EA044 - Planejamento e Análise de Sistemas de Produção

Resolução: Lista 1 - Modelagem

Exercício 1

	Horas	Custo	Lotes
Linha 1	t_1	c_1	x_1
Linha 2	t_2	c_2	x_2
Total	T	-	b

a) As variáveis de decisão do problema são representados por x_1 e x_2, ou seja, o número de lotes (unidades) produzidas em cada linha de produção.

b) Os parâmetros do problema são: t_1, t_2, c_1, c_2, b e T.

c) Minimizar o custo de produção é a função objetivo do problema, representada por:
min $z = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2$

d) As restrições do problema referem-se ao:
Nº de horas de produção: $t_1 \cdot x_1 + t_2 \cdot x_2 \leq T$
Nº de lotes produzidos: $x_1 + x_2 = b$
O nº de lotes deve pertencer ao conjunto dos números naturais: $x_1,\ x_2 \in \mathbf{N}$

Exercício 2

	Horas	Custo	Lotes
Linha 1	10	500	x_1
Linha 2	20	100	x_2
Total	40	-	3

a) Para $x_1 = 0$ e $x_2 = 3$, temos:

$t_1 \cdot x_1 + t_2 \cdot x_2 \leq T$	$x_1 + x_2 = b$	$x_1, x_2 \in \mathbf{N}$
$10 \cdot 0 + 20 \cdot 3 \leq 40$	$0 + 3 = 3$	$0, 3 \in \mathbf{N}$
$0 + 60 \leq 40$	$3 = 3$	
Restrição violada		

b) Para $x_1 = 2$ e $x_2 = 1$, temos:

$$\begin{array}{l|l|l} t_1 \cdot x_1 + t_2 \cdot x_2 \leq T & x_1 + x_2 = b & x_1, x_2 \in \mathbf{N} \\ 10 \cdot 2 + 20 \cdot 1 \leq 40 & 2 + 1 = 3 & 0, 3 \in \mathbf{N} \\ 40 \leq 40 & 3 = 3 & \end{array}$$

Todas as restrições foram atendidas $\Rightarrow$ solução factível.
Avaliação da função objetivo:
min $z = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2$
min (2,1) $= 500 \cdot 2 + 100 \cdot 1$
min (2,1) $= 1100$

c) Para $x_1 = 3$ e $x_2 = 0$, temos:

$$\begin{array}{l|l|l} t_1 \cdot x_1 + t_2 \cdot x_2 \leq T & x_1 + x_2 = b & x_1, x_2 \in \mathbf{N} \\ 10 \cdot 3 + 20 \cdot 0 \leq 40 & 3 + 0 = 3 & 0, 3 \in \mathbf{N} \\ 30 \leq 40 & 3 = 3 & \end{array}$$

Todas as restrições foram atendidas $\Rightarrow$ solução factível.
Avaliação da função objetivo:
min $z = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2$
min (3,0) $= 500 \cdot 3 + 100 \cdot 0$
min (3,0) $= 1500$

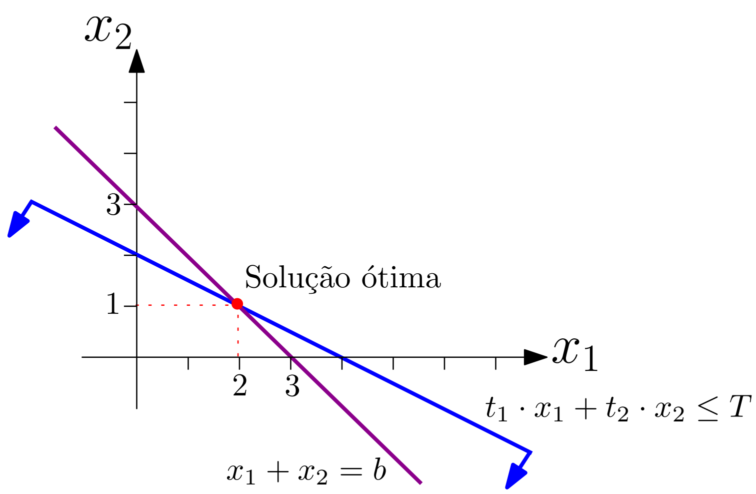
d) Análise gráfica:

Encontrando os zeros das funções de restrição.

$$\begin{array}{l|l} t_1 \cdot x_1 + t_2 \cdot x_2 \leq T & x_1 + x_2 = b \\ 10 \cdot x_1 + 20 \cdot x_2 \leq 40 \div 10 & x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 + 2 \cdot x_2 - 4 \leq 0 & x_1 + x_2 - 3 = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l} \text{Para: } x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 2 & \text{Para: } x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 3 \\ \text{Para: } x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 4 & \text{Para: } x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 3 \end{array}$$

Graficamente, podemos observar que os pares (2,1) e (3,0) são soluções factíveis do problema.
Por inspeção, a solução que minimiza os custos é $x^* = (2,1)$, a solução ótima do problema com $z^*(2,1) = 1100$. Isto pode ser confirmado através da solução do modelo por um *solver*.


x_2
3
Solução ótima
1
x_1
2
3
$t_1 \cdot x_1 + t_2 \cdot x_2 \leq T$
$x_1 + x_2 = b$