



CT 820 Teoria de Sistemas e Otimização Fuzzy  
Introdução e Aplicações



# 1-Introdução

# Conteúdo

1. Problema e contexto
2. Modelagem e otimização
3. Otimização e otimização fuzzy
4. Métodos e algoritmos
5. Aplicações

# 1-Problema e contexto

- Otimização

- abordagem científica para tomar decisões
- objetiva melhor opção para projetar/operar sistema
- usualmente requer alocação de recursos
- envolve o uso de modelos matemáticos

## ■ Sistema

- organização de componentes independentes
- componentes se relacionam uns com os outros
- objetivo: atingir metas

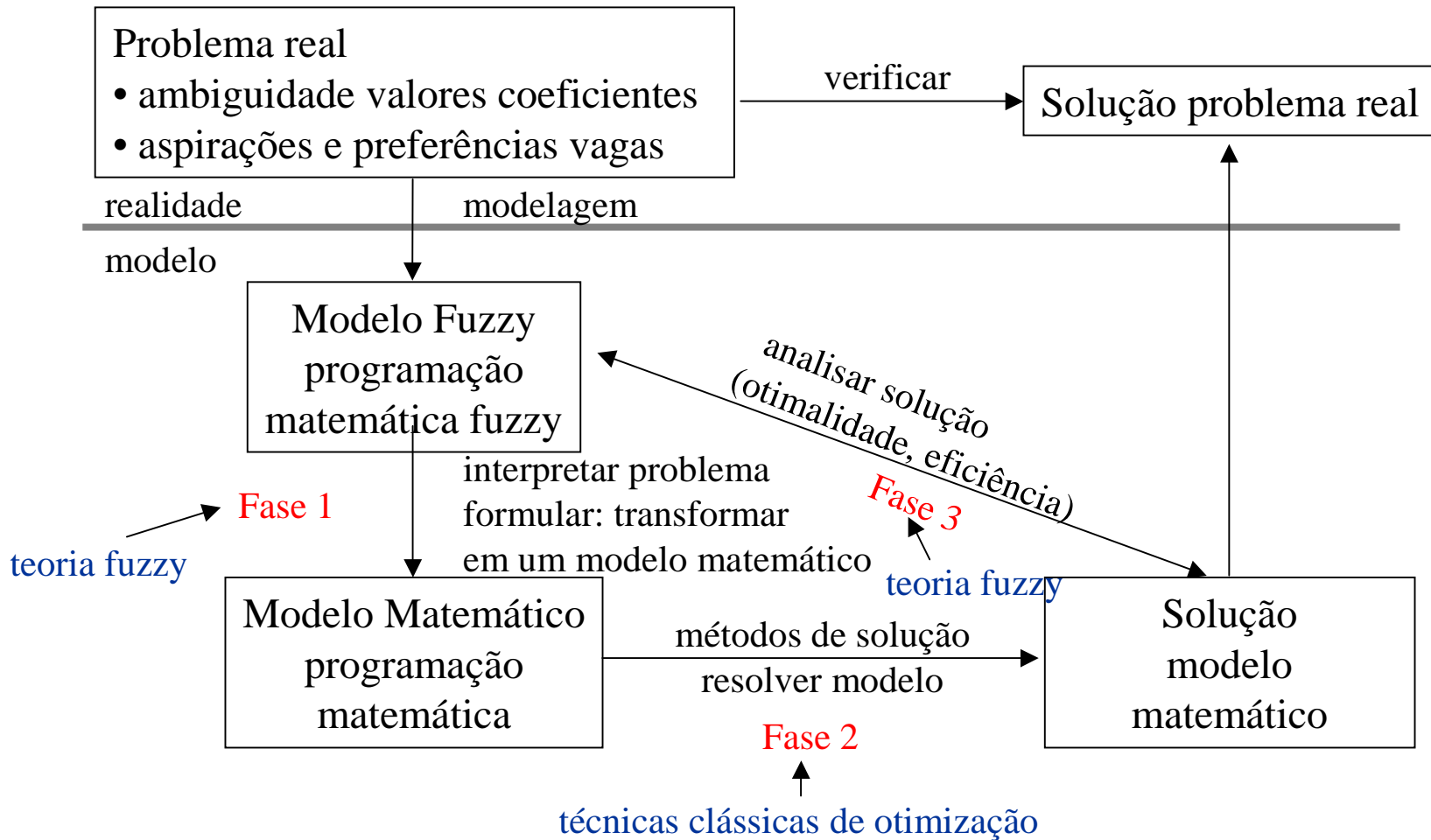
## ■ Exemplo sistema

- Honda é um sistema cujo propósito é o de maximizar o lucro que pode ser obtido produzindo veículos de qualidade

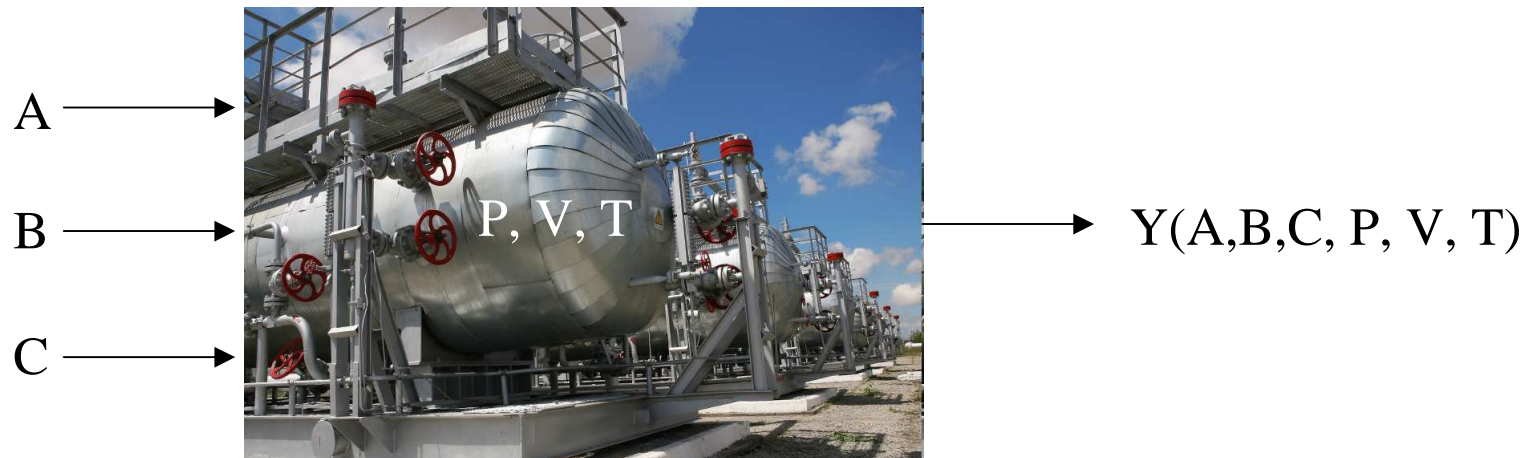
## ■ Modelo matemático

- representação matemática de uma situação/sistema real
  - útil para buscar pelas melhores decisões
  - importante para melhorar a compreensão da situação real

# 2-Modelagem e otimização



# Exemplo: processo químico



- produção em batelada
- aquecimento sob pressão
- Y quantidade produto (ton)
- A, B, C matérias primas (%)
- P, V, T : pressão (atm), volume (m<sup>3</sup>), temperatura (°C)

$$Y = 300 + 0.8V + 0.01P + 0.06T + 0.001TP - 0.01T^2 - 0.001P^2 + 11.7A + 9.4B + 16.4C + 19AB + 11.4AC - 9.6BC$$

Produção

$$V \leq 5$$

$$V \geq 1$$

$$P \leq 400$$

$$P \geq 200$$

$$T \leq 200$$

$$T \geq 100$$

$$A + B + C = 1.0$$

$$A \leq 0.5$$

$$A \geq 0, B \geq 0, C \geq 0$$

Restrições físicas do tanque/processo

Composição: somente A, B e C

Máximo 50 % de A

■ Modelo de otimização

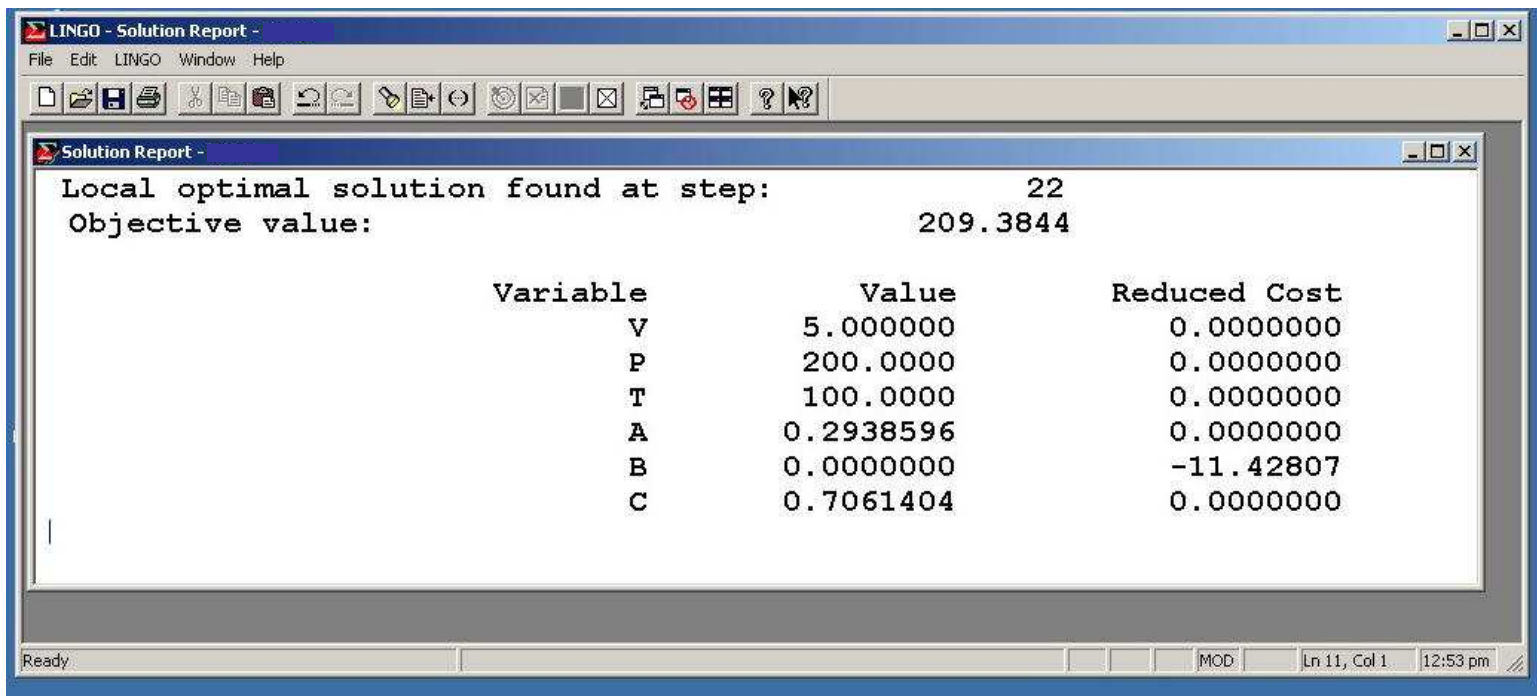
$$\begin{aligned} \text{maximizar } Y = & 300 + 0.8V + 0.01P + 0.06T + 0.001TP - 0.01T^2 - \\ & - 0.001P^2 + 11.7A + 9.4B + 16.4C + 19AB + \\ & + 11.4AC - 9.6BC \end{aligned}$$

sujeito a (s.a.)

$V \leq 5$	$T \leq 200$	$A \geq 0$
$V \geq 1$	$T \geq 100$	$B \geq 0$
$P \leq 400$	$A + B + C = 1.0$	$C \geq 0$
$P \geq 200$	$A \leq 0.5$	



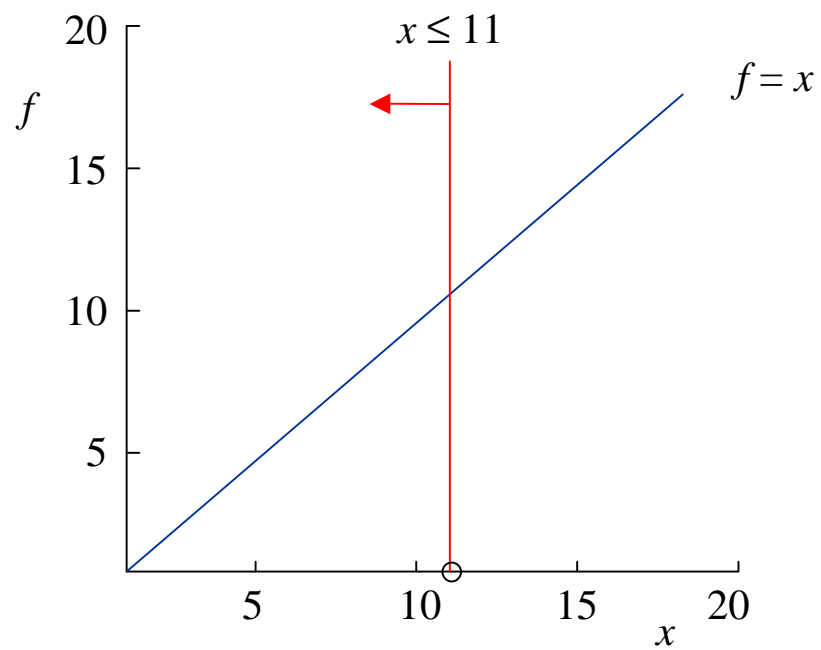
## ■ Solução ótima do modelo



The screenshot displays the LINGO Solution Report window. The report indicates that a local optimal solution was found at step 22, with an objective value of 209.3844. The solution values for variables V, P, T, A, B, and C are listed, along with their respective reduced costs.

Variable	Value	Reduced Cost
V	5.000000	0.000000
P	200.0000	0.000000
T	100.0000	0.000000
A	0.2938596	0.000000
B	0.0000000	-11.42807
C	0.7061404	0.000000

# 3-Otimização e otimização fuzzy

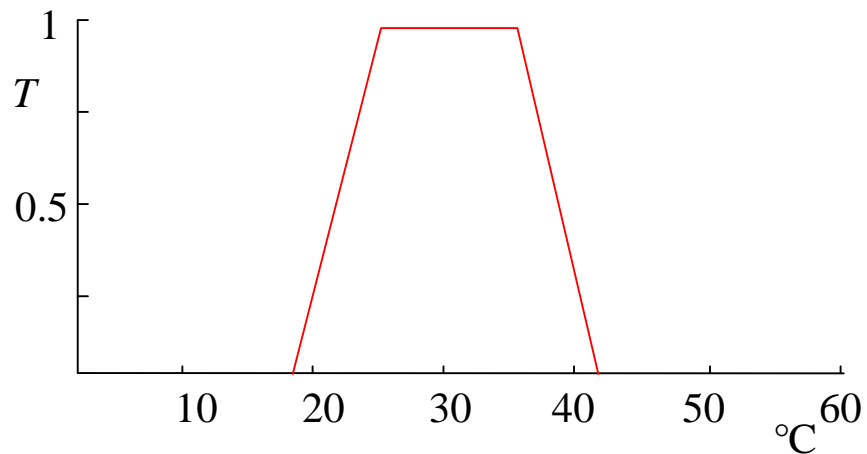


$$x^* = 11$$

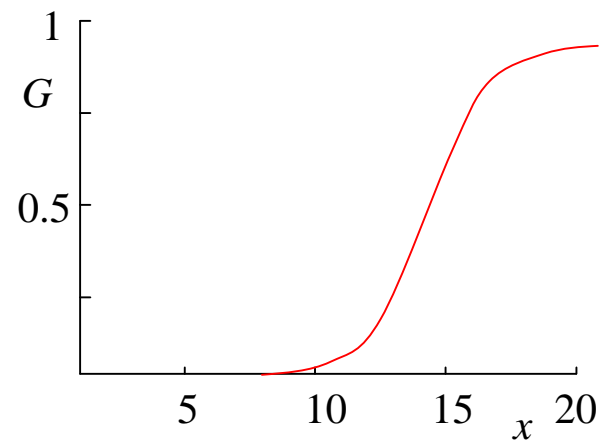
$$\max f(x) = x$$

$$\text{s.a } x \leq 11$$

- suponha que o objetivo seja:
  - obter um valor para  $x$  substancialmente maior que 10
  - valor máximo de  $x$  no entorno de 11
- Conjunto fuzzy
  - temperatura da água da piscina deve ser apropriada para natação



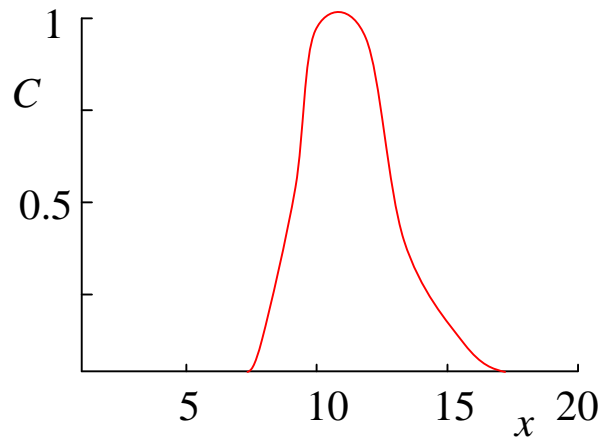
- Objetivo: valor para  $x$  substancialmente maior que 10 ( $G$ )



$$G(x) = 1 / [1 + 1/(x - 10)^2], \quad x > 10$$

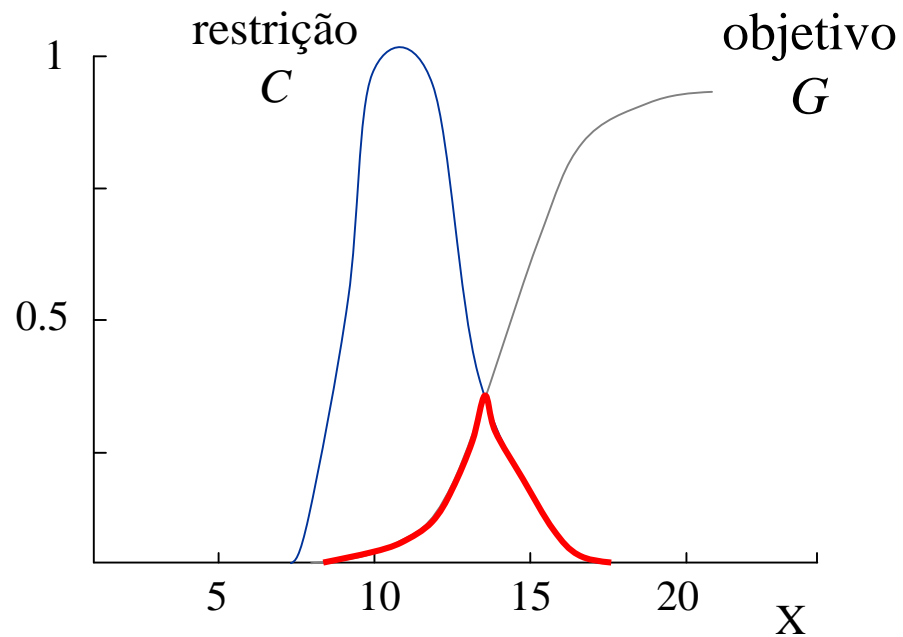
$$G(x) = 0 \quad \text{caso contrário}$$

- Restrição: valor máximo de  $x$  no entorno de 11 ( $C$ )



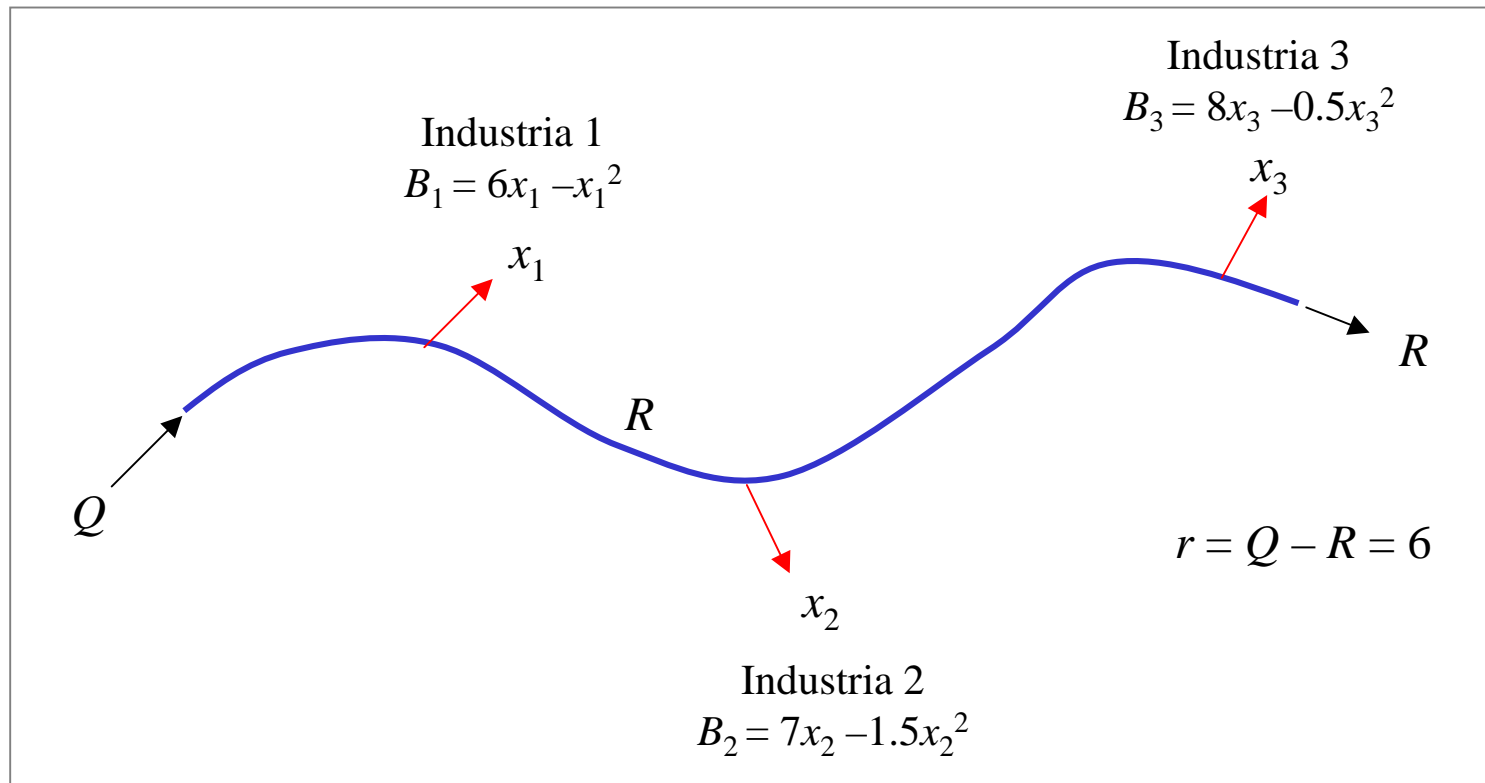
$$C(x) = 1 / [1 + (x - 11)^4]$$

$$\max_{x \in X} \min \{G(x), C(x)\}$$



Bellman e Zadeh, *Decision-making in a fuzzy environment*,  
Management Science, 290, RI, USA, 1970

# Exemplo: alocação recurso (água)



$$\max (6x_1 - x_1^2) + (7x_2 - 1.5x_2^2) + (8x_3 - 0.5x_3^2)$$

$$\text{s.a } x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

maximizar  
benefício

- Objetivo: atingir o máximo benefício

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = (6x_1 - x_1^2) + (7x_2 - 1.5x_2^2) + (8x_3 - 0.5x_3^2)$$

$$G_1 = \max B_1 \rightarrow x_1 = 3$$

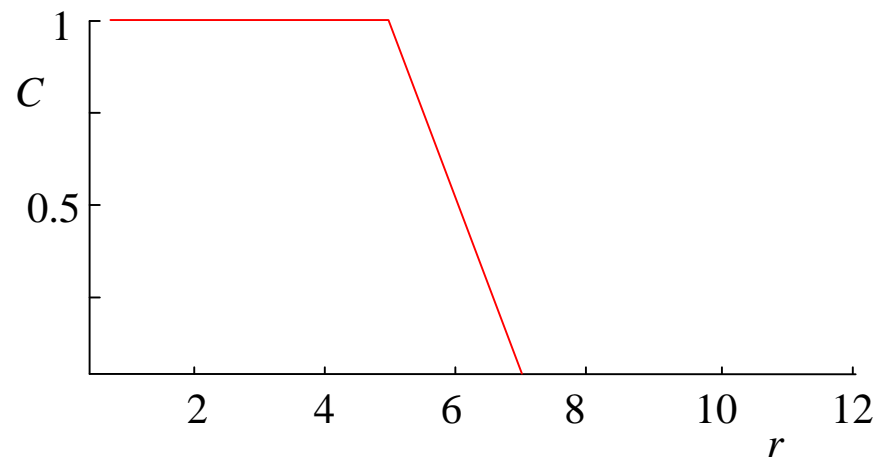
$$G_2 = \max B_2 \rightarrow x_2 = 2.33$$

$$G_3 = \max B_3 \rightarrow x_3 = 8$$

$$G(x) = \{(6x_1 - x_1^2) + (7x_2 - 1.5x_2^2) + (8x_3 - 0.5x_3^2)\}/49.17$$



- Restrição: menor que seis, aproximadamente



$$C(x) = 1 \text{ se } x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$$

$$C(x) = [7 - (x_1 + x_2 + x_3)]/2 \text{ se } 5 < x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$$

$$C(x) = 0 \text{ se } x_1 + x_2 + x_3 > 7$$

$$\max \min\{G(x), C(x)\}$$

$$\text{s.a } G(x) = \{(6x_1 - x_1^2) + (7x_2 - 1.5x_2^2) + (8x_3 - 0.5x_3^2)\}/49.17$$

$$C(x) = [7 - (x_1 + x_2 + x_3)]/2$$

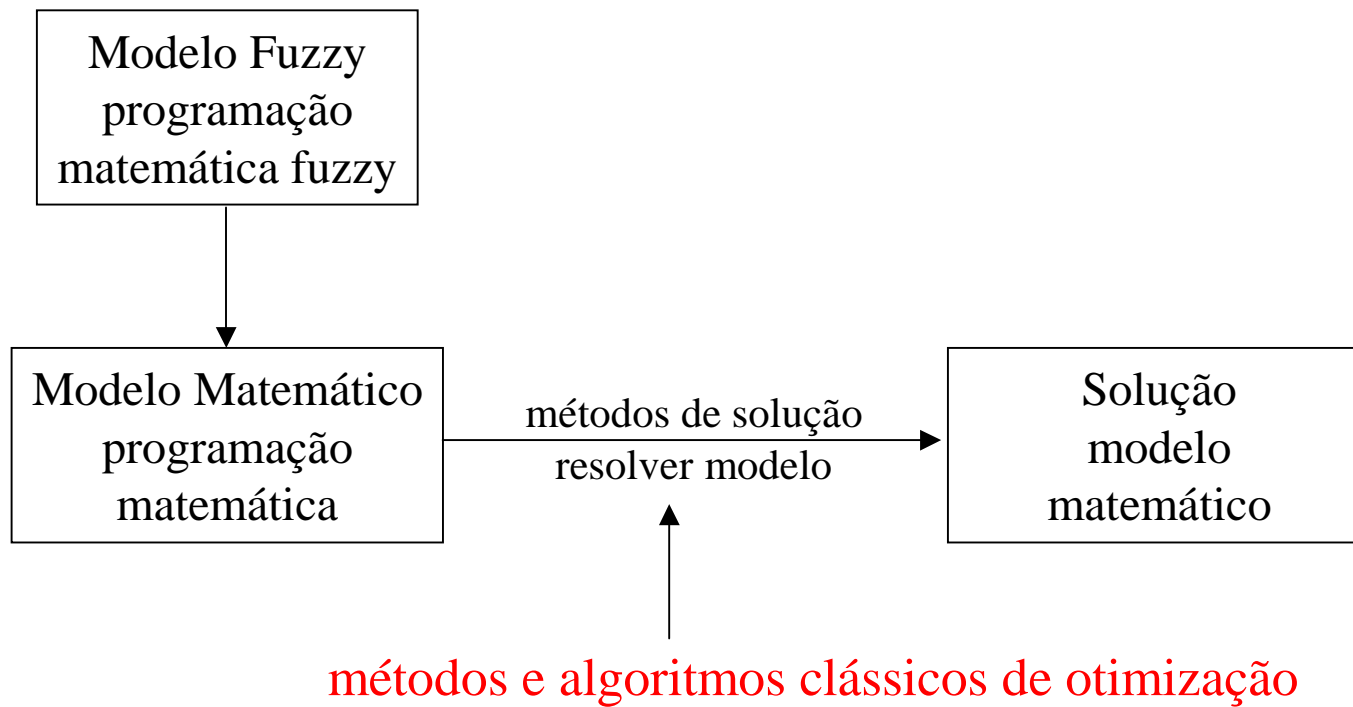
$$x_1 = 0.91 \quad (x_1 = 1)$$

$$x_2 = 0.94 \quad (x_2 = 1)$$

$$x_3 = 3.81 \quad (x_3 = 4)$$

$$B = 33.1 \quad (B = 34.5)$$

# 4-Métodos e algoritmos



# 5-Aplicações

- Manufatura, programação produção, controle estoques, ...
- Controle, supervisão e monitoração de processos, ....
- Telecomunicações
- Controle tráfego aéreo, tráfego urbano
- Sistemas de transporte e logística
- Gestão da informação e do conhecimento
- Comércio eletrônico, leilão
- Internet, entretenimento
- Saúde, bem estar social
- .....

## Observação

Este material refere-se às notas de aula do curso CT 820 Teoria de Sistemas e Otimização Fuzzy: Introdução e Aplicações da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Unicamp e do Centro Federal de Educação Tecnológica do Estado de Minas Gerais. Não substitui o livro texto, as referências recomendadas e nem as aulas expositivas. Este material não pode ser reproduzido sem autorização prévia dos autores. Quando autorizado, seu uso é exclusivo para atividades de ensino e pesquisa em instituições sem fins lucrativos.