



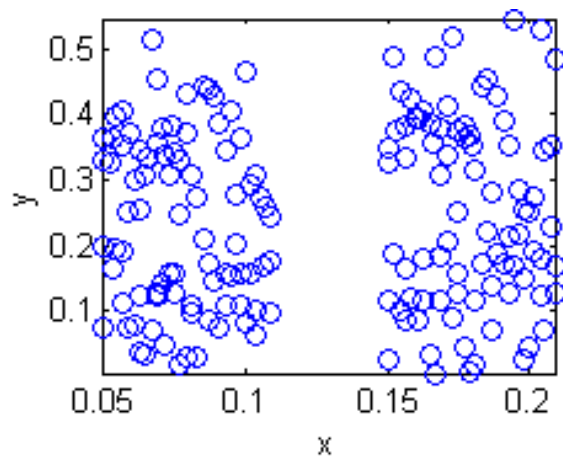
EA 072 Inteligência Artificial em Aplicações Industriais

7.5 Aprendizagem e Agrupamento

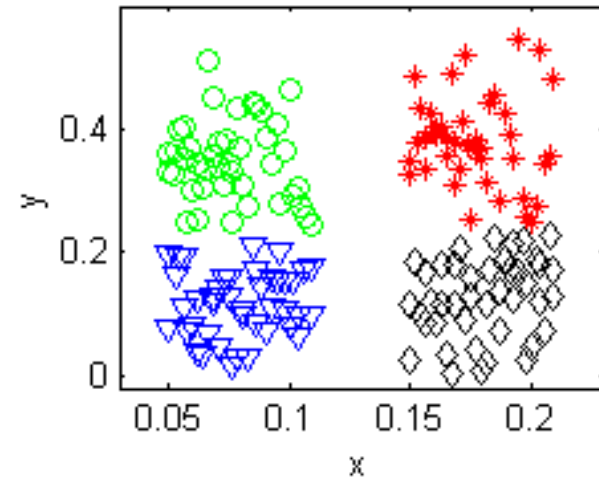
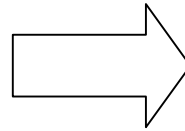
7.5.1 Introdução

- Aprendizagem: visão geral
 - Não supervisionada
 - Supervisionada
 - Competitiva
 - Autorganizada
 - Reforço

Aprendizagem e Agrupamento de Dados



Dados



Grupos

Notação

$X = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_p\}$ conjunto de dados (exemplos)

$\mathbf{x}_k = (x_{k1} \ x_{k2} \ \dots \ x_{kn}) \in \mathbb{R}^n, \ \forall k \in \{1, 2, \dots, p\}$

$\|\cdot\|$ = norma

$\|\mathbf{x}\|_e = \sqrt{(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)}$ Norma Euclidiana

p = número de exemplos (padrões) para aprendizagem

N_g = vizinhança de g

$N_C = \{1, 2, \dots, c\}$ conjunto de índices $1, 2, \dots, c$

$V = [v_1 \ v_2 \ \dots \ v_c]$ matriz com colunas $v_i \in R^n$

function LVQ-NETWORK-LEARNING (*examples*) **return** *network*

network \leftarrow a network with randomly assigned weights in [0,1]

$t \leftarrow 0$

repeat

for each x_k in *examples* **do**

$$\|x_k - w_g\| = \min_{j=1, \dots, c} \|x_k - w_j\|$$

$$\Delta w_j = \alpha(t)[x_k - w_j], \quad \forall j \in N_g$$

$t = t + 1$

end

until stopping criterion is reached

return *network*

$$\alpha(t) = t^{-1}, \quad \alpha(t) = 0.2[1 - \frac{t}{10.000}], \quad t = 1, 2, \dots, z; \quad 500 \leq z \leq 10.000$$

- Centro do j -ésimo grupo, $j = 1, \dots, c$

$$w_j = (w_{1j} \ w_{2j} \ \cdots \ w_{nj})$$

- Padrão x pertence ao grupo g se

$$\|x - w_g\| = \min_{j=1, \dots, c} \|x - w_j\|$$

- Neste caso: definir as saídas como

$$a_j = \begin{cases} 1 & \text{se } j = g \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

7.5.3 Fuzzy c-Means (FCM)

- Partição fuzzy

$$P = \{A_1, A_2, \dots, A_c\} \text{ tal que } \sum_{i=1}^c A_i(x_k) = 1 \text{ e } 0 < \sum_{k=1}^p A_i(x_k) < p$$

A_i são conjuntos nebulosos de X , $i = 1, \dots, c$, $c \geq 2$

- Índice de desempenho $J_m(P)$ de uma partição fuzzy P

$$J_m(P) = \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^c [A_i(x_k)]^m \|x_k - v_i\|^2 \quad v_i \in R^n \text{ centro } i\text{-ésimo grupo}$$

Algoritmo FCM: solução problema de otimização

$$\min J_m(P) = \sum_{k=1}^p \sum_{i=1}^c [A_i(\mathbf{x}_k)]^m \|\mathbf{x}_k - \mathbf{v}_i\|^2$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^c A_i(\mathbf{x}_k) = 1$$

$$0 < \sum_{k=1}^p A_i(\mathbf{x}_k) < p$$

(Bezdek, 1981)

Solução do problema de otimização

$$v_i = \frac{\sum_{k=1}^p [(A_i(x_k))^m x_k]}{\sum_{k=1}^p [A_i(x_k)]^m} \quad (1)$$

$$A_i(x_k) = \left[\sum_{j=1}^c \left(\frac{\|x_k - v_i\|^2}{\|x_k - v_j\|^2} \right)^{\frac{2}{m-1}} \right]^{-1} \quad (2)$$

function FUZZY-C-MEANS (*examples*) **returns** a partition and centers

inputs: *examples*, a set X ; m , fuzziness index; ε stopping parameter;
 P^0 , initial fuzzy partition;

$t \leftarrow 0$

repeat

compute clusters centers v_i^t , $i = 1, \dots, c$ using (1), P^t , and m

if $\|x_k - v_i^t\| > 0 \quad \forall i = 1, \dots, c$ **then** compute P^{t+1} using (2)

if $\|x_k - v_i^t\| = 0$ for $i \in I$ **then** define $A_i(x_k)$ for $i \in I$

by any nonnegative real numbers satisfying $\sum_{i \in I} A_i(x_k) = 1$ and set

$A_i^{t+1}(x_k) = 0$ for $i \in N_C - I$

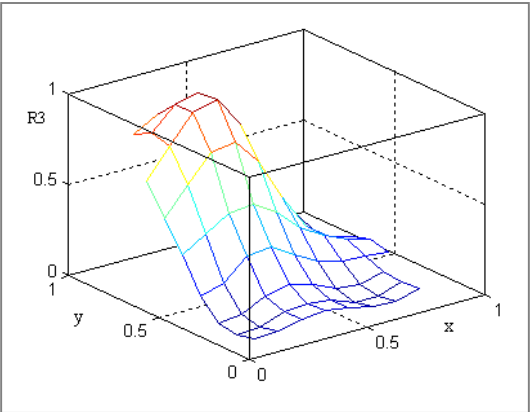
$t = t + 1$

until $|P^{t+1} - P^t| \leq \varepsilon$

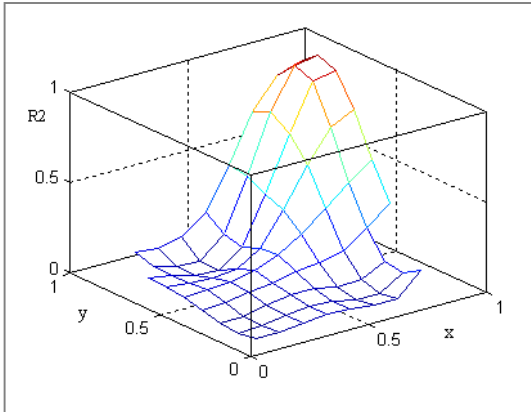
return FCM-PARTION-AND-CLUSTER-CENTERS (P, V)

Exemplo

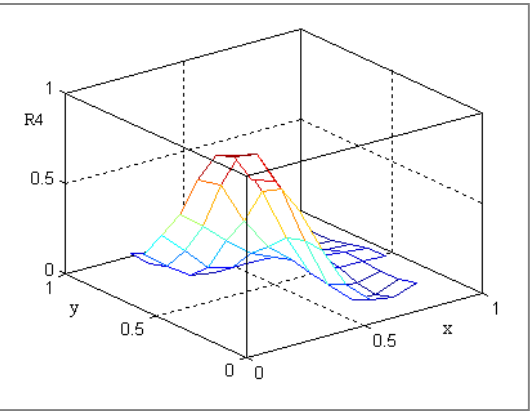
C_3



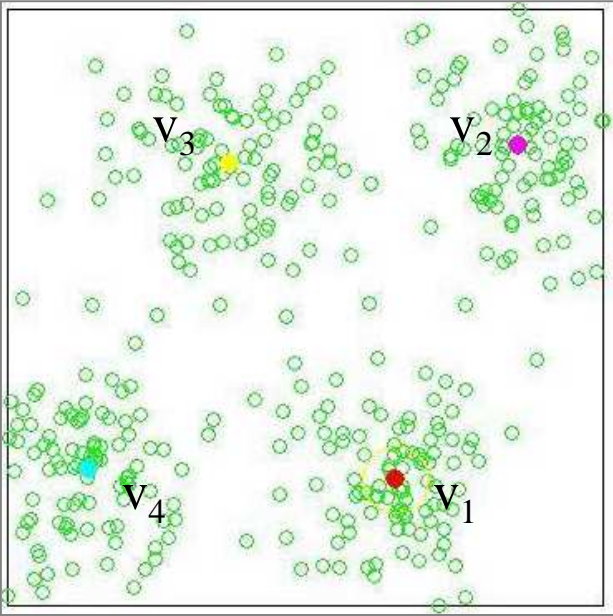
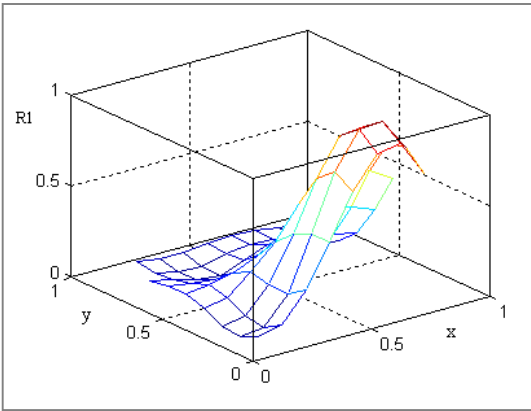
C_2



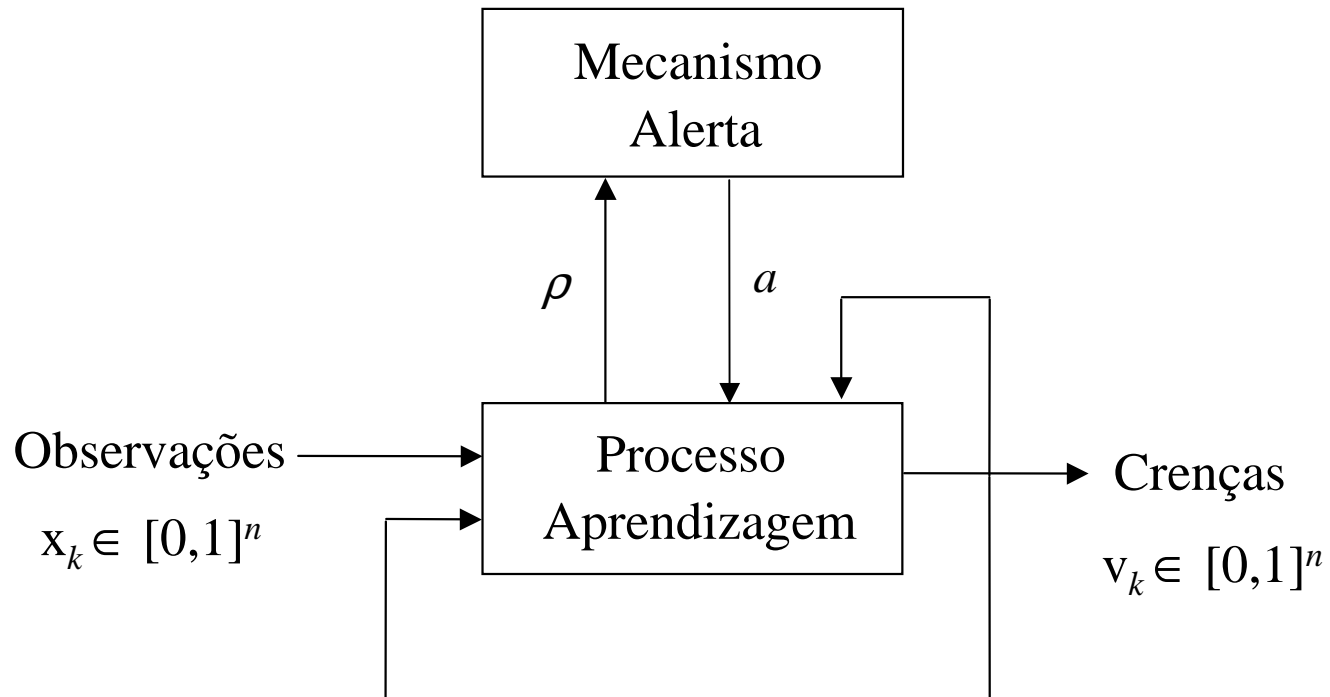
C_4



C_1



7.5.4 Aprendizagem Participativa



v : codifica o objeto de aprendizagem

v_k : estimativa de v após k observações x_k

- Atualização crença v_k

$$v_{k+1} = v_k + \alpha(\rho_k)^{1-a_k} (x_k - v_k)$$

$$\rho_k = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n d_{jk}$$

$$\rho_k = 1 - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n |x_{jk} - v_{jk}|$$

α : taxa de aprendizagem

ρ_k : grau de compatibilidade

- Atualização índice de alerta a :

$$a_{k+1} = a_k + \beta((1 - \rho_k) - a_k)$$

$$\beta \in [0, 1]$$

Monitora variações compatibilidade

AP e Agrupamento Fuzzy

Aprendizagem Participativa

Agrupamento

Crença



Nova crença



Observação



Estrutura de grupos

Nova estrutura

Dados

Algoritmo AP de Agrupamento Fuzzy

1. choose $\alpha, \beta, \tau \in [0,1], \varepsilon, m > 0, l_{\max}$
2. **set** $l=1, a_{ki}^0 = 0, c = 2, V^0 = [v^0_1 v^0_2],$ compute U^0
3. **for** $k = 1, \dots, p$
 - for** $i = 1, \dots, c$
 - compute $d_{ki}^l(x_k, v_i^l), \rho_{ki}^l, a_{ki}^l$
 - if** $a_{ki}^l \geq \tau, \forall i \in \{1, \dots, c\}$ **then** add new v_i **else** update $v_s^l,$ update c
 - compute** $\rho_{vi}^l = 1 - \sum_h |v_{ih}^l - v_{jh}^l|^2, \lambda_{vi}^l = \beta(1 - \rho_{vi}^l)$
 - if** $\lambda_{vi}^l \leq 0.95 \tau$ **then** eliminate v_i and update U^l
4. **if** $err = \max_{ij} |v_{ij}^l - v_{ij}^{l-1}| > \varepsilon$ and $l < l_{\max}$ **then** $l = l+1,$ go to step 3
5. update U_l
6. **end**

Passo 3 detalhado

3. **for** $k = 1, \dots, p$

for $i = 1, \dots, c$

 compute $d_{ki}^l(x_k, v_i^l)$,

$$\rho_{ki}^l = 1 - d_{ki}^l$$

$$a_{ki}^l = a_{ki}^{l-1} + \beta [(1 - \rho_{ki}^l) - a_{ki}^{l-1}]$$

end

if $a_{ki}^l \geq \tau, \forall i \in \{1, \dots, c\}$

then new v_i , update c

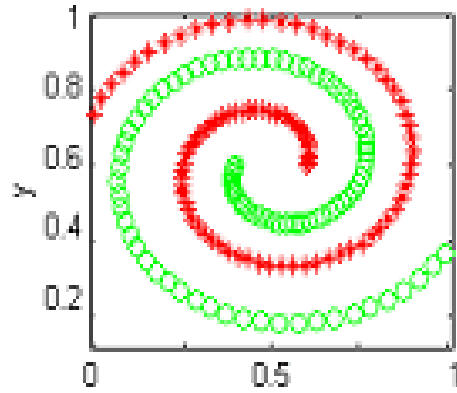
else $v_s^l = v_s^{l-1} + \alpha \rho^{1-aks} (x_k - v_s^{l-1})$, $s = \arg \max_i \{\rho_{ki}^l\}$

 compute $\rho_{vi}^l = 1 - \sum_h |v_{ih}^l - v_{jh}^l|^2$, $h = 1, \dots, n$, $\lambda_{vi}^l = \beta (1 - \rho_{vi}^l)$

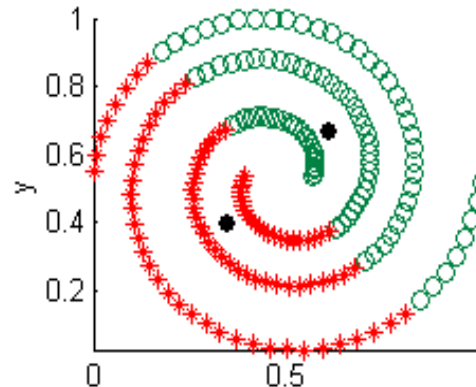
if $\lambda_{vi}^l \leq 0.95\tau$ **then** eliminate v_i and update U^l

end for

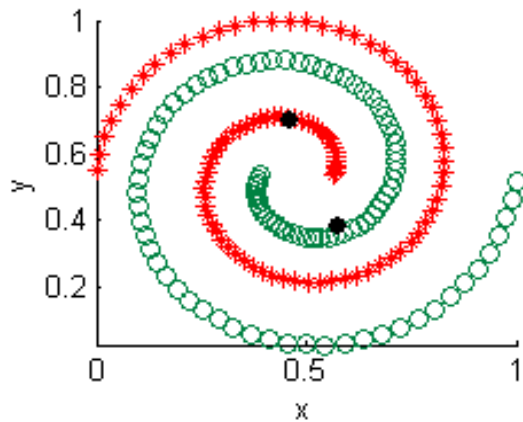
Exemplo: espiral



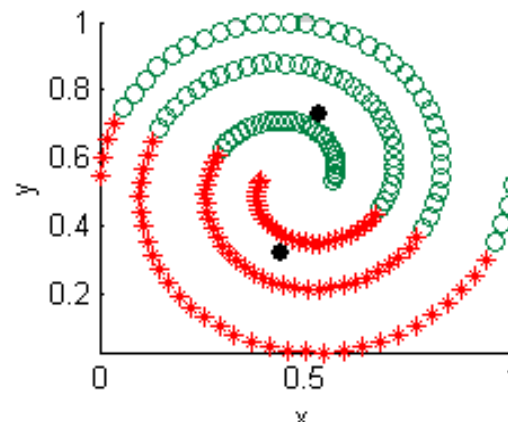
Dados



GK



MFKM ($\eta = 1.5$)



PL ($\tau = 0.1$)

Exemplo: Iris

- Iris flower database
 - dados 4-dimensional com 50 amostras de cada um dos três tipos de flores
 - $p = 150$, $n = 4$, $c = 3$
 - atributos
 - Sepal length, sepal width, petal length, petal width
 - classes
 - Setosa, Versicolor, Virginica

Atributos



Setosa



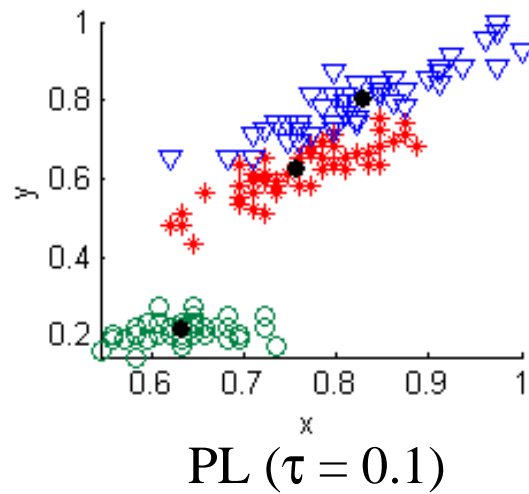
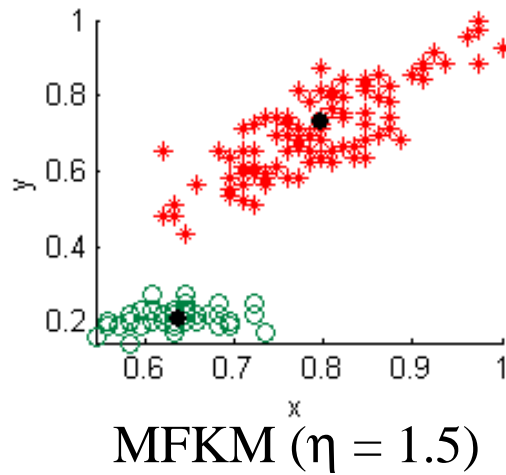
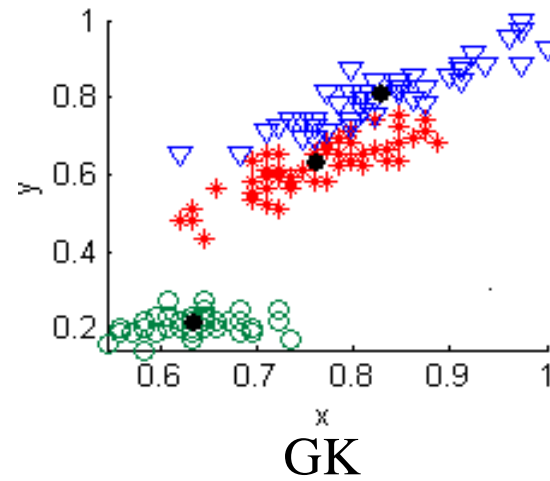
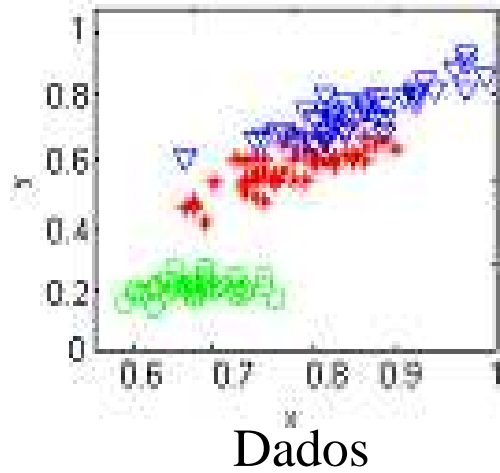
Versicolor



Virginica



Exemplo: Iris



Observação

Este material refere-se às notas de aula do curso EA 072 Inteligência Artificial em Aplicações Industriais da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Unicamp. Não substitui o livro texto, as referências recomendadas e nem as aulas expositivas. Este material não pode ser reproduzido sem autorização prévia dos autores. Quando autorizado, seu uso é exclusivo para atividades de ensino e pesquisa em instituições sem fins lucrativos.