

## Lista 8 - Métodos de Otimização Discreta

### Exercício 1

Considerar o modelo de programação linear inteira (PLI):

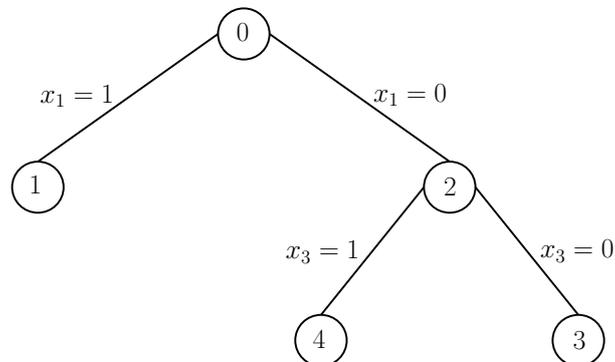
$$\begin{aligned} \min & 14x_1 + 16x_2 + 15x_3 \\ \text{s.a.} & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_2 + x_3 \geq 1 \\ & x_1 + x_3 \geq 1 \\ & x_1, x_2, x_3 = 0 \text{ ou } 1 \end{aligned}$$

A solução ótima do problema relaxado é  $x = (1/2, 1/2, 1/2)$ .

- Resolver o PLI por inspeção.
- Verificar que  $x$  é uma solução do modelo de PLI relaxado. Determine o valor da função objetivo correspondente.
- Mostrar que, se substituirmos as restrições originais por  $x_1 + x_2 + x_3 \geq 2$ , obtemos um modelo de PLI equivalente ao original. Esta nova restrição proporciona uma relaxação mais forte ou mais fraca do que proporciona pelas restrições originais?

### Exercício 2

A árvore abaixo representa uma busca *branch-and-bound* completa para um modelo de programação linear inteira.



- a) Listar as soluções parciais associadas com cada nó da árvore.
- b) Quais foram os nós ramificados e quais foram os terminados?
- c) Identificar os nós da árvore que têm  $(0,1,0,1)$  como complemento factível.

### Exercício 3

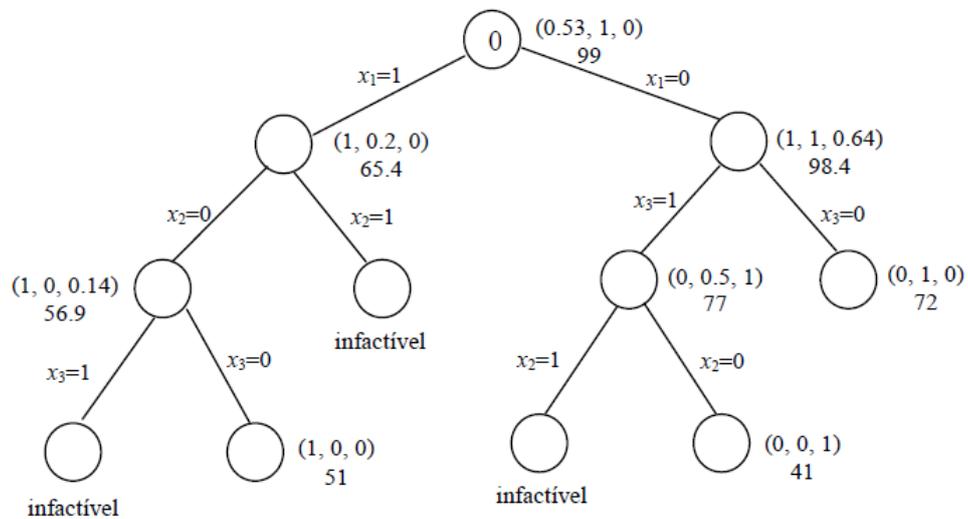
A tabela abaixo mostra as soluções relaxadas para todas as combinações de variáveis livres e fixas para um modelo de PLI. O modelo visa a maximização da função objetivo, com  $x_1 \geq 0, x_2, x_3, x_4 = 0$  ou 1. Utilizar a regra do vizinho mais próximo para achar a solução ótima. Apresentar o resultado na forma de uma árvore de busca.

$x_2$	$x_3$	$x_4$	Solução relaxação	Valor
#	#	#	(48.1, 0.20, 0.77, 1)	78.0
#	#	0	(0, 1, 1, 0)	59.0
#	#	1	(48.1, 0.20, 0.77, 1)	78.0
#	0	#	(29.6, 0.20, 0, 1)	77.2
#	0	0	(0, 1, 0, 0)	34.0
#	0	1	(29.6, 0.20, 0, 1)	77.2
#	1	#	(41.6, 0.43, 1, 0.77)	75.0
#	1	0	(0, 1, 1, 0)	59.0
#	1	1	inactível	-
0	#	#	(42.5, 0, 0.77, 1)	76.8
0	#	0	(0, 0, 1, 0)	25.0
0	#	1	(42.5, 0, 0.77, 1)	76.8
0	0	#	(24.0, 0, 0, 1)	76.0
0	0	0	(0, 0, 0, 0)	0.0
0	0	1	(24.0, 0, 0, 1)	76.0
0	1	#	(29.6, 0, 1, 0.77)	72.4
0	1	0	(0, 0, 1, 0)	25.0
0	1	1	inactível	-
1	#	#	(12, 1, 1, 0.20)	67.0
1	#	0	(0, 1, 1, 0)	59.0
1	#	1	inactível	-
1	0	#	(0, 1, 0, 0.20)	54.0
1	0	0	(0, 1, 0, 0)	34.0
1	0	1	inactível	-
1	1	#	(12.0, 1, 1, 0.20)	67.0
1	1	0	(0, 1, 1, 0)	59.0
1	1	1	inactível	-

### Exercício 4

A árvore da figura abaixo corresponde à execução do algoritmo *branch-and-bound* para o seguinte modelo, utilizando busca em profundidade e utilizando como desempate a regra do filho mais próximo.

$$\begin{aligned} \max \quad & 51x_1 + 72x_2 + 41x_3 \\ \text{s.a.} \quad & 17x_1 + 10x_2 + 14x_3 \leq 19 \\ & x_1, x_2, x_3 = 0 \text{ ou } 1 \end{aligned}$$



- Numerar os nós da árvore de acordo com a sequência gerada pelo algoritmo.
- Determinar, se existir, a solução ótima e o valor da função objetivo.
- Descrever sucintamente a execução do algoritmo, justificando como e quais nós foram terminados ou ramificados em cada passo.