

NOTAS DE AULA DO CURSO DE EE300

Romis Attux, Cristiano Cruz, Diogo Soriano

FEEC/UNICAMP, segundo semestre de 2012

Capítulo 3 – Fótons e Elétrons

Com a lei de Planck, emerge uma idéia bastante inovadora (e perturbadora): a *quantização da energia*. No entanto, em 1900, tal idéia era pouco mais que uma noção *ad hoc*, um “ato de desespero” de alcance limitado. De certa maneira, esse *status* começou a se modificar com o trabalho de Einstein sobre o efeito fotoelétrico (1905): nele, os *quanta* começaram a ter um papel muito mais abrangente na descrição do mundo físico, como veremos neste capítulo.

3.1 – Trabalhos Pioneiros sobre o Efeito Fotoelétrico

Heinrich Hertz tem seu nome indelévelmente associado à descoberta das ondas eletromagnéticas. Como discutimos no capítulo 1, ele foi o responsável pelas primeiras evidências experimentais em favor da teoria de Maxwell. Entretanto, no decurso de seu brilhante trabalho experimental, ele também teve a chance de descrever um efeito cuja investigação marcou os rumos da física no século XX: *o efeito fotoelétrico*.

Em 1887, Hertz estudava a geração de faíscas por duas placas metálicas às quais era imposta uma diferença de potencial. Nesse contexto, ele observou que, quando se gerava uma “faísca primária” numa das superfícies, ocorria uma faísca secundária na outra. Como esta última era difícil de se observar, ele resolveu construir uma cobertura em torno da superfície na qual ela era produzida. Quando isso foi feito, a intensidade da segunda faísca diminuiu, para surpresa do cientista. O fenômeno ocorria tanto para uma cobertura condutora de eletricidade quanto para uma isolante, o que só deixou a Hertz uma conclusão: era a luz da primeira faísca que estimulava a ocorrência da segunda. Para tentar confirmá-la, Hertz afastou as superfícies até o ponto em que a primeira faísca não mais acarretava a geração da segunda. Ele iluminou a superfície com uma outra fonte de luz e verificou que as faíscas voltavam a aparecer. Havia sido registrada, pela primeira vez, a observação do efeito fotoelétrico [Pais, 1995].

Um ano depois, em 1888, houve um resultado correlato: Wilhelm Hallwachs mostrou que a irradiação de luz ultravioleta sobre corpos metálicos neutros fazia com que eles adquirissem carga positiva. Em 1899, Joseph John Thomson afirmou que estes efeitos eram decorrentes de uma ejeção de elétrons induzida pela luz ultravioleta. Em outras palavras, as faíscas de Hertz e a carga positiva de Hallwachs poderiam ser explicadas se supuséssemos que a incidência de luz é capaz de fazer com que elétrons sejam extraídos de uma superfície metálica. Seus experimentos confirmaram a sua afirmação [Pais, 1995].

Em 1902, Philipp Lenard conduziu uma investigação fundamental sobre o efeito fotoelétrico. Na Fig. 3.1, temos uma representação esquemática do tipo de aparato utilizado no trabalho. Basicamente, a luz incide num dos eletrodos (cátodo), ejetando elétrons que são coletados pelo outro eletrodo (ânodo). Há uma diferença de potencial imposta por uma fonte com tensão V , a qual pode assumir valores positivos ou negativos. Caso o potencial associado ao eletrodo A seja menor que o associado a C, haverá uma “resistência” ao fluxo de elétrons. Essa resistência pode ser quantificada em termos da variação da energia cinética do elétron ejetado, que, por sua vez, deve se igualar ao trabalho

$$\tau = e|V| \quad (3.1)$$

realizado por um campo elétrico suposto uniforme (e é o valor da carga do elétron).

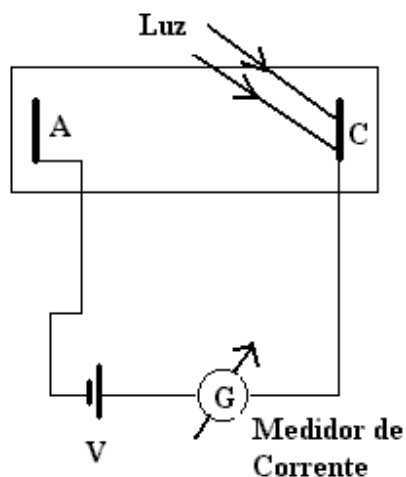


Figura 3.1

A partir de (3.1), podemos perceber que deve haver um valor de V para o qual eventualmente cessa o fluxo de elétrons, ou seja, para o qual o trabalho realizado pelo campo se iguala à própria energia cinética da partícula ejetada. Essa *tensão de corte* deve, portanto, obedecer à fórmula:

$$E_{\text{cmax}} = e \cdot |V_{\text{corte}}| \quad (3.2)$$

sendo E_{cmax} a energia cinética máxima dos elétrons ejetados. Isso mostra que o aparato descrito permite que se avalie a energia dos elétrons através do controle da tensão imposta aos eletrodos.

Tentaremos sumarizar o que descobriu Lenard:

- 1) A energia cinética dos elétrons ejetados (ou, à luz da equação (3.2), a tensão de corte) não variava com o aumento da intensidade da luz.
- 2) O aumento da intensidade da luz produzia uma maior corrente, ou seja, fazia com que o número de elétrons ejetados fosse maior.
- 3) Por fim, a energia cinética dos elétrons ejetados crescia com o aumento da frequência da luz incidente.

Como veremos na próxima seção, a teoria eletromagnética não era capaz de explicar tais resultados.

3.2 – O Fóton e a Proposta Teórica de Einstein

3.2.1 – O Cenário Clássico

Teceremos agora um breve panorama da teoria clássica do efeito fotoelétrico para que possamos entender por que ela sucumbiu ante os resultados experimentais que expusemos na seção anterior.

Classicamente, a ejeção seria causada pela interação entre os elétrons do metal e a onda eletromagnética incidente. Nesse caso, luz mais intensa estaria associada a um campo elétrico oscilante mais intenso, e, por esse motivo, deveria haver uma relação direta entre intensidade e energia cinética dos fotoelétrons ejetados. Ora, foi justamente isto que Lenard não observou! Eis a primeira falha da teoria clássica.

Um outro problema é que, em tese, luz de qualquer frequência (fixemos uma certa intensidade) deveria levar à ejeção de fotoelétrons, desde que houvesse um tempo de interação suficiente¹ entre a onda incidente e o metal, o que contradiz o espírito do terceiro item das descobertas de Lenard.

Esses dois fatores só podiam produzir uma conclusão: a física clássica não tinha condições de descrever a interação energia-matéria subjacente ao efeito fotoelétrico.

3.2.2 – A Proposta de Einstein

Interessantemente, o ponto de partida da revolucionária proposta de Einstein foi a lei de Wien da radiação, que estudamos no capítulo anterior. A partir de algumas considerações termodinâmicas, ele pôde mostrar que a radiação de cavidade² numa certa frequência f , sob determinadas hipóteses, comporta-se como se fosse formada por *quanta de energia de magnitude hf* [Pais, 1995]. Para chegar a esse resultado, Einstein mesclou, de certa forma, clássicos métodos termodinâmicos e elementos de teoria quântica (como vimos, a lei de Wien é um caso particular da lei de Planck). O mais curioso é que, a partir dessa mistura, ele chegou a um resultado deveras abrangente: uma descrição quântica da natureza da radiação³. O brilhante cientista não parou nesse ponto, mas formulou ainda o seu célebre *princípio heurístico*, que é simplesmente uma extensão da validade da hipótese do *quantum de luz ao domínio da interação entre luz e matéria*.

Uma aplicação direta de tal princípio levou Einstein a introduzir uma explicação do efeito fotoelétrico capaz de justificar os desconcertantes resultados experimentais vistos

¹ Aliás, o fator tempo também é um problema para a teoria clássica, pois o tempo por ela previsto para que a interação onda-campo leve à ejeção do elétron é tipicamente bem maior que o tempo verificado na prática [Born, 1986].

² No regime de Wien, ou seja, quando $hf/kT \gg 1$.

³ Note o leitor que, de certa forma, Einstein mostra que a lei de Wien pode ser deduzida se supusermos que a radiação de cavidade é composta de *quanta de luz* e que algumas hipóteses termodinâmicas clássicas sobre esse “gás de partículas” são válidas. Posteriormente, graças a aos esforços de Satyendranath Bose (e do próprio Einstein), seria possível mostrar que a lei de Planck, a mais geral de todas, pode ser deduzida a partir da idéia de *quantum de luz*, desde que os métodos estatísticos adequados sejam usados. Como Pais bem observa, embora estivesse trabalhando no regime de Wien (que não é genérico) e empregando métodos clássicos, Einstein chegou a uma hipótese quântica sólida! Nas palavras desse autor: “A genialidade da hipótese do *quantum de luz* reside na intuição de escolher o pedaço correto da informação experimental e os ingredientes teóricos corretos...” [Pais, 1995].

anteriormente. Einstein propôs que a interação entre luz e metal se dá através de uma transferência de energia entre pares *quantum de luz – elétron*. A energia de um *quantum* (ou *fóton*)⁴ de frequência f , como vimos, é:

$$E = hf \quad (3.3)$$

sendo h a constante de Planck. Nesse cenário, a energia cinética de um elétron ejetado será igual à energia do *quantum* incidente menos a energia despendida para que a partícula se “desligue” do metal. Portanto,

$$E_c = hf - E_{\text{lig}} \quad (3.4)$$

sendo E_{lig} essa “energia de ligação” do elétron. Se o elétron estiver na superfície do cátodo, E_{lig} atingirá seu valor mínimo, ao qual daremos o nome de ϕ , uma *função-trabalho* dependente da natureza do metal empregado. Para esses elétrons superficiais, que terão a maior energia cinética possível, vale:

$$E_{c\text{max}} = hf - \phi \quad (3.5)$$

Tentemos agora avaliar como a teoria justifica os resultados experimentais. Sendo a ejeção provocada pela interação entre pares fóton-elétron, quanto maior for a “quantidade de fótons” presente no feixe de luz, maior será a quantidade de elétrons ejetados. Isso explica por que a corrente aumenta com o aumento da intensidade da luz incidente (o segundo item da lista de Lenard). Porém, caso a energia hf dos fótons não seja suficiente para vencer a resistência expressa pela função-trabalho, ou, ainda, aquela formada pela combinação entre a resistência inerente à natureza do metal e o potencial contrário imposto pela fonte, então não haverá ejeção, por mais fótons que incidam na superfície. Fótons sem energia suficiente não arrancarão elétrons, por maior que seja a intensidade da luz, pois o processo diz respeito a “interações individuais”.

A tensão de corte é aquela que não permite que elétrons sejam ejetados em circunstância alguma, ou seja, que é capaz de “drenar” a energia cinética máxima expressa em (3.5). Dessa forma,

$$E_{c\text{max}} = e \cdot |V_{\text{corte}}| = hf - \phi \quad (3.6)$$

A equação (3.5), proposta por Einstein em 1905, foi comprovada experimentalmente, com grande sucesso, por Robert Andrews Millikan⁵, um dos mais célebres experimentadores do século XX. Em termos simples, podemos afirmar que os resultados de Millikan foram conclusivos no sentido de mostrar que um gráfico de $E_{c\text{max}}$ (ou V_{corte}) por f deveria ser uma reta, da qual, aliás, poderia ser extraído o valor da constante de Planck e da função trabalho do material testado. Ele, aliás, obteve o ótimo $h = 6.57 \cdot 10^{-34}$ J.s.

⁴ Embora, do ponto de vista histórico, *quanta de luz e fótons* sejam termos distintos, deles faremos uso de maneira indistinta ao longo do texto.

⁵ Millikan recebeu o prêmio Nobel de 1923 por seu trabalho experimental na determinação da carga do elétron e na verificação da teoria de Einstein acerca do efeito fotoelétrico.

Não obstante esses sucessos experimentais, houve, desde o primeiro momento, fortíssima resistência à noção de *quantum* de luz introduzida por Einstein (ele mesmo manteve uma atitude cautelosa a respeito do escopo de sua hipótese heurística). De que forma seria possível imaginar a luz, tão bem descrita em diversas instâncias pela teoria ondulatória de Maxwell, como um aglomerado de “partículas”? Qual a chave para conciliar ambos os mundos? Não se trata, certamente, de um problema trivial. A relutância de cientistas como Millikan, Planck, Sommerfeld e von Laue, só para citar alguns nomes, não deixava de ser, até certo ponto, esperada. Por outro lado, era nitidamente contraditório aceitar a equação (3.6) e rejeitar a natureza “corpúscular” da luz.

Em 1922, Albert Einstein recebeu o prêmio Nobel de Física de 1921 por “seus serviços à física teórica, especialmente por sua descoberta da lei do efeito fotoelétrico”. Os trabalhos de Compton e Debye não tardariam a trazer evidências experimentais que, finalmente, dissipariam boa parte do ceticismo acerca da hipótese do fóton.

3.3 – O Efeito Compton

Em 1923, Arthur Holly Compton publicou um artigo clássico, no qual explicou um fenômeno para o qual a concepção ondulatória da luz não tinha resposta. Imagine que um feixe monocromático de raios X (com comprimento de onda λ) incide sobre um alvo de grafite. À luz da teoria clássica, era de se esperar que o feixe, de caráter ondulatório, “sacudisse” os átomos do alvo com a mesma frequência incidente, o que não permitiria qualquer desvio na frequência da radiação após o espalhamento pelo alvo.

No entanto, o que Compton verificou foi algo bem distinto do que previa a física clássica. Para que entendamos seus resultados, vejamos, na Fig.3.3, um esquema simplificado do aparato utilizado.

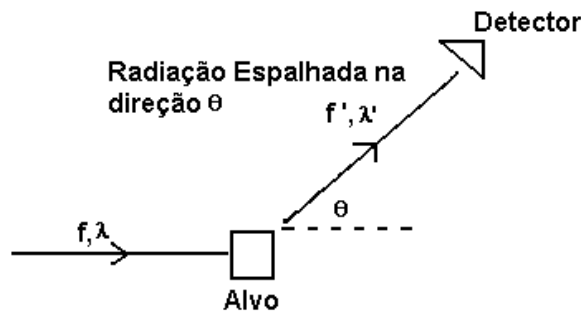


Figura 3.3

Compton observou que, para valores não-nulos de θ , havia dois comprimentos de onda predominantes na radiação incidente no detector: $\lambda_0 = \lambda$ e $\lambda_1 = \lambda'$. O valor do primeiro comprimento estava sempre próximo ao do comprimento da radiação incidente. O segundo, no entanto, era um comprimento de onda sempre maior (frequência menor) que o da radiação incidente. Além disso, o valor deste comprimento dependia do ângulo θ . Como discutimos, não havia maneira de explicar tal desvio sob a égide da teoria maxwelliana.

Compton interpretou o surgimento de λ' como sendo um fruto da colisão entre fótons e elétrons livres do alvo. Para que se analise uma colisão, no entanto, é preciso conhecer o momento linear dos entes envolvidos. O momento linear do elétron podia ser

obtido através da expressão relativística $p = mv\gamma$, que estudamos no capítulo 1. Entretanto, permanece sem resposta imediata uma questão: e o momento linear do fóton?

Para que cheguemos a uma resposta defensável a tal questão, voltemo-nos para uma outra relação decorrente de definições relativísticas, a qual liga a energia total de uma partícula a seu momento linear:

$$E^2 = c^2 \cdot p^2 + (m_0 \cdot c^2)^2 \quad (3.7)$$

Ora, como os fótons têm velocidade igual à da luz, sua massa de repouso precisa ser nula, de modo que a expressão (3.7) se reduz a:

$$p = E/c \quad (3.8)$$

Substituindo (3.3) em (3.8), obtemos:

$$p = hf/c = h/\lambda \quad (3.9)$$

De posse de uma fórmula para o momento do fóton, podemos, sem mais demora, estudar a colisão imaginada por Compton. A Fig. 3.4 ilustra o “antes e depois” do fenômeno de interesse.

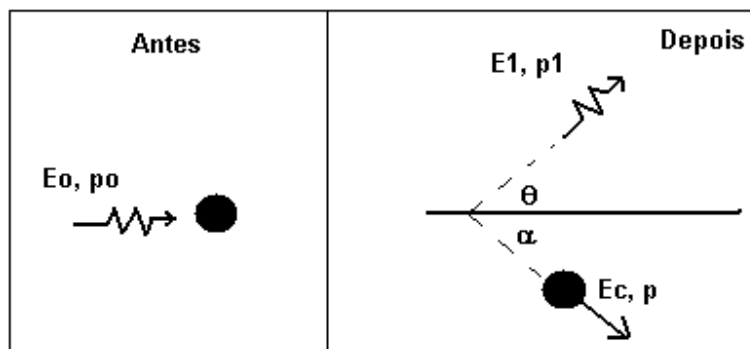


Figura 3.4

Apliquemos a conservação do momento. Temos, para a direção x,

$$p_0 = p_1 \cdot \cos(\theta) + p \cdot \cos(\alpha) \quad (3.10)$$

Para a direção y, vale

$$p_1 \cdot \sin(\theta) = p \cdot \sin(\alpha) \quad (3.11)$$

Manipulando (3.10) e elevando ao quadrado ambos os membros, notamos que

$$[p_0 - p_1 \cdot \cos(\theta)]^2 = p^2 \cdot \cos^2(\alpha) \quad (3.12)$$

Elevando ao quadrado ambos os membros de (3.11), temos:

$$p_1^2 \cdot \text{sen}^2(\theta) = p^2 \cdot \text{sen}^2(\alpha) \quad (3.13)$$

Somando (3.12) e (3.13), obtemos a relação

$$p_0^2 + p_1^2 - 2p_0 \cdot p_1 \cdot \cos(\theta) = p^2 \quad (3.14)$$

Pela conservação da energia, vale

$$E_0 + m_0 \cdot c^2 = E_1 + E_c + m_0 \cdot c^2 \quad (3.15)$$

que nos leva a:

$$E_0 - E_1 = E_c \quad (3.16)$$

Substituindo (3.8) em (3.16), obtemos:

$$c \cdot (p_0 - p_1) = E_c \quad (3.17)$$

Aplicando a expressão relativística (3.7) ao elétron após a colisão, temos:

$$(E_c + m_0 \cdot c^2)^2 = c^2 p^2 + (m_0 c^2)^2 \quad (3.18)$$

que se reduz a:

$$E_c^2 + 2E_c \cdot m_0 \cdot c^2 = c^2 p^2 \quad (3.19)$$

ou

$$E_c^2 / c^2 + 2E_c \cdot m_0 = p^2 \quad (3.20)$$

Igualando p^2 em (3.14) e (3.20), e fazendo uso da expressão (3.17), temos:

$$(p_0 - p_1)^2 + 2m_0 c (p_0 - p_1) = p_0^2 + p_1^2 - 2p_0 p_1 \cos(\theta) \quad (3.21)$$

que se reduz a:

$$m_0 \cdot c (p_0 - p_1) = p_0 \cdot p_1 \cdot [1 - \cos(\theta)] \quad (3.22)$$

ou

$$(p_1)^{-1} - (p_0)^{-1} = (m_0 c)^{-1} \cdot [1 - \cos(\theta)] \quad (3.23)$$

Multiplicando ambos membros de (3.23) pela constante de Planck e utilizando (3.9), obtemos:

$$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0 = \lambda_c \cdot [1 - \cos(\theta)] \quad (3.24)$$

sendo $\lambda_C = h/m_0c$ o *comprimento de onda de Compton*. A equação (3.24), por vezes denominada *equação de Compton*, não contém informações acerca do material utilizado⁶.

Como acabamos de ver, a teoria corpuscular da luz forneceu uma explicação para o desvio de frequência (ou comprimento de onda) da radiação espalhada. Essa nova evidência em favor do fóton causou enorme sensação na comunidade científica, pois havia sido mostrado de maneira cabal que a hipótese quântica também levava a um cenário coerente quando aplicada ao estudo da transferência de momento entre radiação e matéria [Pais, 1995]. O sucesso de Compton foi, portanto, um marco no processo de “amadurecimento” da ainda jovem teoria. Finalmente, destacamos que os elétrons espalhados também foram conclusivamente detectados graças aos posteriores esforços de Bothe, Geiger, Jacobsen e outros [Born, 1986].

Apesar de termos apresentado uma explicação para o desvio de comprimento de onda, ainda precisamos entender por que a radiação espalhada tinha também significativo conteúdo na vizinhança de um comprimento de onda aproximadamente igual ao incidente. A explicação é simples: trata-se do fruto de interações entre fótons e elétrons “não-livres”, para os quais o raciocínio acima não é estritamente válido⁷.

3.4 – Bremsstrahlung e a Produção de Raios-X

Bremsstrahlung é uma palavra alemã que nos remete à idéia de uma “radiação de desaceleração”. Tal palavra se refere aos raios-X que são produzidos pela desaceleração de elétrons que colidem com alvos metálicos.

Já se sabia que, de acordo com a teoria de Maxwell, partículas que sofrem aceleração (ou desaceleração) devem emitir radiação. Entretanto, havia algumas peculiaridades que ainda não haviam sido adequadamente explicadas. Suponhamos que incida sobre um alvo um feixe de elétrons com certa energia. Experimentalmente, observa-se que o espectro da radiação gerada no processo tem um valor máximo de frequência (ou um valor mínimo de comprimento de onda), valor que recebe o nome de *limite de Duane-Hunt*, em homenagem a William Duane e Franklin Livingston Hunt⁸. A teoria ondulatória não prevê a existência de tal limite, o que abriu caminho, mais uma vez, para a aplicação do emergente conceito de fóton.

O limite de Duane-Hunt é uma consequência direta de (3.6). Suponhamos que os elétrons tenham sido acelerados até o ponto em que possuam uma certa energia cinética E_c . Nesse momento, consideremos que as partículas carregadas colidem com o alvo, emitam fótons e “percam”, por conseguinte, energia cinética. Num caso extremo, podemos conceber uma colisão em que toda a energia cinética do elétron seja convertida em energia radiante. Nesse caso,

⁶ Frisamos que a expressão obtida é, em rigor, uma boa aproximação, pois deveríamos ter levado em conta a função trabalho do material testado.

⁷ Podemos intuir a razão de ser desse fato se imaginarmos que a “massa efetiva” dos entes fortemente ligados é muitas vezes maior que a de um elétron livre, o que, de acordo com (3.24), faz com que haja um desvio pouco significativo [Halliday e Resnick, 1994].

⁸ Esses dois cientistas realizaram experiências voltadas à produção de raios X, nas quais observaram a propriedade que acabamos de expor. Interessantemente, segundo Pais [Pais 1995], Duane tinha grande interesse na aplicação de raios X ao tratamento do câncer.

$$E_c = hf_{\text{emitido}} \quad (3.25)$$

Assumamos que a energia cinética dos elétrons é consequência da atuação de um campo elétrico uniforme. Nessas circunstâncias, é-nos lícito escrever:

$$E_c = e.V \quad (3.26)$$

sendo V a diferença de potencial entre os eletrodos do tubo no qual se produzem os raios X. Analisando (3.25), percebemos que a frequência em questão deve ser a frequência-limite verificada por Duane e Hunt, à qual daremos o nome de f_{corte} . Substituindo (3.26) em (3.25), obtemos finalmente⁹

$$f_{\text{corte}} = eV/h \quad (3.27)$$

A partir de (3.27), os dois pesquisadores obtiveram um valor muito bom para a constante de Planck, a saber, $6.39 \cdot 10^{-34}$ J.s [Pais, 1995]. Note que a expressão (3.27) não apresenta qualquer dependência explícita em relação ao tipo de material utilizado.

Neste capítulo, apresentamos uma série de evidências experimentais em favor da hipótese dos quanta de luz. Sabemos que o caráter ondulatório da luz nos ajuda a entender diversos fenômenos, como a difração e a interferência. Não obstante, tal interpretação é limitada, em especial quando se trabalha com interações com a matéria. Nesse domínio, foi preciso lançar mão do caráter “corpuscular” manifesto no conceito de fóton: paira no ar uma espécie de dualidade, sobre a qual ainda teremos muito a dizer.

Bibliografia do Capítulo 3:

[Born 1986] **M. Born**, *Física Atômica*, Fundação Calouste Gulbenkian, 1986.

[Eisberg 1961] **R. Eisberg**, *Fundamentals of Modern Physics*, Wiley, 1961.

[Halliday e Resnick 1994] **D. Halliday**, **R. Resnick**, *Fundamentos da Física*, LTC, 1994.

[Ohanian 1995] **H. Ohanian**, *Modern Physics*, Prentice Hall, Second Edition, 1995.

[Pais 1995] **A. Pais**, *Sutil é o Senhor: a Ciência e a Vida de Albert Einstein*, Nova Fronteira, 1995.

[Serway 1990] **R. Serway**, *Physics for Scientists and Engineers*, Saunders College Publishing, Third Edition, 1990.

⁹ Deve-se a Einstein a idéia de aplicar seu princípio heurístico ao problema em questão e a Duane e Hunt o mérito da análise experimental do mesmo.