



CT 820 Teoria de Sistemas e Otimização Fuzzy
Introdução e Aplicações



1-Introdução

Conteúdo

1. Problema e contexto
2. Modelagem e otimização
3. Otimização e otimização fuzzy
4. Métodos e algoritmos
5. Aplicações

1-Problema e contexto

- Otimização
 - abordagem científica para tomar decisões
 - objetiva melhor opção para projetar/operar sistema
 - usualmente requer alocação de recursos
 - envolve o uso de modelos matemáticos

■ Sistema

- organização de componentes independentes
- componentes se relacionam uns com os outros
- objetivo: atingir metas

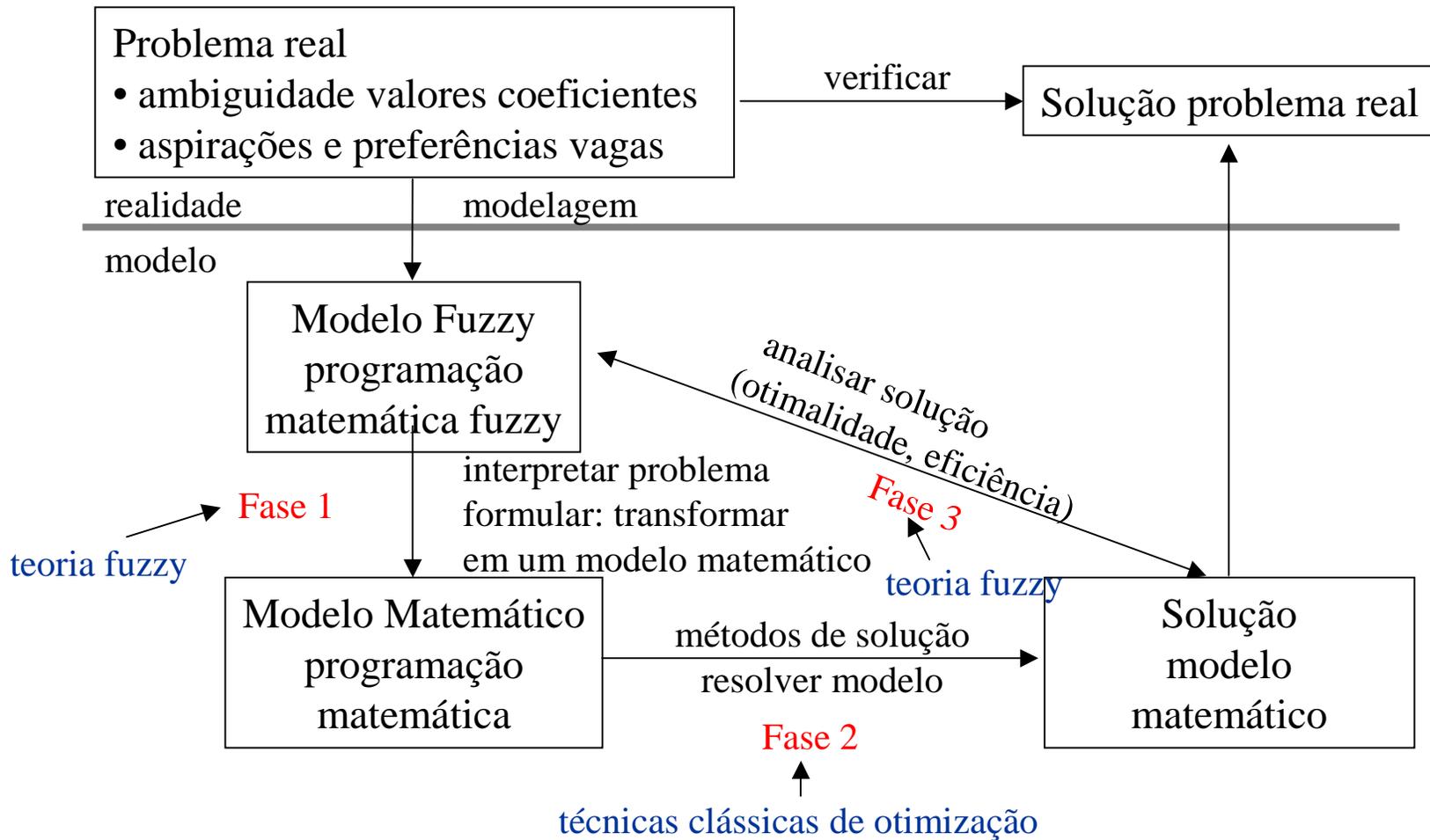
■ Exemplo sistema

- Honda é um sistema cujo propósito é o de maximizar o lucro que pode ser obtido produzindo veículos de qualidade

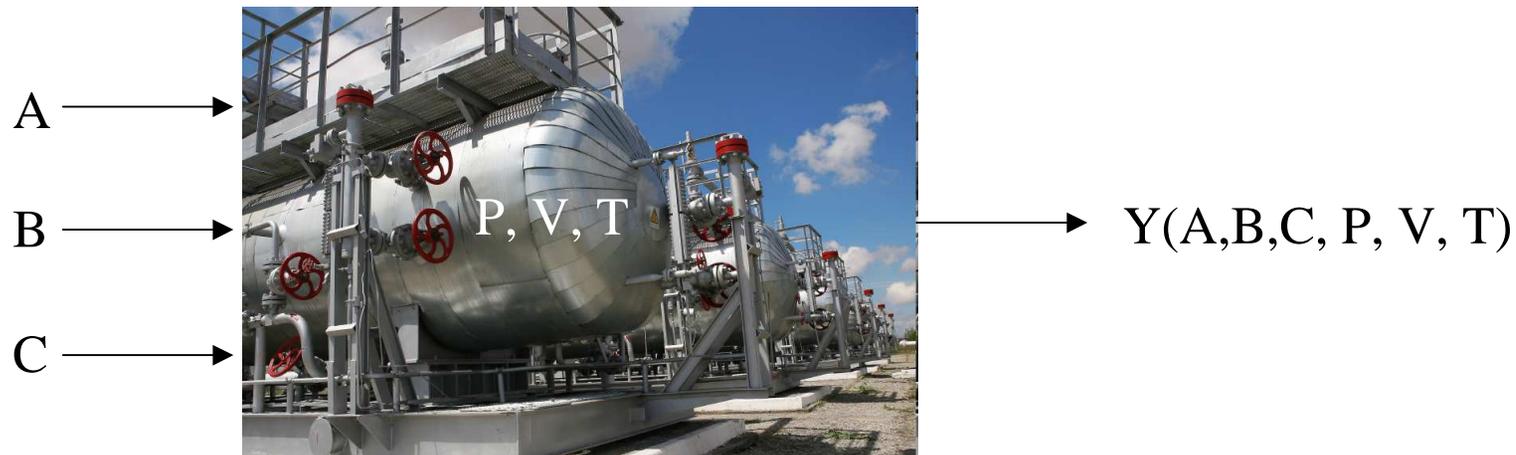
■ Modelo matemático

- representação matemática de uma situação/sistema real
 - útil para buscar pelas melhores decisões
 - importante para melhorar a compreensão da situação real

2-Modelagem e otimização



Exemplo: processo químico



- produção em batelada
- aquecimento sob pressão
- Y quantidade produto (ton)
- A, B, C matérias primas (%)
- P, V, T : pressão (atm), volume (m³), temperatura (°C)

$$Y = 300 + 0.8V + 0.01P + 0.06T + 0.001TP - 0.01T^2 - 0.001P^2 + 11.7A + 9.4B + 16.4C + 19AB + 11.4AC - 9.6BC$$

Produção

$$V \leq 5$$

$$V \geq 1$$

$$P \leq 400$$

$$P \geq 200$$

$$T \leq 200$$

$$T \geq 100$$

$$A + B + C = 1.0$$

$$A \leq 0.5$$

$$A \geq 0, B \geq 0, C \geq 0$$

Restrições físicas do tanque/processo

Composição: somente A, B e C

Máximo 50 % de A

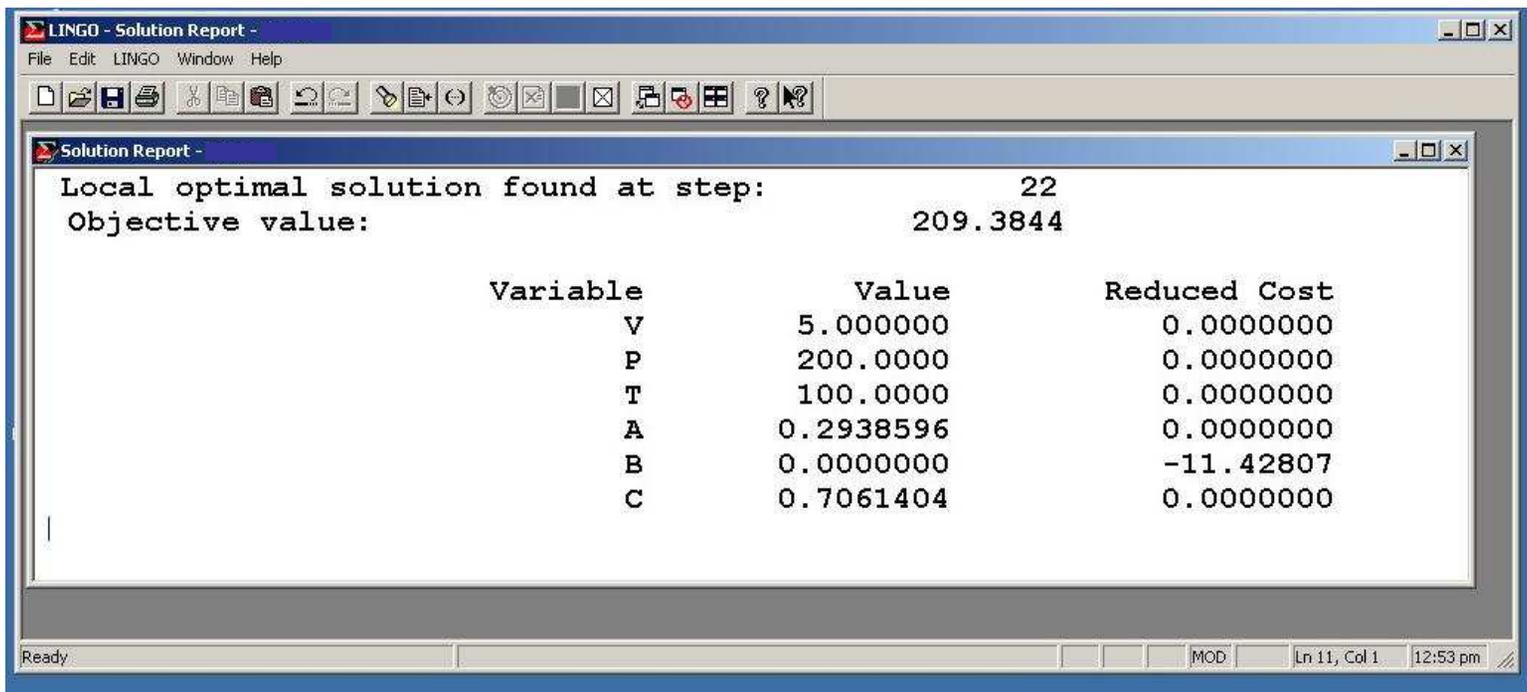
■ Modelo de otimização

$$\begin{aligned} \text{maximizar } Y = & 300 + 0.8V + 0.01P + 0.06T + 0.001TP - 0.01T^2 - \\ & - 0.001P^2 + 11.7A + 9.4B + 16.4C + 19AB + \\ & + 11.4AC - 9.6BC \end{aligned}$$

sujeito a (s.a.)

$V \leq 5$	$T \leq 200$	$A \geq 0$
$V \geq 1$	$T \geq 100$	$B \geq 0$
$P \leq 400$	$A + B + C = 1.0$	$C \geq 0$
$P \geq 200$	$A \leq 0.5$	

■ Solução ótima do modelo



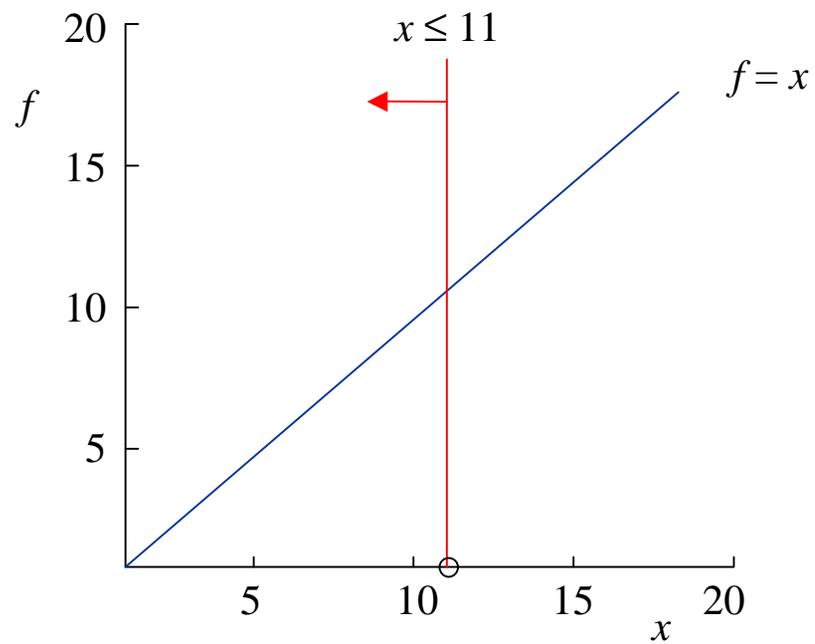
The screenshot shows the LINGO Solution Report window. The report text is as follows:

```
Local optimal solution found at step:      22
Objective value:                          209.3844
```

Variable	Value	Reduced Cost
V	5.000000	0.000000
P	200.0000	0.000000
T	100.0000	0.000000
A	0.2938596	0.000000
B	0.0000000	-11.42807
C	0.7061404	0.000000

The status bar at the bottom of the window shows "Ready", "MOD", "Ln 11, Col 1", and "12:53 pm".

3-Otimização e otimização fuzzy



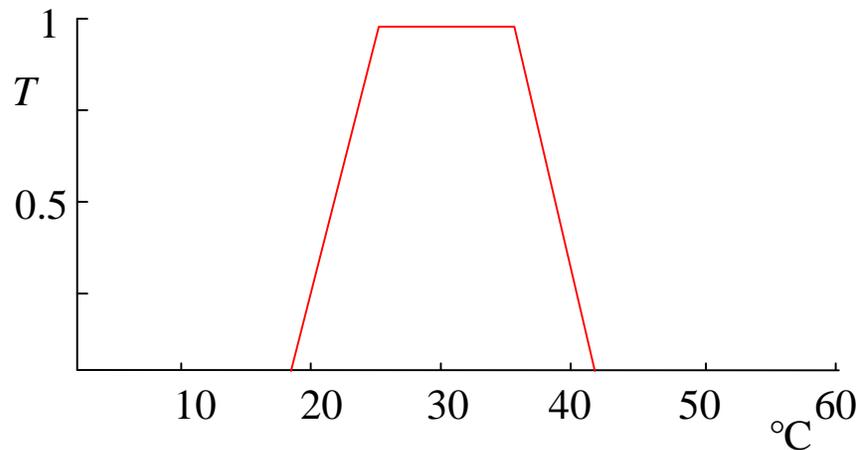
$$x^* = 11$$

$$\max f(x) = x$$

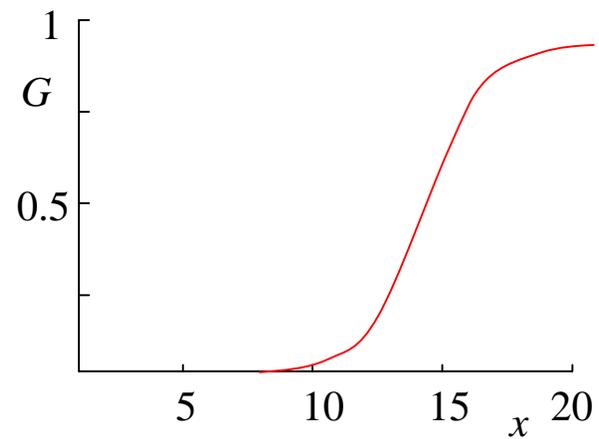
$$\text{s.a } x \leq 11$$

- suponha que o objetivo seja:
 - obter um valor para x substancialmente maior que 10
 - valor máximo de x no entorno de 11

- Conjunto fuzzy
 - temperatura da água da piscina deve ser apropriada para natação



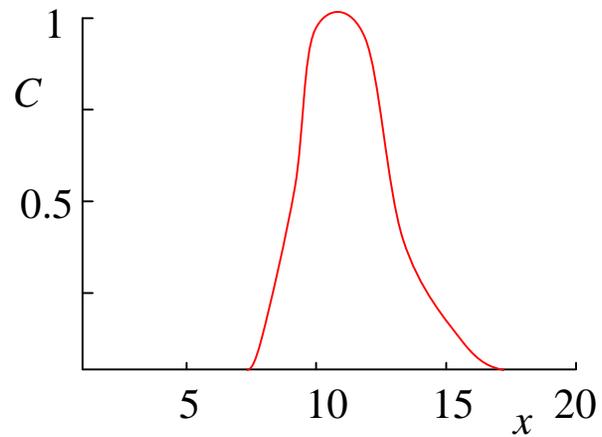
- Objetivo: valor para x substancialmente maior que 10 (G)



$$G(x) = 1 / [1 + 1/(x - 10)^2], \quad x > 10$$

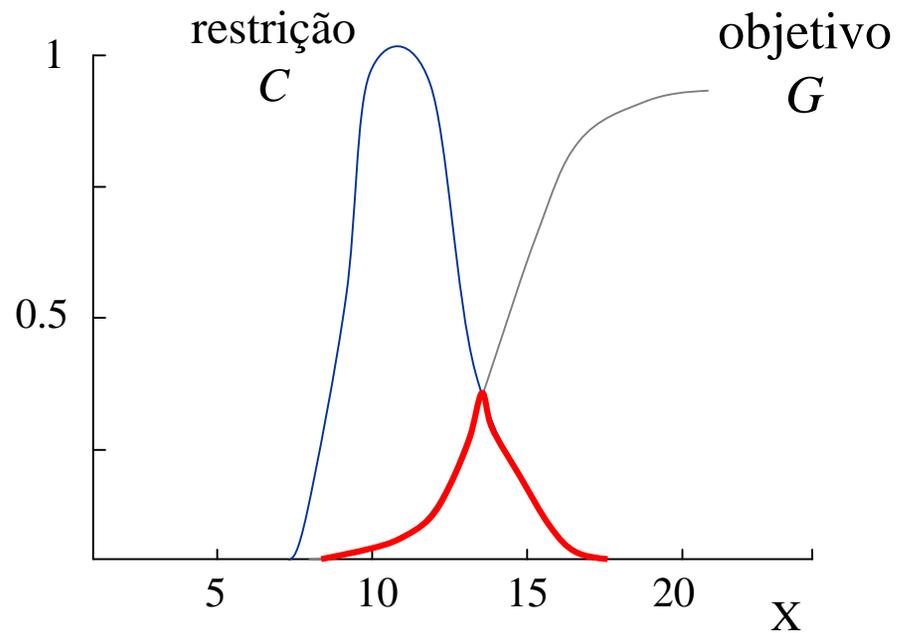
$$G(x) = 0 \quad \text{caso contrário}$$

- Restrição: valor máximo de x no entorno de 11 (C)



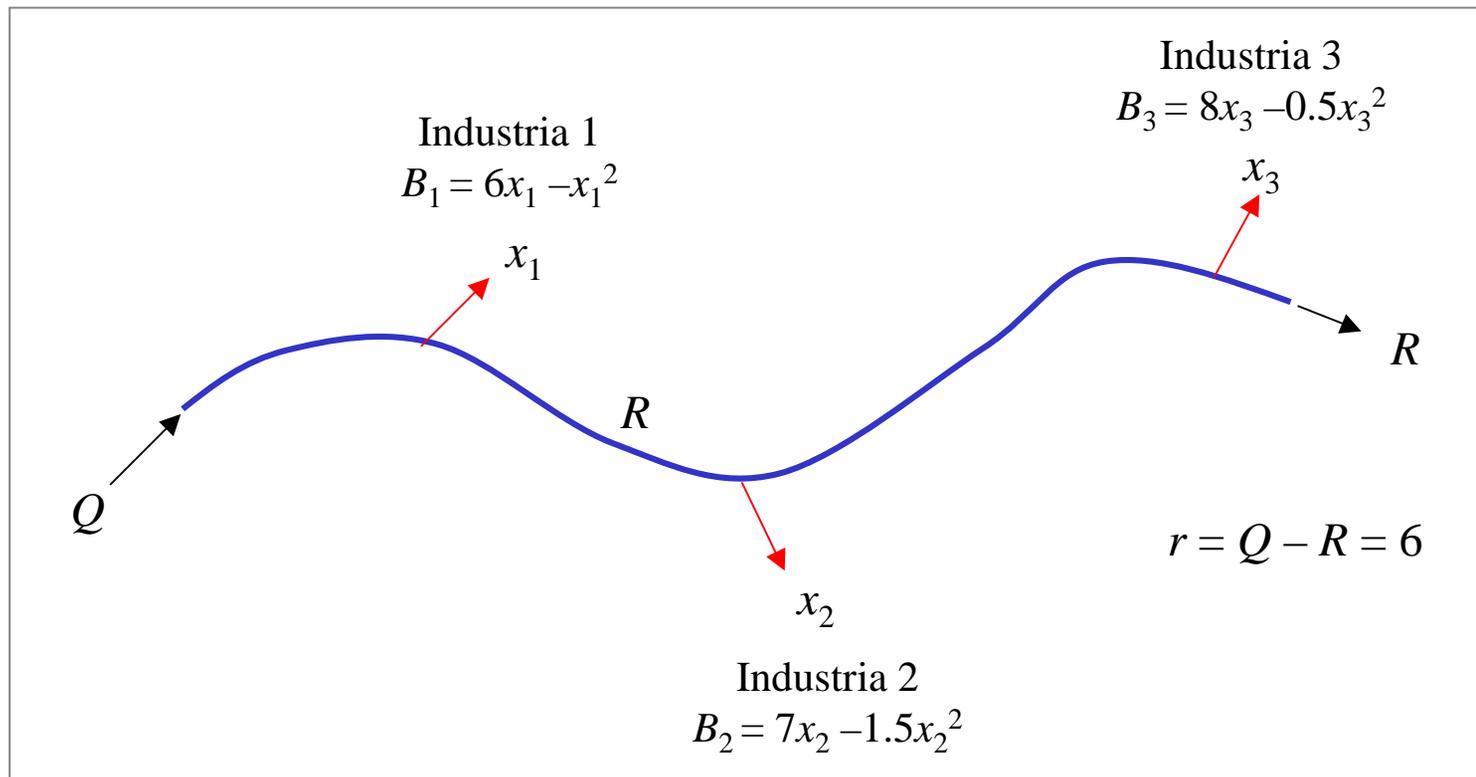
$$C(x) = 1/[1 + (x - 11)^4]$$

$$\max_{x \in X} \min \{G(x), C(x)\}$$



Bellman e Zadeh, *Decision-making in a fuzzy environment*,
Management Science, 290, RI, USA, 1970

Exemplo: alocação recurso (água)



$$\max (6x_1 - x_1^2) + (7x_2 - 1.5x_2^2) + (8x_3 - 0.5x_3^2)$$

$$\text{s.a } x_1 + x_2 + x_3 \leq 6$$

maximizar
benefício

- Objetivo: atingir o máximo benefício

$$B = B_1 + B_2 + B_3 = (6x_1 - x_1^2) + (7x_2 - 1.5x_2^2) + (8x_3 - 0.5x_3^2)$$

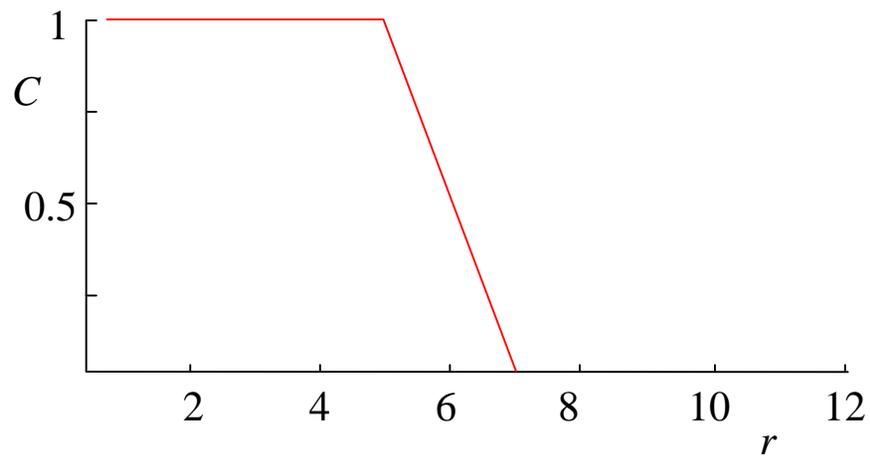
$$G_1 = \max B_1 \rightarrow x_1 = 3$$

$$G_2 = \max B_2 \rightarrow x_2 = 2.33$$

$$G_3 = \max B_3 \rightarrow x_3 = 8$$

$$G(x) = \{(6x_1 - x_1^2) + (7x_2 - 1.5x_2^2) + (8x_3 - 0.5x_3^2)\}/49.17$$

- Restrição: menor que seis, aproximadamente



$$C(x) = 1 \text{ se } x_1 + x_2 + x_3 \leq 5$$

$$C(x) = [7 - (x_1 + x_2 + x_3)]/2 \text{ se } 5 < x_1 + x_2 + x_3 \leq 7$$

$$C(x) = 0 \text{ se } x_1 + x_2 + x_3 > 7$$

$$\max \min\{G(x), C(x)\}$$

$$\text{s.a } G(x) = \{(6x_1 - x_1^2) + (7x_2 - 1.5x_2^2) + (8x_3 - 0.5x_3^2)\}/49.17$$

$$C(x) = [7 - (x_1 + x_2 + x_3)]/2$$

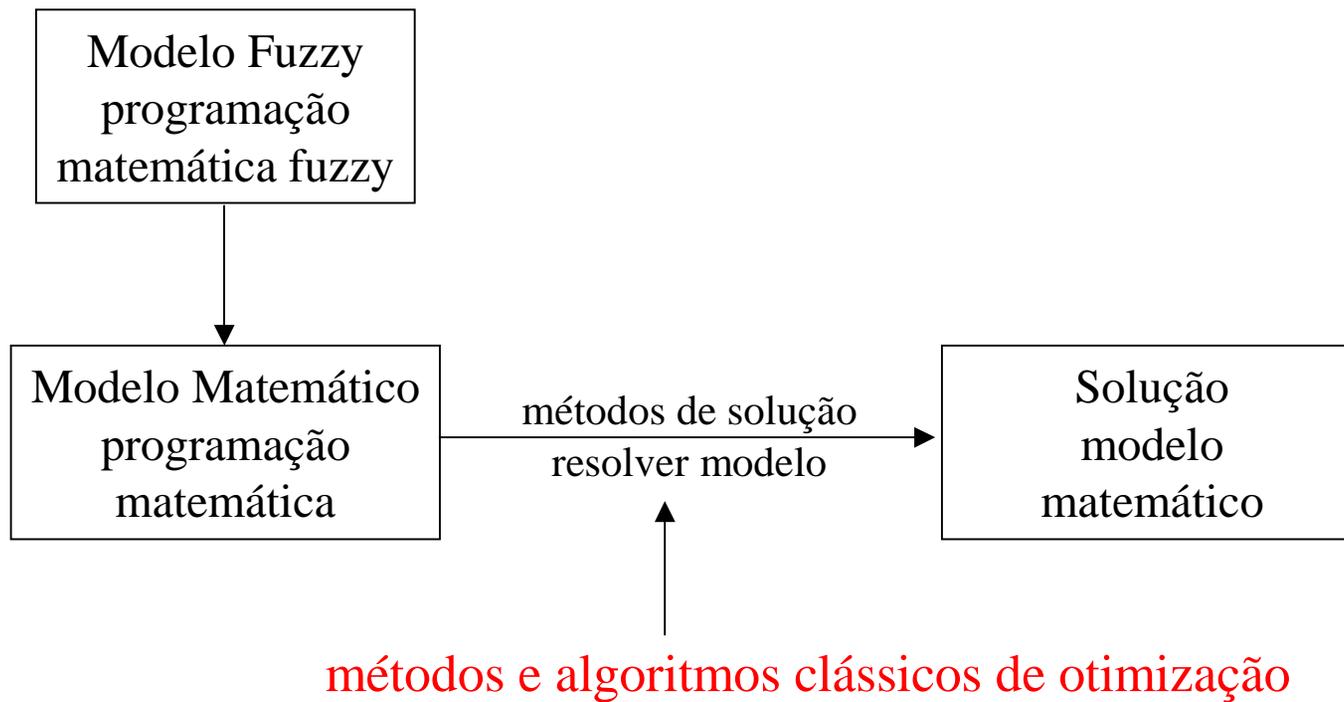
$$x_1 = 0.91 \quad (x_1 = 1)$$

$$x_2 = 0.94 \quad (x_2 = 1)$$

$$x_3 = 3.81 \quad (x_3 = 4)$$

$$B = 33.1 \quad (B = 34.5)$$

4-Métodos e algoritmos



5-Aplicações

- Manufatura, programação produção, controle estoques, ...
- Controle, supervisão e monitoração de processos,
- Telecomunicações
- Controle tráfego aéreo, tráfego urbano
- Sistemas de transporte e logística
- Gestão da informação e do conhecimento
- Comércio eletrônico, leilão
- Internet, entretenimento
- Saúde, bem estar social
-

Observação

Este material refere-se às notas de aula do curso CT 820 Teoria de Sistemas e Otimização Fuzzy: Introdução e Aplicações da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Unicamp e do Centro Federal de Educação Tecnológica do Estado de Minas Gerais. Não substitui o livro texto, as referências recomendadas e nem as aulas expositivas. Este material não pode ser reproduzido sem autorização prévia dos autores. Quando autorizado, seu uso é exclusivo para atividades de ensino e pesquisa em instituições sem fins lucrativos.