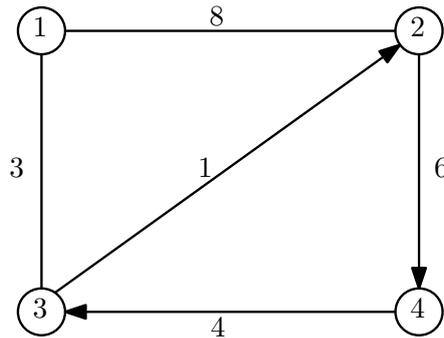


**Lista 7 - Caminhos mínimos e Programação dinâmica discreta**

**Exercício 1**

Considerar o grafo da figura abaixo:

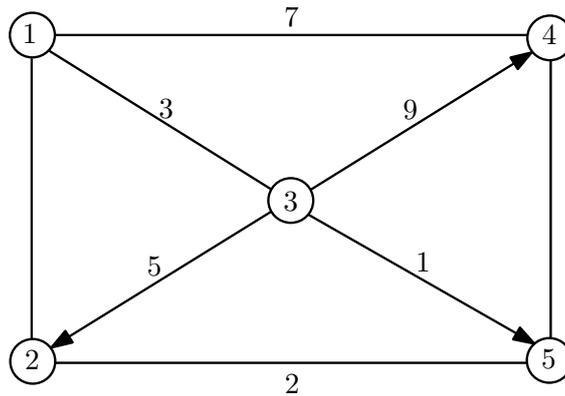


- a) Determinar o menor caminho entre cada um dos nós do grafo para todos os outros por inspeção.
- b) Em particular, escrever as equações funcionais e determinar o menor caminho de 1 para 4, isto é, do nó 1 para o nó 4.
- c) Verificar que todo sub-caminho do caminho ótimo de 1 para 4 é, ele próprio, um caminho ótimo entre os respectivos nós. Qual é o princípio que emerge desta observação?
- d) Justificar porque as equações funcionais são suficientes para caracterizar os caminhos ótimos. Qual é o algoritmo mais apropriado para determinar o menor caminho entre cada um dos nós para todos os outros.

**Exercício 2**

Considerar o grafo da figura abaixo. Deseja-se determinar os caminhos entre o nó 1 e todos os outros nós.

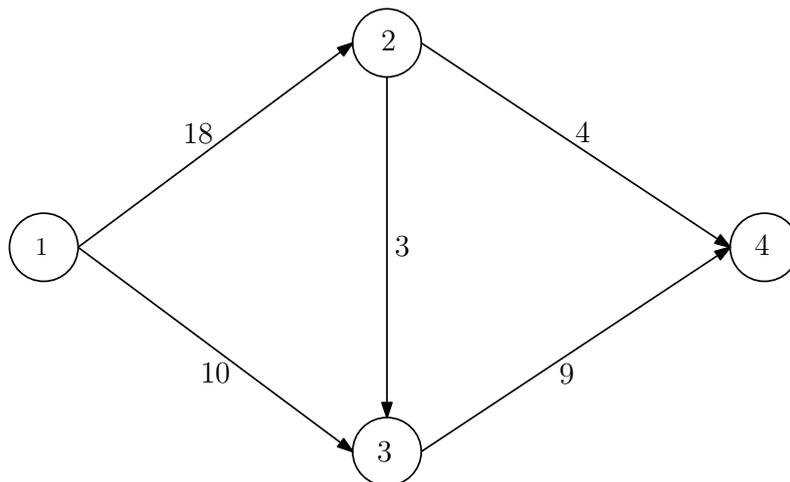
- a) Utilizar o algoritmo de *Bellman-Ford* para determinar os caminhos ótimos e seus respectivos comprimentos. Justificar a resposta.
- b) Qual é o número máximo de arcos em cada caminho ótimo? Aplicar o algoritmo definido no item a) para determinar os comprimentos dos caminhos ótimos.



c) Utilizar a notação  $d[k]$  na solução do item b) para determinar os caminhos ótimos.

### Exercício 3

Considerar seguinte grafo:

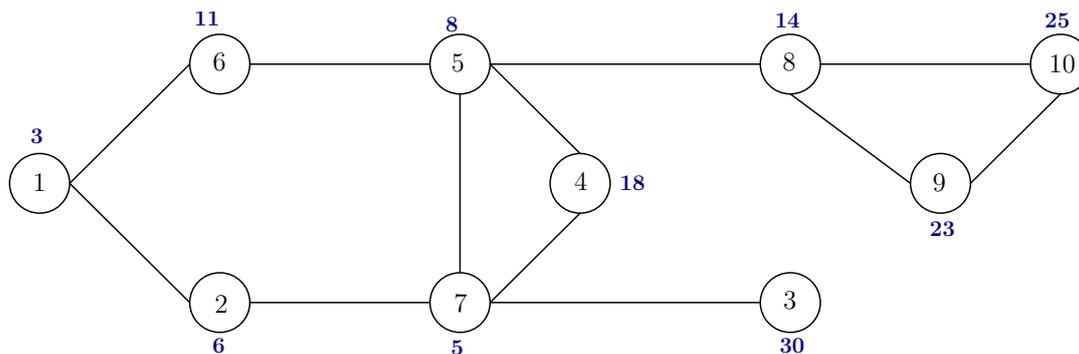


- Quais, entre *Floyd-Warshall*, *Bellman-Ford* e *Dijkstra*, são algoritmos aplicáveis para determinar os caminhos mínimos entre o nó 1 e todos os outros nós?
- Entre os algoritmos aplicáveis, se algum, escolha o mais eficiente para determinar os caminhos ótimos e os respectivos comprimentos.
- É possível, para este exemplo, utilizar um algoritmo mais eficiente do que aquele escolhido, se for o caso, no item anterior?

### Exercício 4

A figura abaixo mostra as conexões de uma rede de computadores. Cada nó é um computador e as conexões entre eles (*links*) são feitas com fibra ótica. Os projetistas da rede

precisam decidir como rotear mensagens eletrônicas (*e-mails*) do nó 1 (*gateway*) para todos os outros. Os valores associados aos nós são os tempos mínimos (nanosegundos) que o respectivo computador requer para transmitir/receber uma mensagem. O tempo para transmitir um mensagem ao longo de uma conexão (*link*) é o máximo entre os valores associados aos computadores que enviam e que recebem a mensagem, respectivamente.



- a) Explicar porque este problema pode ser modulado como um problema de caminho mínimo. Esboçar o grafo correspondente, definindo os valores associados a cada um dos ramos envolvidos.
- b) Definir, entre os métodos estudados em classe, qual é o mais eficiente para determinar os caminhos ótimos, isto é, as rotas entre os nós.
- c) Utilize o algoritmo definido no item **b)** para determinar as rotas para todos os computadores.