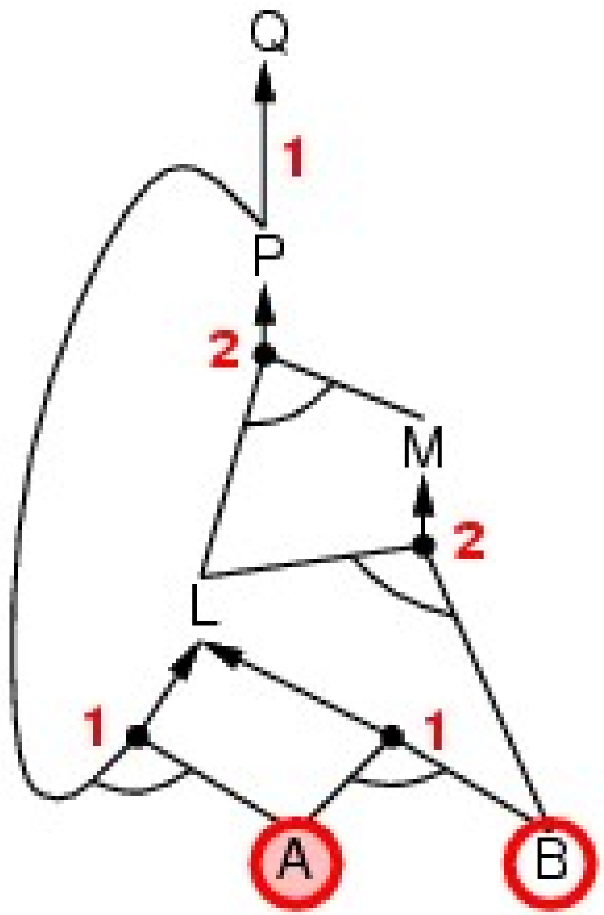
```
function PL_FC_ENTAILS? (KB, q) returns true or false
   inputs: KB, a knowledge base, a sentence in propositional logic
           q ,   a query, a sentence in propositional logic
   count    ← a table, where count[c] is the number of symbols in c´s premise
   inferred ← a table, where inferred[s] is initally false for all symbols
   agenda  ← a queue of symbols, initially symbols known to be true in KB

   while agenda is not empty do
      p ← POP(agenda)
      if p = q then return true
      if inferred[p] = false then
         inferred[p] ← true
         for each clause c in KB where p is in c.PREMISE do
               decrement count[c]
               if count[c] = 0 then add c.CONCLUSION to agenda
   return false
```

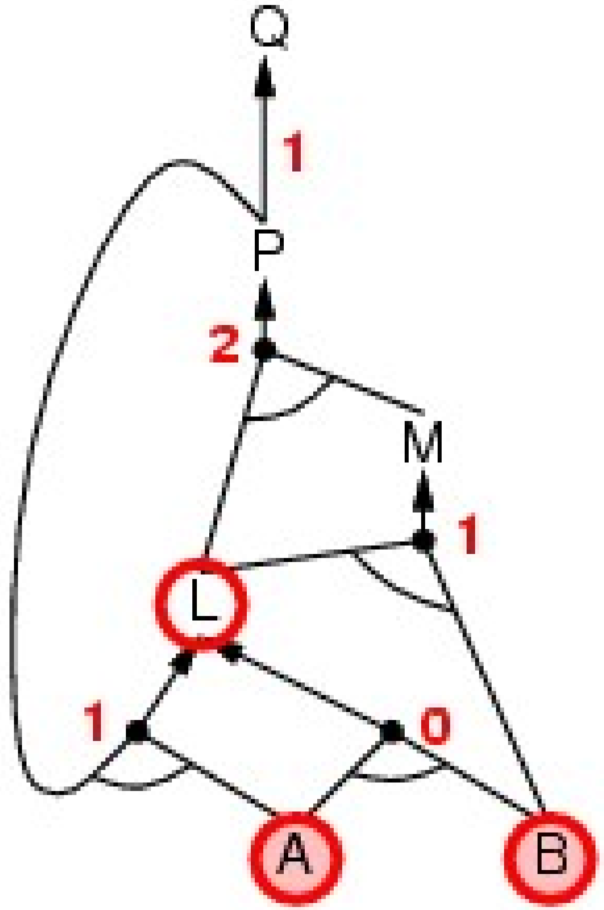
Exemplo

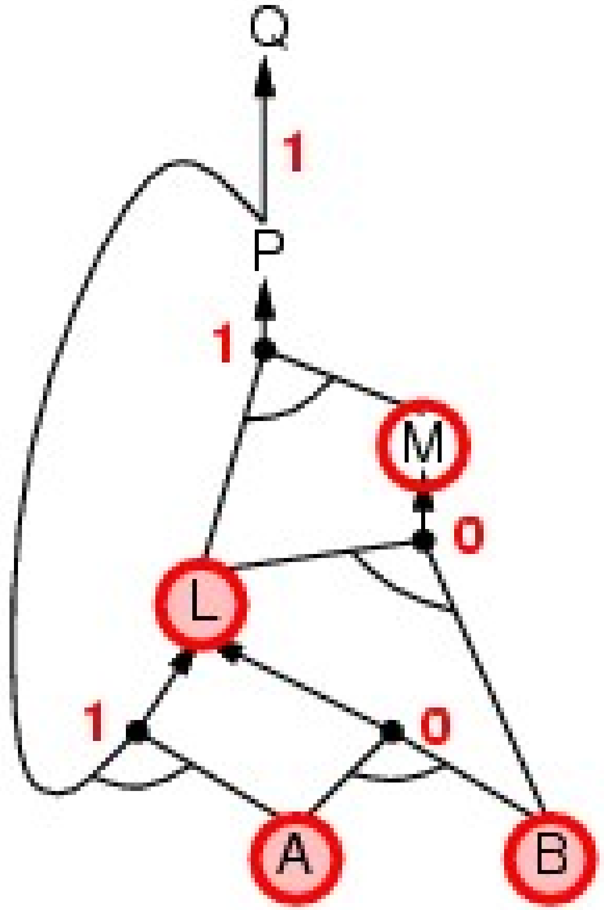
$$
KB \quad
\begin{array}{l}
P \Rightarrow Q \\
L \wedge M \Rightarrow P \\
B \wedge L \Rightarrow M \\
A \wedge P \Rightarrow L \\
A \wedge B \Rightarrow L \\
A \\
B
\end{array}
$$

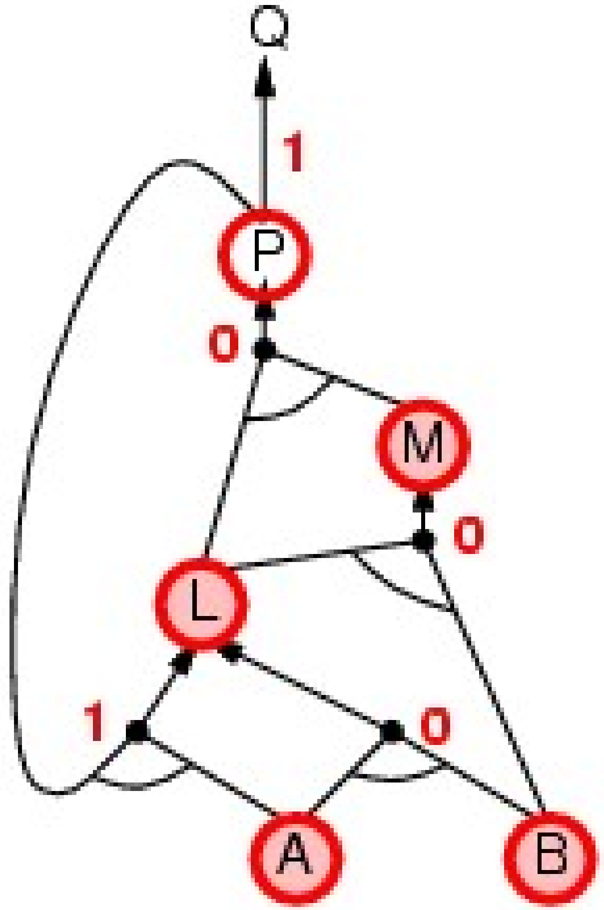


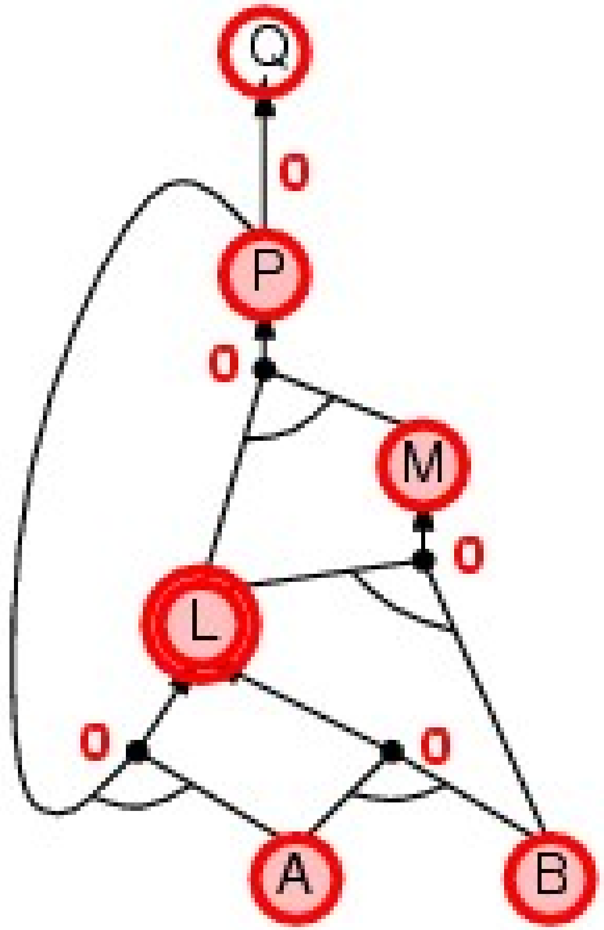

Q
1
P
2
M
2
L
2
2
A
B

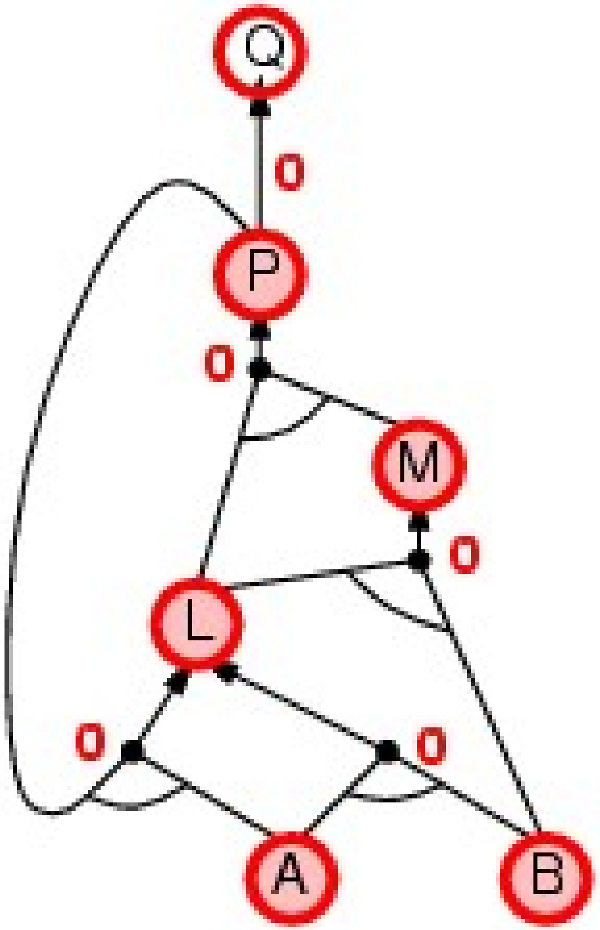

Q
1
P
2
M
2
L
1
1
A
B

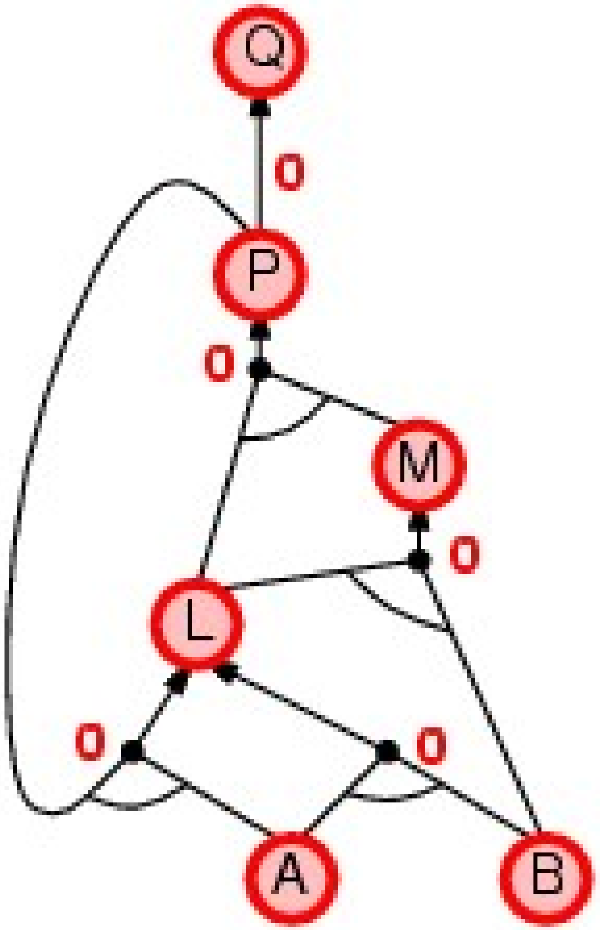

Q
1
P
2
M
1
L
1
0
A
B


Q
1
P
1
M
0
L
1
0
A
B


Q
1
P
0
M
0
L
1
0
A
B


Q
0
P
0
M
0
L
0
0
A
B


Q
0
P
0
M
0
L
0
0
A
B


Q
0
P
0
M
0
L
0
0
A
B

Encadeamento reverso (*backward chaining*)

Algoritmo de encadeamento reverso

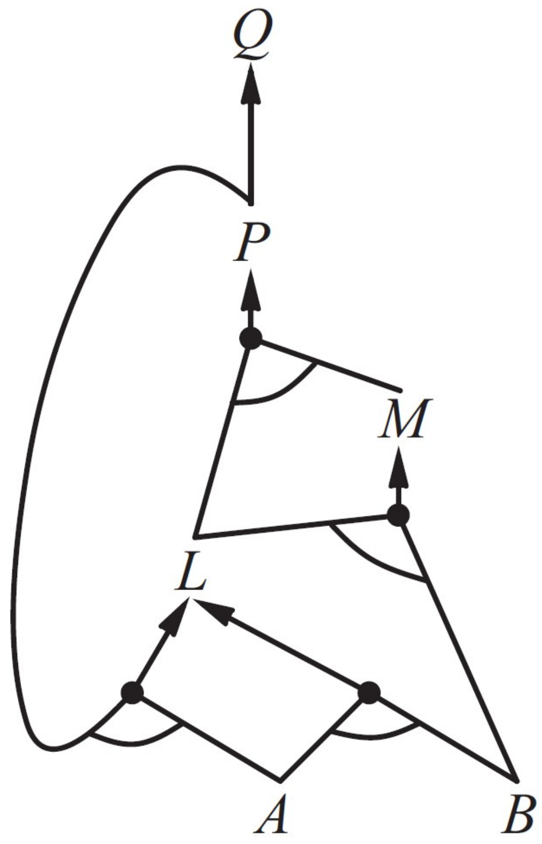
1. disparar regras sempre que consequentes são satisfeitos na *KB*
2. adicionar antecedentes na *KB* até

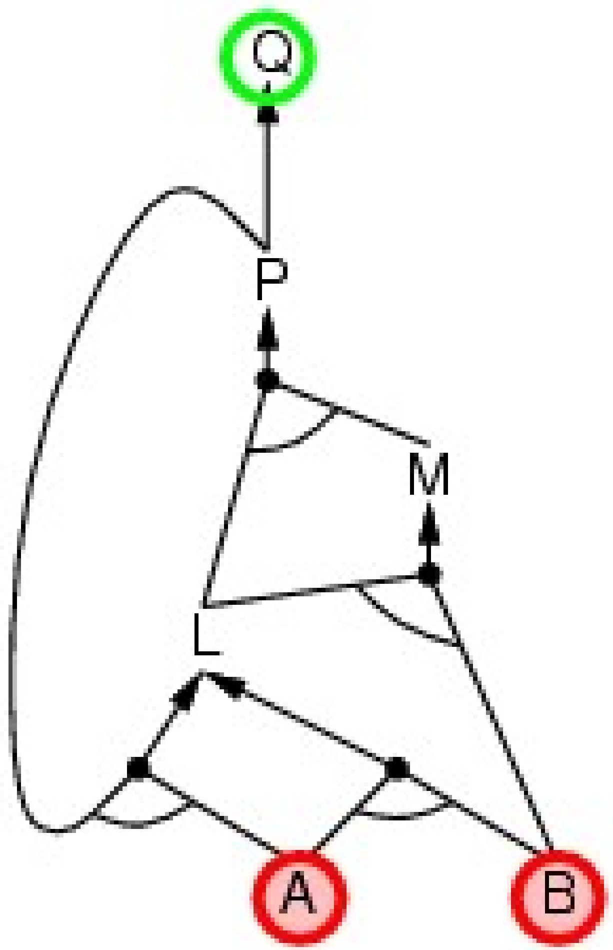
    2.1 encontrar consulta *q* ou

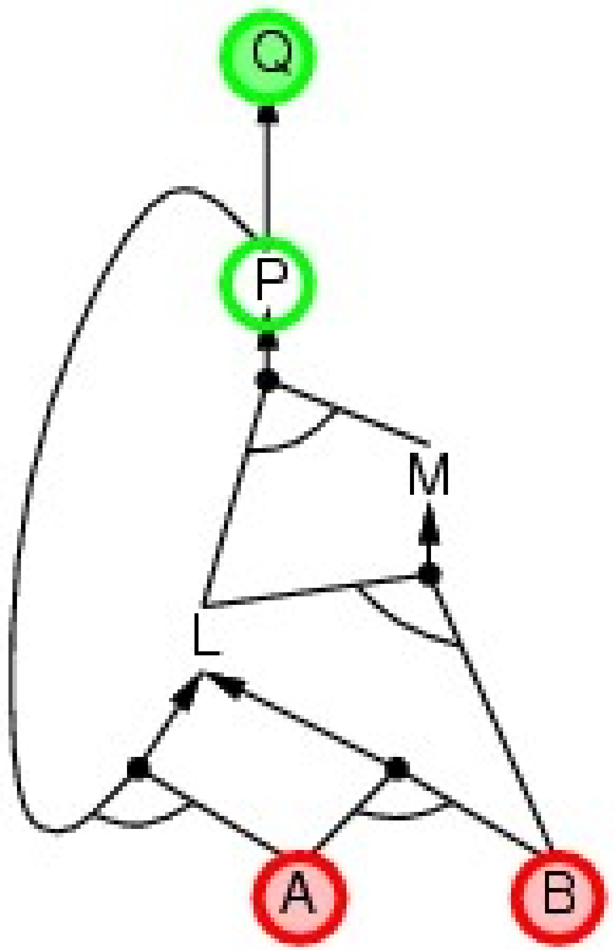
    2.2 todas premissas forem provadas por fatos conhecidos

Exemplo

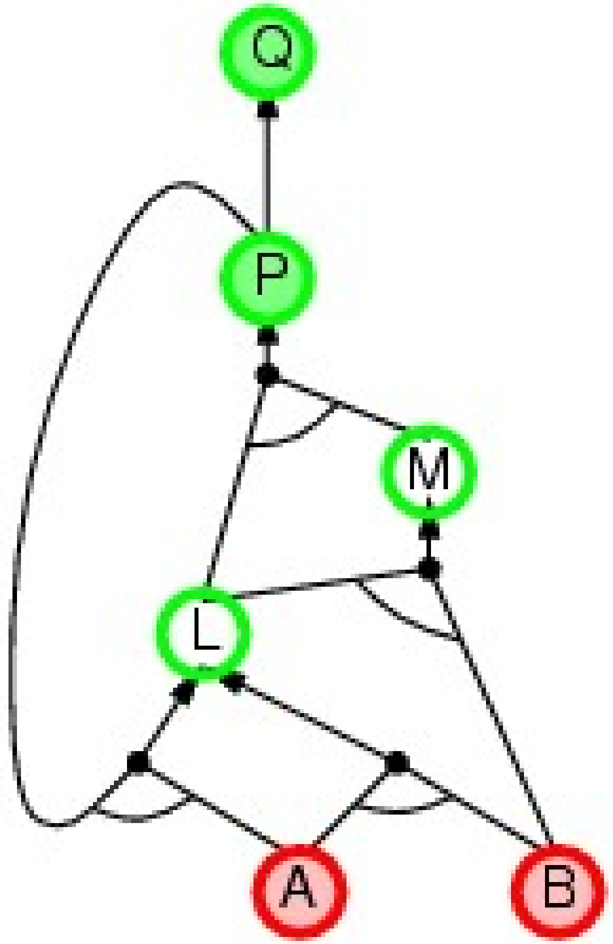
$$KB \quad \begin{array}{l} P \Rightarrow Q \\ L \wedge M \Rightarrow P \\ B \wedge L \Rightarrow M \\ A \wedge P \Rightarrow L \\ A \wedge B \Rightarrow L \\ A \\ B \end{array}$$

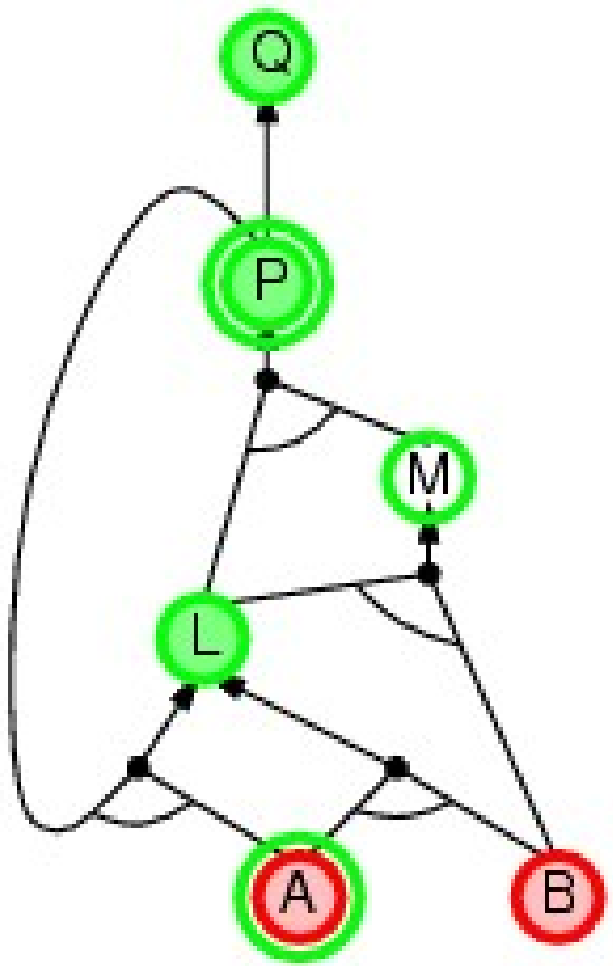


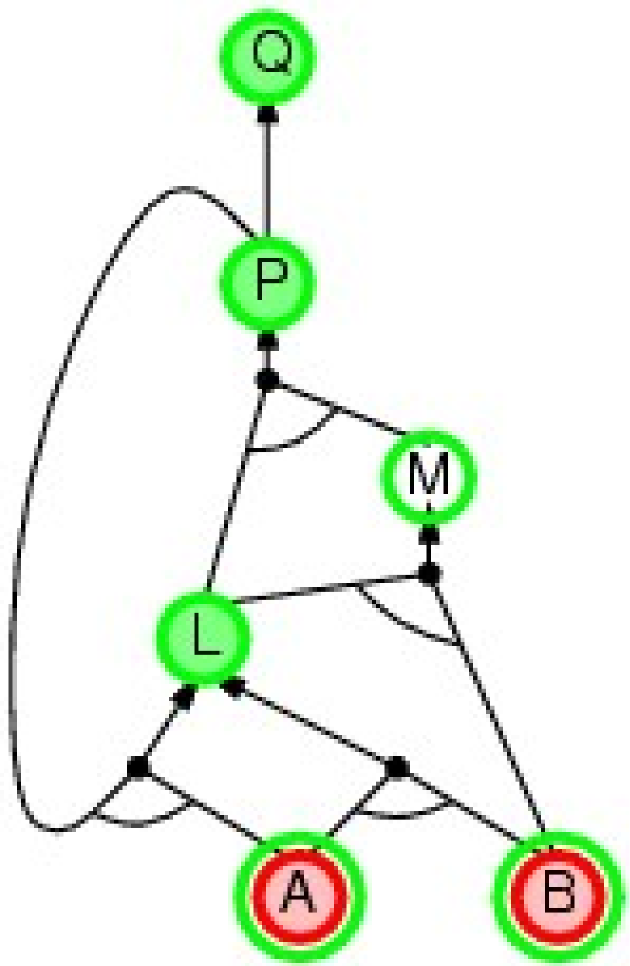

Q
P
M
L
A
B

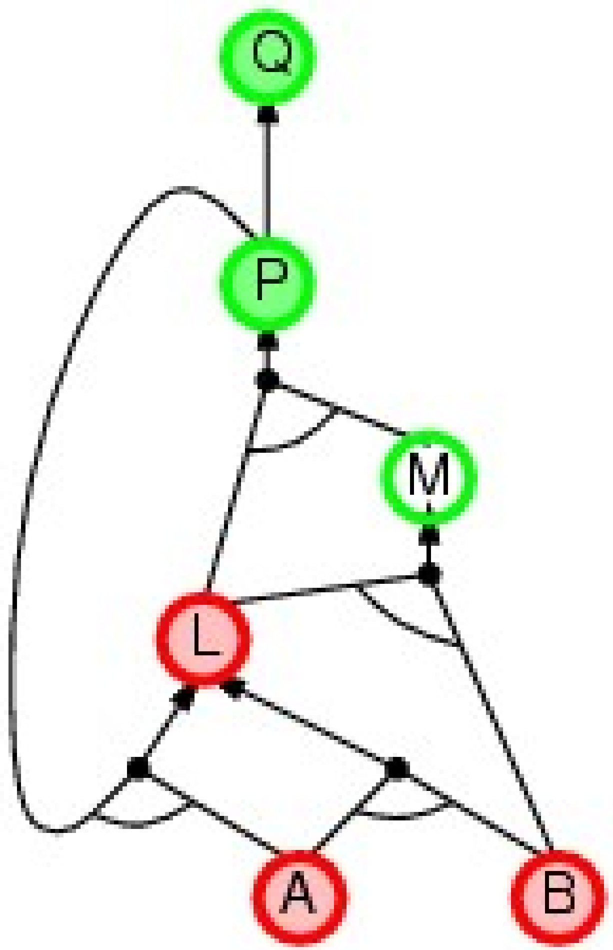


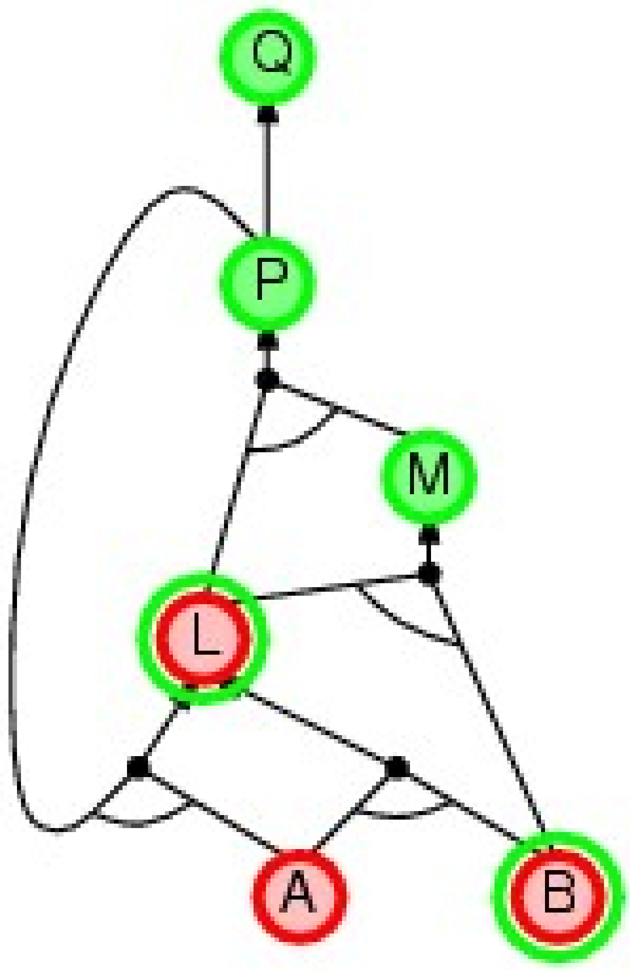
Q
P
M
L
A
B

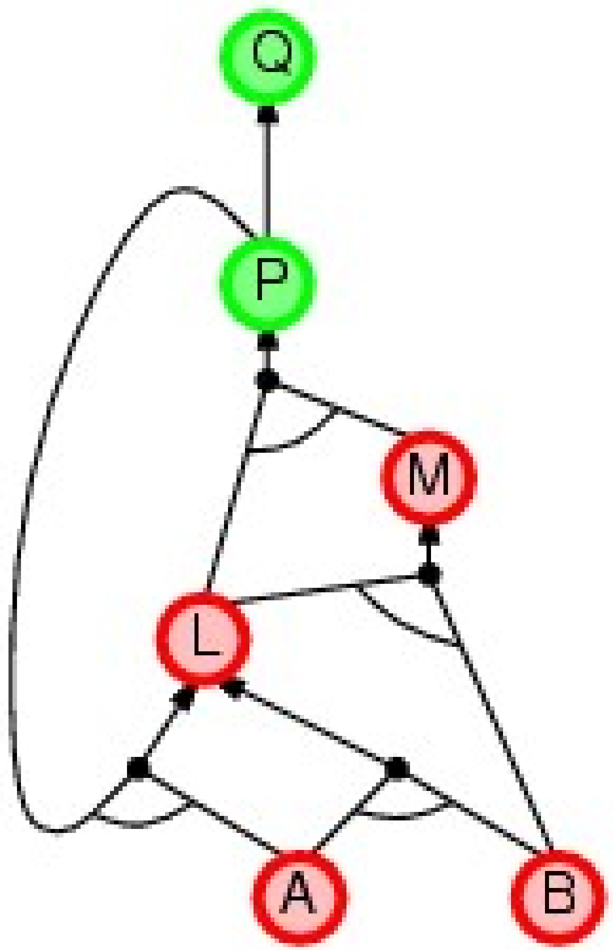

Q
P
M
L
A
B

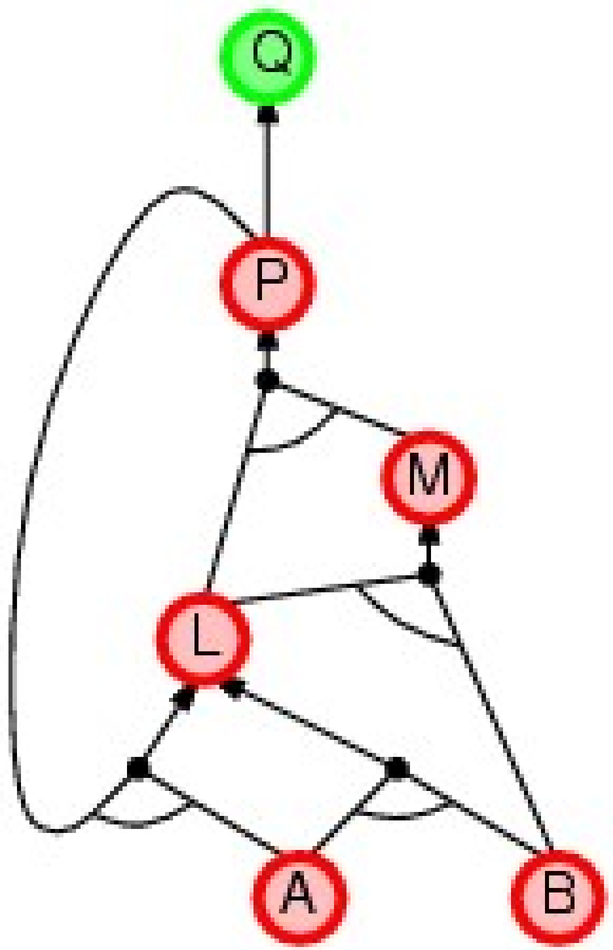

Q
P
M
L
A
B

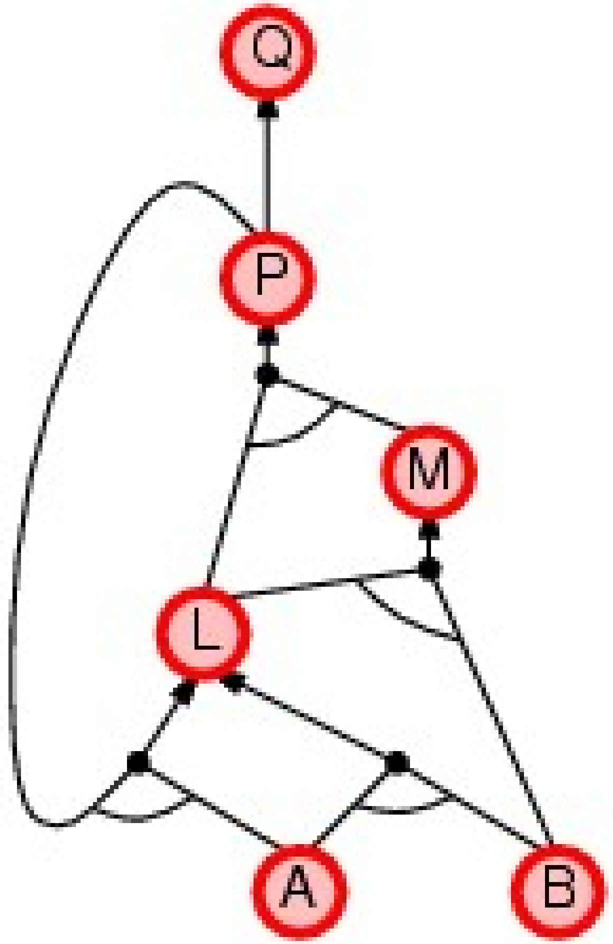

Q
P
M
L
A
B


Q
P
M
L
A
B


Q
P
M
L
A
B


Q
P
M
L
A
B


Q
P
M
L
A
B


Q
P
M
L
A
B

Encadeamento direto × reverso

ED é *data-driven*, automático, processamento "inconsciente"

Exemplo: reconhecimento objetos, projeto

ED pode executar passos irrelevantes para encontrar objetivo

ER é *goal-driven*, apropriado para solução de problemas

Exemplo: diagnóstico, como se tornar um pesquisador?

complexidade do ER pode ser menor que linear no tamanho da *KB*

Agente proposicional no mundo Wumpus

sentenças (PEAS)

$$\neg P_{1,1}$$
$$\neg W_{1,1}$$
$$B_{x,y} \Leftrightarrow (P_{x,y+1} \vee P_{x,y-1} \vee P_{x+1,y} \vee P_{x-1,y})$$
$$S_{x,y} \Leftrightarrow (W_{x,y+1} \vee W_{x,y-1} \vee W_{x+1,y} \vee W_{x-1,y})$$
$$W_{1,1} \vee W_{1,2} \vee \ldots \vee W_{4,4}$$
$$\neg W_{1,1} \vee \neg W_{1,2}$$
$$\neg W_{1,1} \vee \neg W_{1,3}$$
$$\ldots$$

64 símbolos proposicionais distintos, 155 sentenças p/ mundo (4×4)

Limitações da lógica proposicional

poder de expressão limitado

KB contém as sentenças do "estado" de toda posição

para todo instante t e para toda posição $[x,y]$

$$L^t_{x,y} \wedge FacingEast^{\,t} \wedge Forward^{\,t} \Rightarrow L^t_{x+1,y} \wedge \neg L^t_{x,y}$$

proliferação rápida de cláusulas

alternativa: agente híbrido

```
function HYBRID-WUMPUS-AGENT(percept) returns an action
  inputs: percept, a list, [stench,breeze,glitter,bump,scream]
  persistent: KB, a knowledge base, initially the atemporal "wumpus physics"
              t, a counter, initially 0, indicating time
              plan, an action sequence, initially empty

  TELL(KB, MAKE-PERCEPT-SENTENCE(percept, t))
  TELL the KB the temporal "physics" sentences for time t
  safe ← {[x, y] : ASK(KB, OK^t_{x,y}) = true}
  if ASK(KB, Glitter^t) = true then
    plan ← [Grab] + PLAN-ROUTE(current, {[1,1]}, safe) + [Climb]
  if plan is empty then
    unvisited ← {[x, y] : ASK(KB, L^{t'}_{x,y}) = false for all t' ≤ t}
    plan ← PLAN-ROUTE(current, unvisited ∩ safe, safe)
  if plan is empty and ASK(KB, HaveArrow^t) = true then
    possible_wumpus ← {[x, y] : ASK(KB, ¬ W_{x,y}) = false}
    plan ← PLAN-SHOT(current, possible_wumpus, safe)
  if plan is empty then  // no choice but to take a risk
    not_unsafe ← {[x, y] : ASK(KB, ¬ OK^t_{x,y}) = false}
    plan ← PLAN-ROUTE(current, unvisited ∩ not_unsafe, safe)
  if plan is empty then
    plan ← PLAN-ROUTE(current, {[1, 1]}, safe) + [Climb]
  action ← POP(plan)
  TELL(KB, MAKE-ACTION-SENTENCE(action, t))
  t ← t + 1
  return action
```

```
function PLAN-ROUTE(current,goals,allowed) returns an action sequence
  inputs: current, the agent's current position
          goals, a set of squares; try to plan a route to one of them
          allowed, a set of squares that can form part of the route

  problem ← ROUTE-PROBLEM(current, goals,allowed)
  return A*-GRAPH-SEARCH(problem)
```

Observação