

## **Lista 6 - Dualidade e Sensibilidade em Programação Linear**

### **Exercício 1**

Uma industria pode fabricar um novo produto farmacêutico utilizando três processos. O primeiro custa \$14.000 por batelada, requer 3 toneladas do ingrediente 1 e 1 tonelada do ingrediente 2 para produzir 2 toneladas de produto. O segundo processo custa \$30.000 por batelada, requer 2 e 7 toneladas dos ingredientes 1 e 2 para produzir 5 toneladas do produto. O terceiro processo custa \$11.000 por batelada, requer 9 e 2 toneladas dos ingredientes 1 e 2 para produzir 1 tonelada do produto. A industria deseja determinar a maneira mais econômica para atender uma demanda de 50 toneladas do produto, sabendo que existem somente 75 toneladas do ingrediente 1 e 60 toneladas do ingrediente 2 em estoque.

- a) Formular o modelo de otimização para este problema e interpretá-lo.
- b) Identificar as unidades associadas com função objetivo e restrições principais.
- c) Identificar a atividade associada com cada variável de decisão do modelo. Interpretar os coeficientes das restrições como entrada ou saída de recursos por unidade de atividade, indicando os respectivos custos.

### **Exercício 2**

Considerar o modelo obtido no item anterior.

- a) Associar uma variável dual a cada restrição principal, interpretar seu significado e definir as unidades correspondentes.
- b) Identificar e justificar as restrições que as variáveis duais devem satisfazer.
- c) Formular e interpretar as restrições duais associadas a cada variável primal.
- d) Formular e interpretar a função objetivo do modelo dual.

- e) Utilizar a solução dada pelo *Solver* do *Excel*, conforme relatório da Tabela 1, para verificar que os valores das funções objetivos do modelo primal e dual correspondentes às soluções ótimas são iguais.
- f) Formular e interpretar todas as condições de folga complementares primais.
- g) Formular e interpretar todas as condições de folga complementares duais.
- h) Verificar que as soluções ótimas do primal e dual, conforme tabela em anexo satisfazem as condições de folga complementares primais e duais dos itens **f** e **g**.

**Adjustable cells**

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$3	Processo 1 ( $x_1$ )	5,56	0,00	14	1E+30	2
\$C\$3	Processo 2 ( $x_2$ )	7,78	0,00	30	5	1E+30
\$D\$3	Processo 2 ( $x_3$ )	0,00	5,67	11	1E+30	5,67

**Constraints**

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R. H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$E\$6	Demanda produto (t) total	50	7,56	50	20,26	7,14
\$E\$7	Oferta ingrediente 1 (t) total	32,22	0,00	75	1E+30	42,78
\$E\$8	Oferta ingrediente 2 (t) total	60	-1,11	60	10	35

Tabela 1: Exercício 1 - Modelo Primal - Relatório sensibilidade

**Exercício 3**

Determinar a solução do modelo dual correspondente ao modelo primal abaixo, supondo que as variáveis do modelo primal que estão na base são  $x_1, x_2$ .

$$\max 6x_1 + 1x_2 + 21x_3 - 54x_4 - 8x_5$$

$$\text{s.a. } 2x_1 + 5x_3 + 7x_5 = 70$$

$$3x_2 + 3x_3 - 9x_4 + 1x_5 = 1$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0$$