EA044 - Planejamento e Análise de Sistemas de Produção

Resolução da Lista 4 - Modelos Lineares

Exercício 1 - *Nota: Exercício 4.2 do livro texto*

a) Modelo de programação linear:

Variáveis de decisão:
$x_{i,j} \triangleq$ Horas do engenheiro i no projeto j
$p_{i,j} \triangleq$ Pontuação do engenheiro i no projeto j
$r_j \triangleq$ Número mínimo de horas necessárias ao projeto j

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{4} p_{i,j}\ x_{i,j}$$

s.a.

$$\sum_{i=1}^{3} x_{i,j} = r_j$$

$$\sum_{j=1}^{4} x_{i,j} = 80$$

$x_{i,j} \geq 0$; $i = (1,\ 2,\ 3)$; $j = (1,\ 2,\ 3,\ 4)$

b) Os valores ótimos não nulos são:
$x^*_{1,1} = 70,\ x^*_{1,2} = 10,\ x^*_{2,2} = 40,\ x^*_{2,3} = 5,\ x^*_{2,4} = 35,\ x^*_{3,4} = 80$

Exercício 2 - *Nota: Exercício 4.17 do livro texto*

Dica: Consultar o exercício-modelo da página 163 do livro texto.

a) Problema original: energia $= \alpha + \beta \cdot$ nível

Substituindo os valores da tabela de consumo de energia em diferentes níveis de operação, temos:
$1 = \alpha + 2\beta \quad \Rightarrow 1 - \alpha - 2\beta$
$3 = \alpha + 3\beta \quad \Rightarrow 3 - \alpha - 3\beta$
$3 = \alpha + 5\beta \quad \Rightarrow 3 - \alpha - 5\beta$

$5 = \alpha + 7\beta \quad \Rightarrow 5 - \alpha - 7\beta$

Min $(1 - \alpha - 2\beta) + (3 - \alpha - 3\beta) + (3 - \alpha - 5\beta) + (5 - \alpha - 7\beta)$

Porém o valor absoluto do erro não é uma função linear. Para linearizar devemos definir s_i^+ e s_i^- como desvios não negativos. Substituímos $s_i^+ + s_i^-$ na função objetivo e introduzimos as restrições de desigualdade de diferenças do tipo $s_i^+ - s_i^-$ e restrições do tipo $s_i^+ \geq 0$ e $s_i^- \geq 0$. Assim obtemos:

Max $\sum_{i=1}^{4}(s_i^+ + s_i^-)$
s.a.
$1 - \alpha - 2\beta \quad = s_1^+ - s_1^-$
$3 - \alpha - 3\beta \quad = s_2^+ - s_2^-$
$3 - \alpha - 5\beta \quad = s_3^+ - s_3^-$
$5 - \alpha - 7\beta \quad = s_4^+ - s_4^-$
$s_i^+,\ s_i^- \geq 0 \ ;\ i = (1,\ 2,\ 3,\ 4)$
$\alpha,\ \beta\ \geq 0$

b) $\beta_0^* = 0,\ \ \beta_1^* = 0{,}714$
$s_1^{+*} = 0{,}429,\ \ s_3^{+*} = 0{,}571,\ \ s_2^{-*} = 0{,}857$

c) 0,429, 0,0857, 0,571 e 0.

Exercício 3

a) Variáveis de decisão do problema:
$x_1 \triangleq$ Número de equipes que trabalham de domingo a quinta
$x_2 \triangleq$ Número de equipes que trabalham de segunda a sexta
$x_3 \triangleq$ Número de equipes que trabalham de terça a sábado
$x_4 \triangleq$ Número de equipes que trabalham de quarta a domingo
$x_5 \triangleq$ Número de equipes que trabalham de quinta a segunda
$x_6 \triangleq$ Número de equipes que trabalham de sexta a terça
$x_7 \triangleq$ Número de equipes que trabalham de sábado a quarta

Min $\sum_{j=1}^{7} x_j$

s.a.

$x_1 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 8$ domingo

$x_1 + x_2 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 6$ segunda

$x_1 + x_2 + x_3 + x_6 + x_7 \geq 6$ terça

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_7 \geq 6$ quarta

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \geq 6$ quinta

$x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 \geq 10$ sexta

$x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 \geq 10$ sábado

$x_j \geq 0; \quad j = 1, \cdots, 7$

b) Todas as restrições principais são restrições do problema.

Exercício 4

$$\text{Max} \sum_{i=1}^{8} \sum_{k=1}^{25} r_{i,k}\ x_{i,k}\ + \sum_{i=1}^{8} a_i\ g_i \qquad \text{(lucro total + estoque final)}$$

s.a.

$$h_i + q_i - \sum_{k=1}^{25}\ x_{i,k} = g_i \qquad i = (1, \cdots, 8) \qquad \text{pilha } i$$

$$l_k \leq \sum_{i=1}^{8}\ x_{i,k} \leq u_k \qquad k = (1, \cdots, 25) \qquad \text{cliente } k$$

$$L_k(\sum_{i=1}^{8}\ x_{i,k}) \leq \sum_{i=1}^{8}\ b_i\ x_{i,k} \leq M_k(\sum_{i=1}^{8}\ x_{i,k}) \qquad k = (1, \cdots, 25) \qquad \text{(BPL clientes)}$$

$x_{i,k} \geq 0$

$i = 1, \cdots,\ 8$

$k = 1, \cdots,\ 25$