

Navegar é Preciso

Rafael Santos Mendes

Objetivo:

Mostrar através de diversas técnicas de navegação no mar, como conceitos geométricos e trigonométricos, assim com a teoria de filtragem estocástica, se articulam para permitir a localização de um objeto em movimento.

Conteúdo:

- Navegação por referências costeiras;
- Navegação Astronômica;
- O Sistema GPS.

Navegação por referências costeiras



A palavra “navegar” tem a mesma raiz que a palavra “navio” e pode denotar:

- o simples ato de se deslocar na água;
- o processo de determinar uma rota para uma embarcação num ambiente marítimo, fluvial ou lacustre acompanhado do ato de executar esta rota, levando a embarcação a seu destino.

Portanto “navegar” pressupõe a existência de um “mapa” – mesmo que vago, como no caso das grandes navegações – e a capacidade de se localizar neste mapa

De modo geral, o problema de localização envolve a utilização de referências, pertencentes ou externas ao mapa, cujas conexões com o mapa sejam conhecidas *a priori*.

A navegação marítima pode ser dividida em três tipos básicos, segundo a proximidade com a terra:

- Pilotagem – que é muito próxima aos perigos representados por pedras próximas ou acima da superfície e por águas rasas;
- Navegação Costeira – que é realizada longe dos perigos, mas mantendo o contato visual com a costa;
- Navegação ao Largo ou Oceânica – feita sem visão da costa.

A Marinha Brasileira classifica a navegação como sendo:

- Costeira em águas abrigadas;
- Costeira em mar aberto;
- Oceânica.

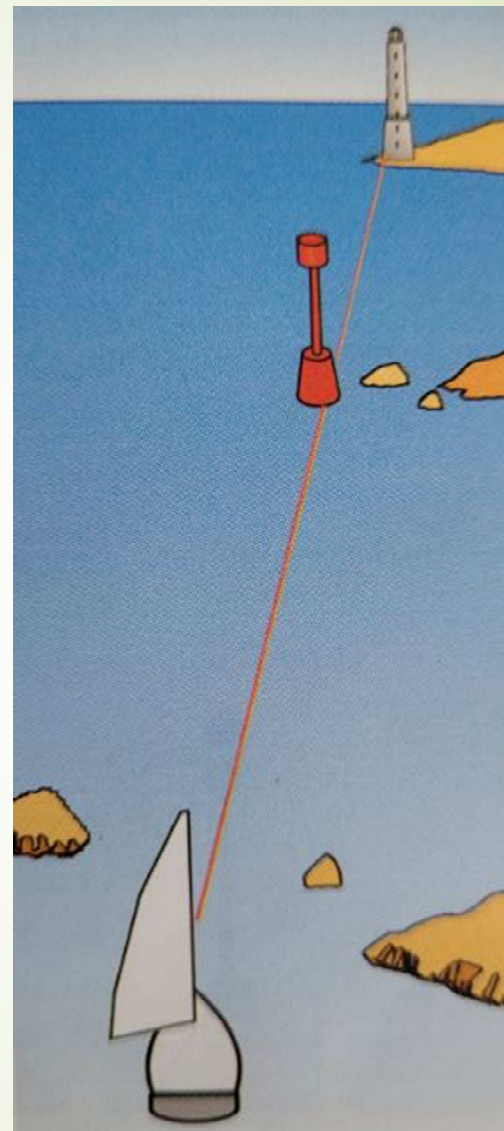
De modo geral, a pilotagem é feita a partir da observação da paisagem e da utilização das referências para o estabelecimento de **alinhamentos**.

As referências devem ser idealmente pontuais, fixas e distantes umas das outras.

Três tipos:

1. Alinhamento de rota, ou fechado.

Define um caminho a ser seguido pelo alinhamento entre duas referências.

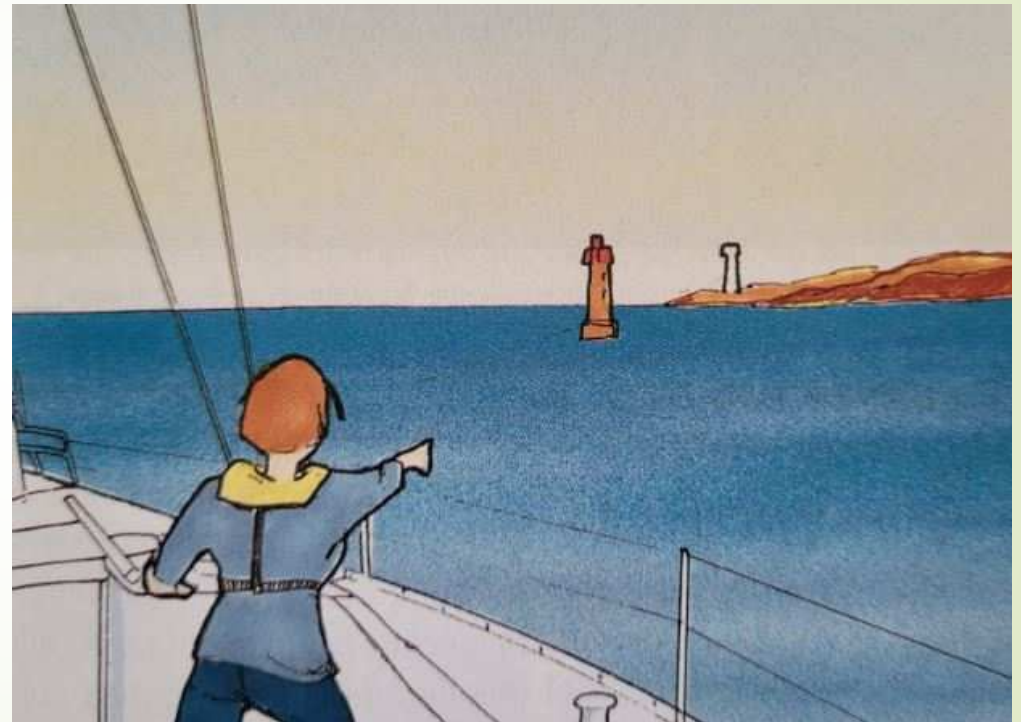


2. Alinhamento de segurança, ou aberto.

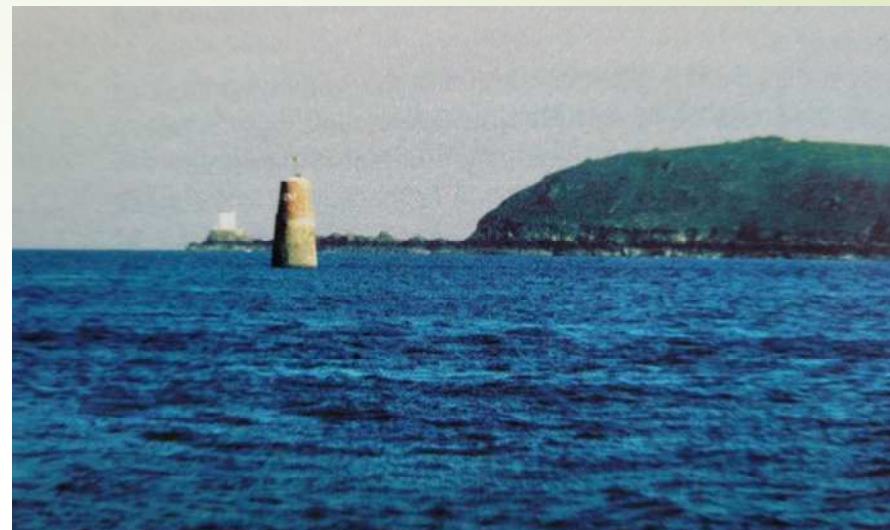
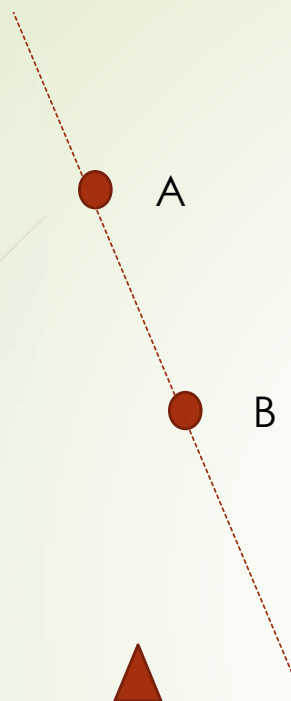
Define um limite que não deve ser atingido ou ultrapassado. Os perigos estão todos do mesmo lado do alinhamento.

3. Alinhamento pelo través

É utilizado para avaliar a progressão ao longo de uma trajetória. Marca a passagem entre diferentes zonas de perigo.



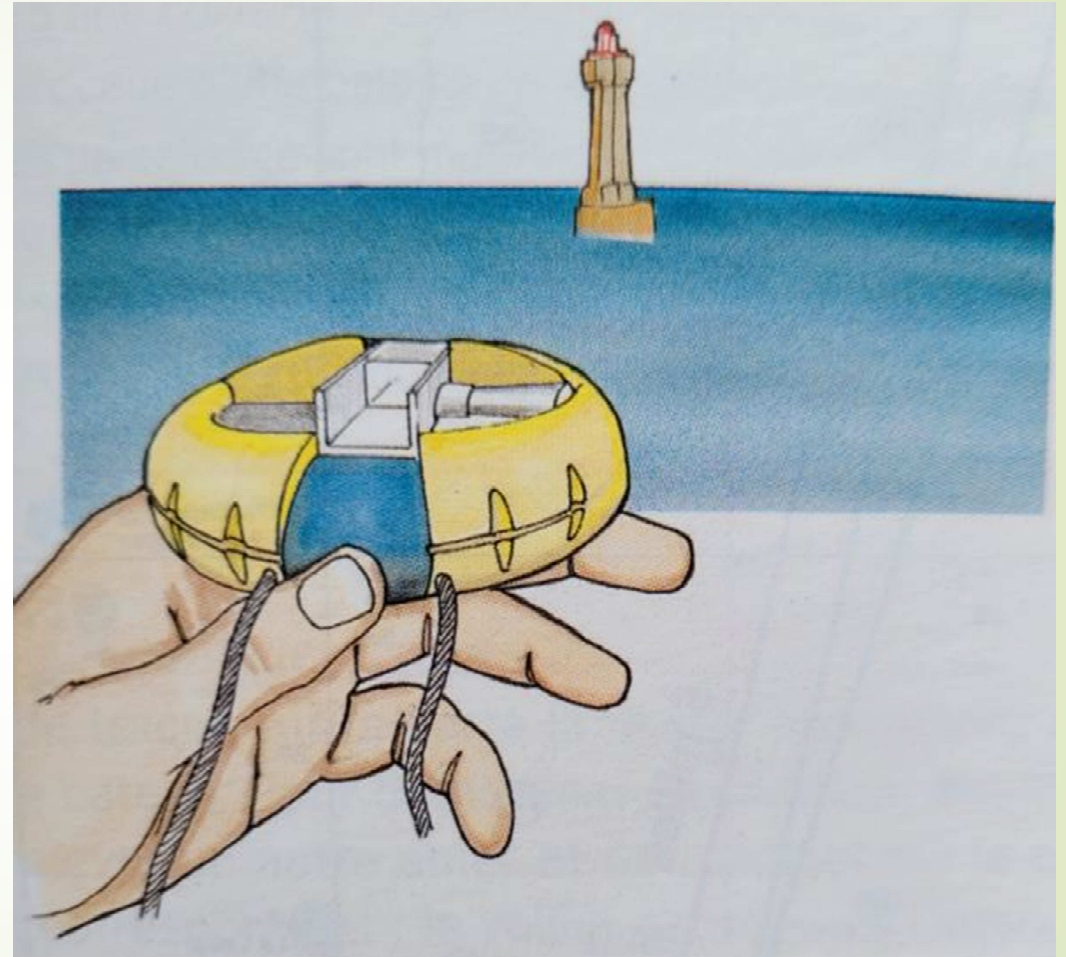
8

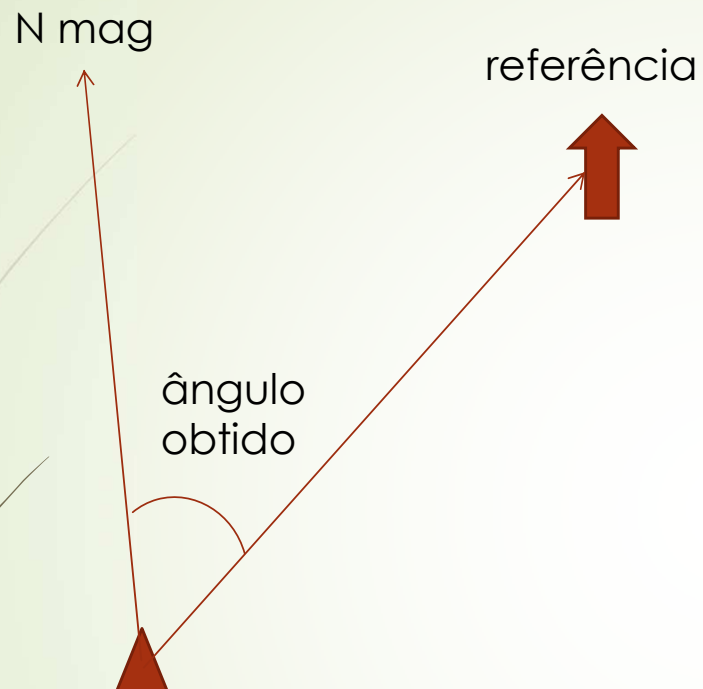


Alinhamento de A por B – aberto à esquerda.

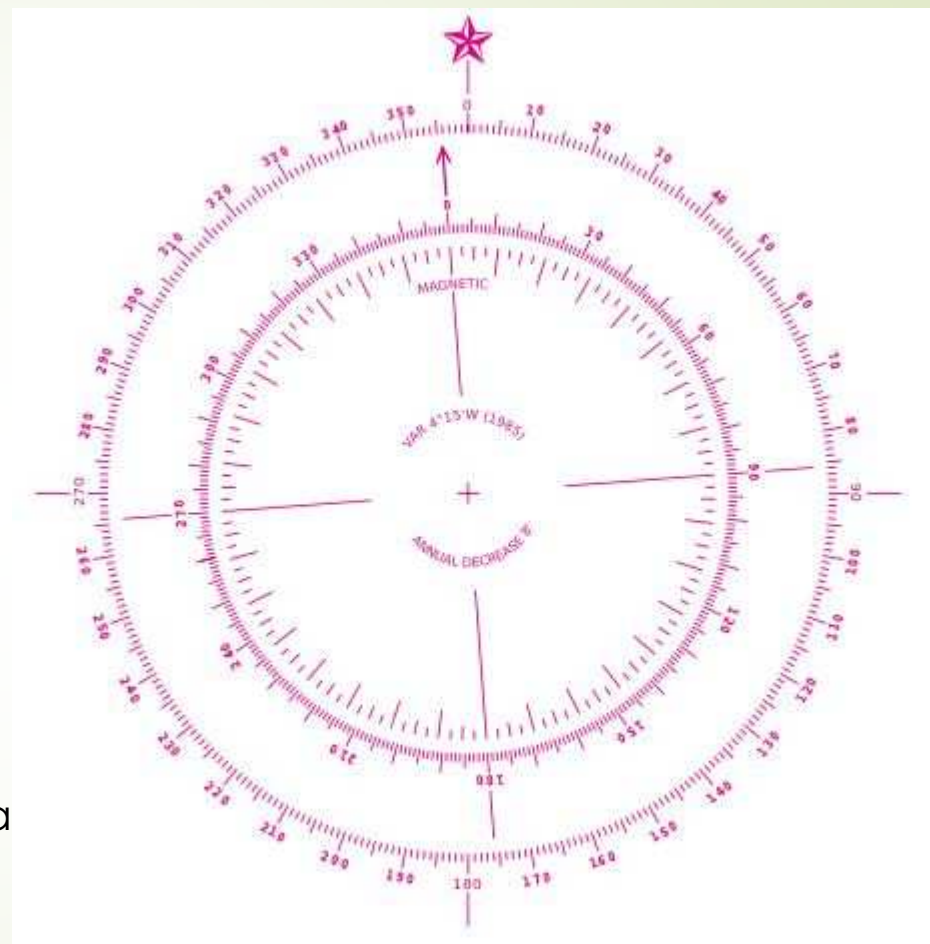
Em posições não tão próximas de perigos, em que alinhamentos não são possíveis, torna-se necessário determinar a localização através de **referências costeiras**

O principal instrumento para isso é a **alidade**, ou **bússola de alidade**, que é usada para determinar o ângulo entre o Norte Magnético e a referência costeira observada.

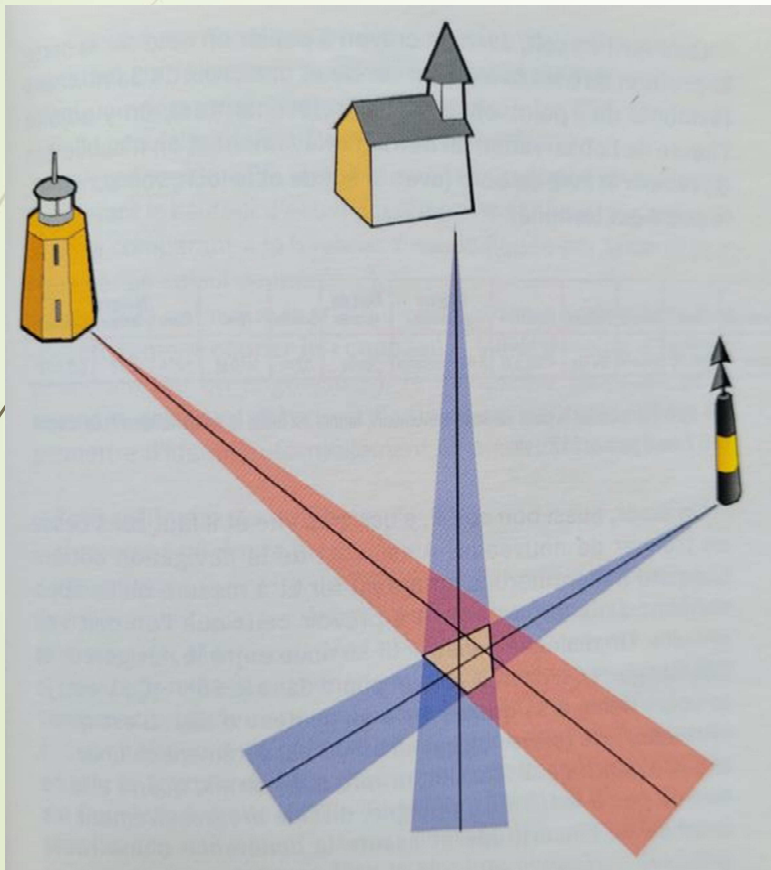




De modo geral o **Norte Magnético** não coincide o **Norte Verdadeiro**. A diferença é a **Declinação Magnética**, cujo valor é informado nas cartas náuticas.



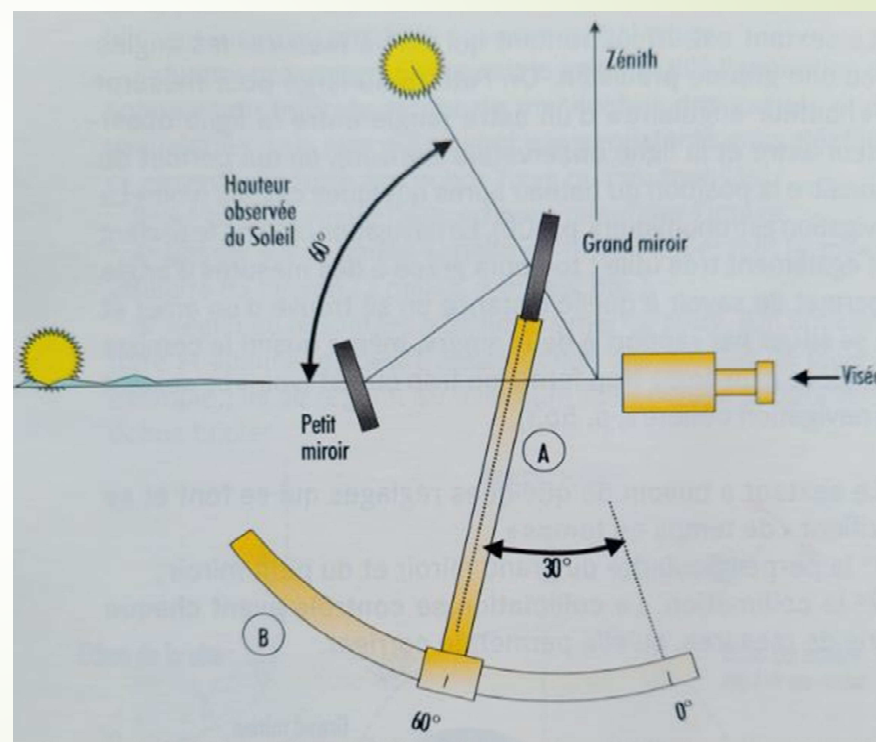
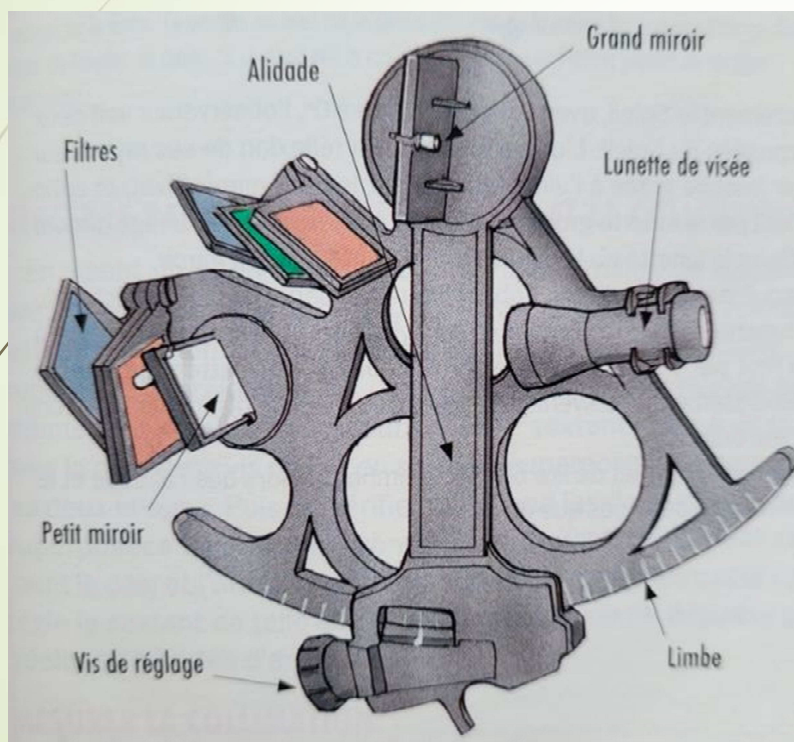
A partir de duas ou mais medidas de ângulo de diferentes referências é possível determinar a posição da embarcação. Cada medida determina uma **Linha de Posição (LDP)** e a cada uma delas, um erro é necessariamente associado.



LDP's



Outro instrumento, utilizado tanto em navegação costeira quanto em navegação astronômica, é o **sextante**, capaz de medir ângulos entre duas referências diferentes.



O sextante pode ser usado para medir o ângulo entre as extremidades de uma referência cuja altura seja conhecida (p. ex. um farol)

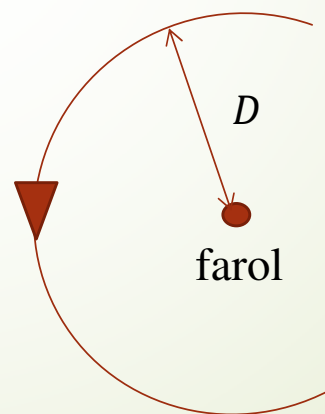
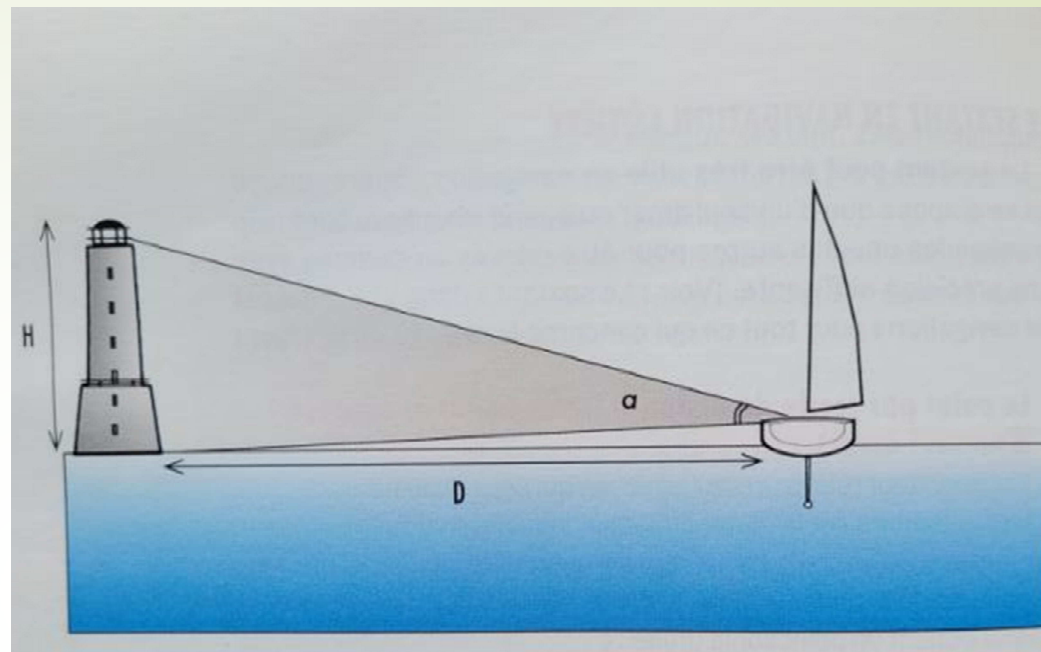
H é conhecido

α é medido

$$\alpha \approx \frac{H}{D}$$

$$D = \frac{1,86 \times H}{\alpha}$$

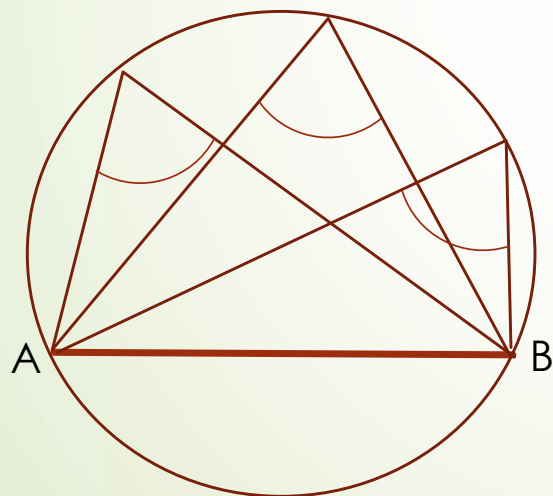
α em minutos
 H em metros
 D em milhas náuticas



A LDP é um arco de circunferência com centro no farol

O sextante pode ser usado também para determinar o ângulo entre duas referências A e B

A LDP será o **arco capaz** do segmento AB em relação ao arco medido

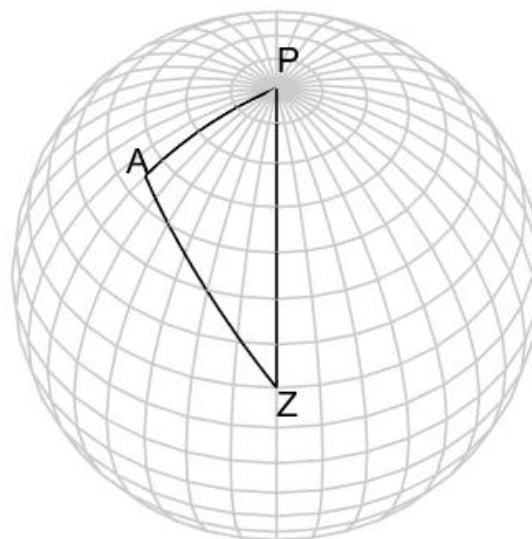


ângulos iguais

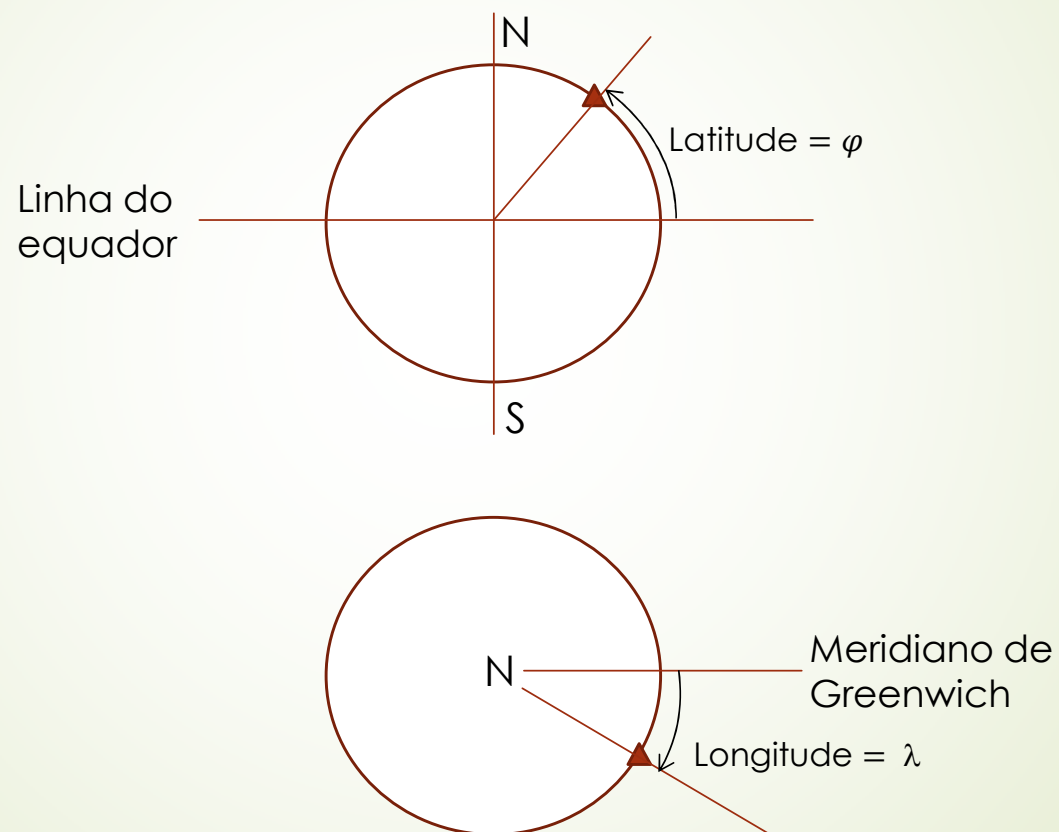


LDP

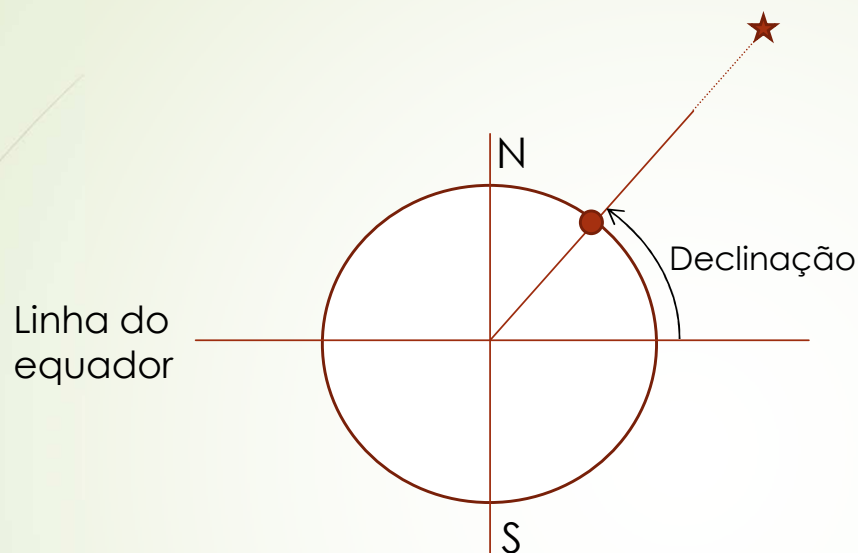
Navegação Astronômica



Coordenadas Geográficas

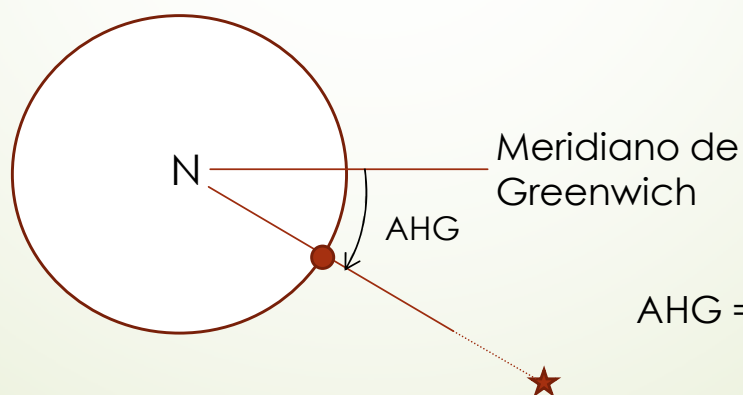


Coordenadas (equatoriais) de um corpo celeste



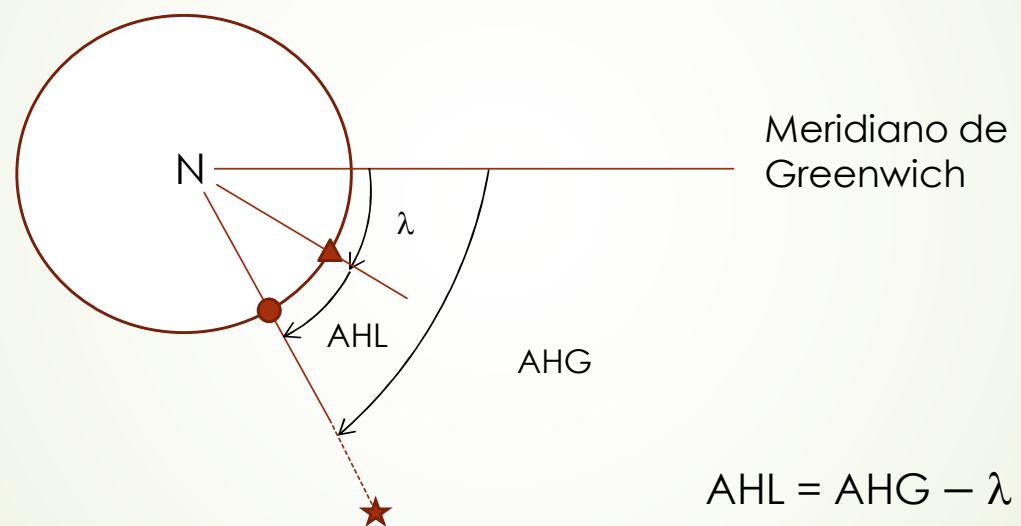
Declinação = latitude da posição geográfica do astro

● = posição geográfica do corpo celeste

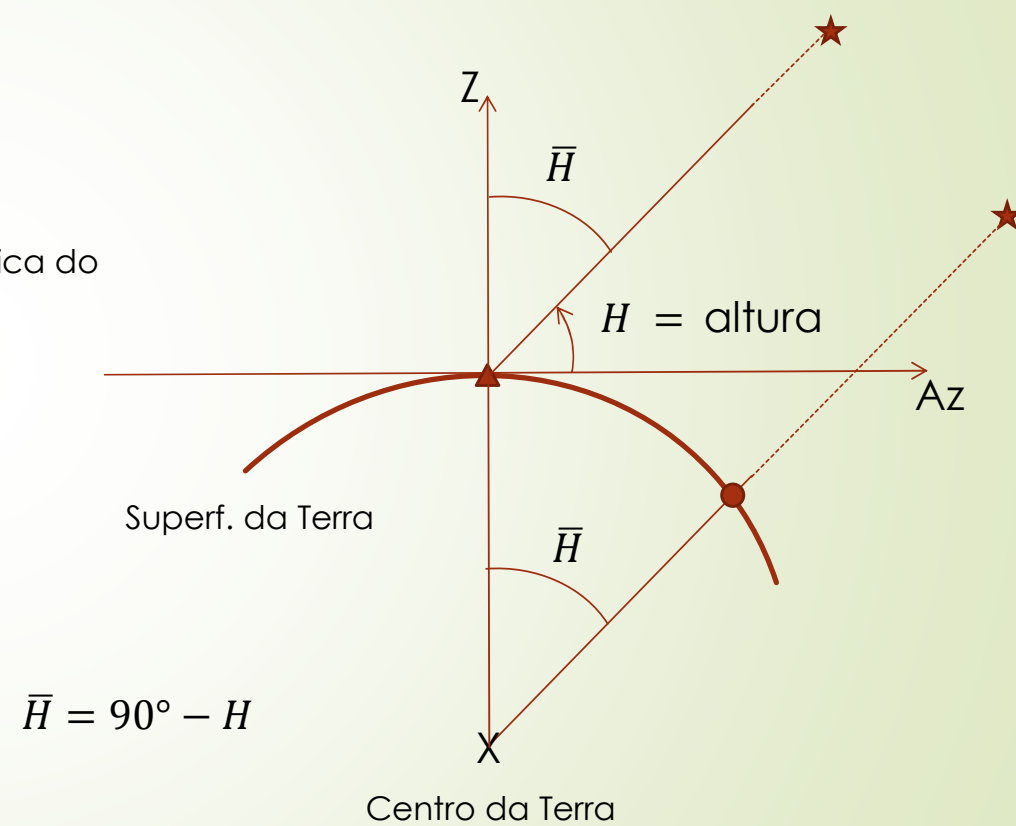
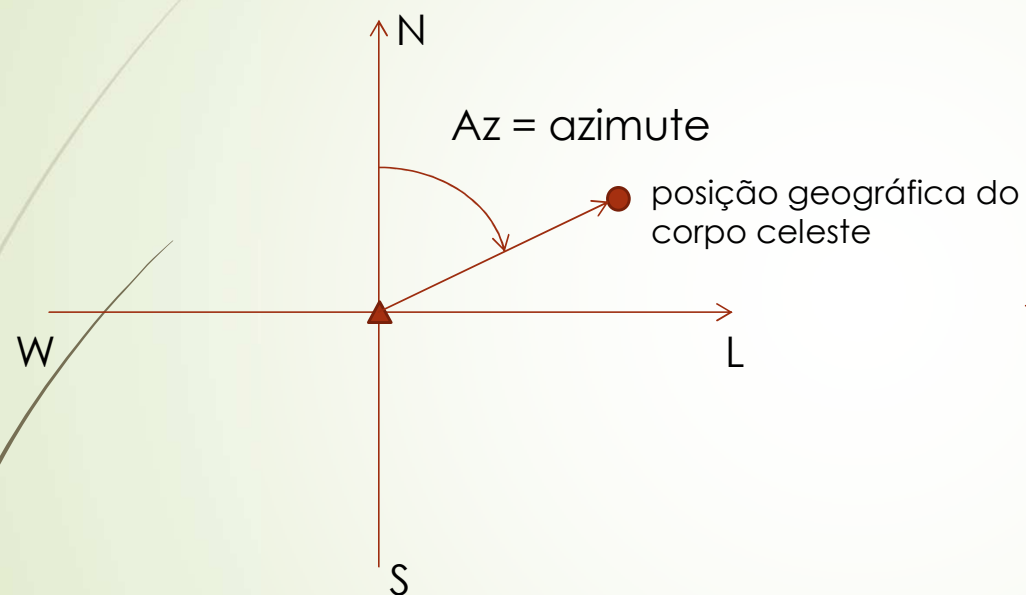


AHG = Ângulo Horário em Greenwich = longitude da posição geográfica do astro

Ângulo Horário Local



Coordenadas Azimutais de um Corpo Celeste



Em resumo nossa discussão envolve por três pares de coordenadas

$$\begin{cases} \varphi = \textit{latitude} \\ \lambda = \textit{longitude} \end{cases}$$

Localizam o observador – incógnitas do problema

$$\begin{cases} Dec = \textit{declinação} \\ AHG = \textit{Ângulo Horário} \\ \textit{em Greenwich} \end{cases}$$

Localizam o corpo celeste observado – não dependem da posição do observador – são conhecidas em qualquer instante de tempo

$$\begin{cases} H = \textit{altura} \\ Az = \textit{azimute} \end{cases}$$

Dependem das posições do corpo celeste e do observador – podem ser medidas diretamente.

Trigonometria Esférica

A trigonometria esférica estuda as relações entre lados e ângulos dos chamados “triângulos esféricos”

Dados três pontos sobre uma superfície esférica, um triângulo esférico é a figura formada pelas linhas geodésicas que ligam estes pontos.

Numa superfície esférica uma linha geodésica é um círculo máximo, isto é, um círculo obtido pela interseção de um plano que passa pelo centro da esfera com sua superfície.

Um lado de um triângulo esférico é portanto um arco de um círculo cujo centro coincide com o centro da esfera.

Dentre os três lados e três ângulos de um triângulo esférico, se quaisquer três elementos dentre eles for conhecido, os outros três podem ser calculados. (Note-se a diferença em relação ao que acontece na geometria plana).

Em navegação astronômica, o triângulo formado pelos pontos:

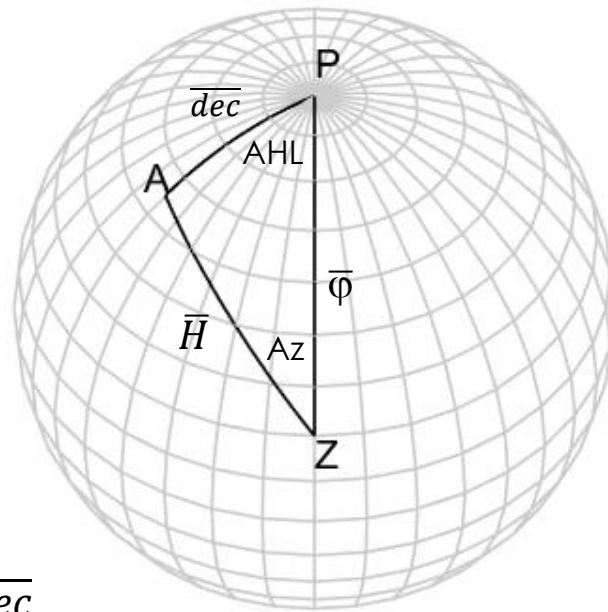
- P = pólo elevado para o observador;
- A = posição geográfica do astro observado;
- Z = posição do observador.

adquire particular importância, pois:

$$\hat{P} = AHL \qquad PA = \overline{dec}$$

$$\hat{A} = nr \qquad AZ = \bar{H}$$

$$\hat{Z} = Az \qquad ZP = \bar{\varphi}$$



$$\hat{P} = AHL \quad PA = \overline{dec}$$

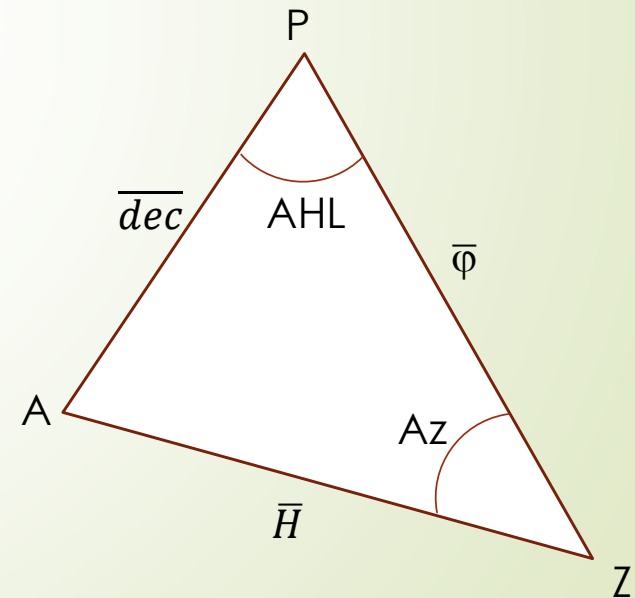
$$\hat{A} = nr \quad AZ = \bar{H}$$

$$\hat{Z} = Az \quad ZP = \bar{\varphi}$$

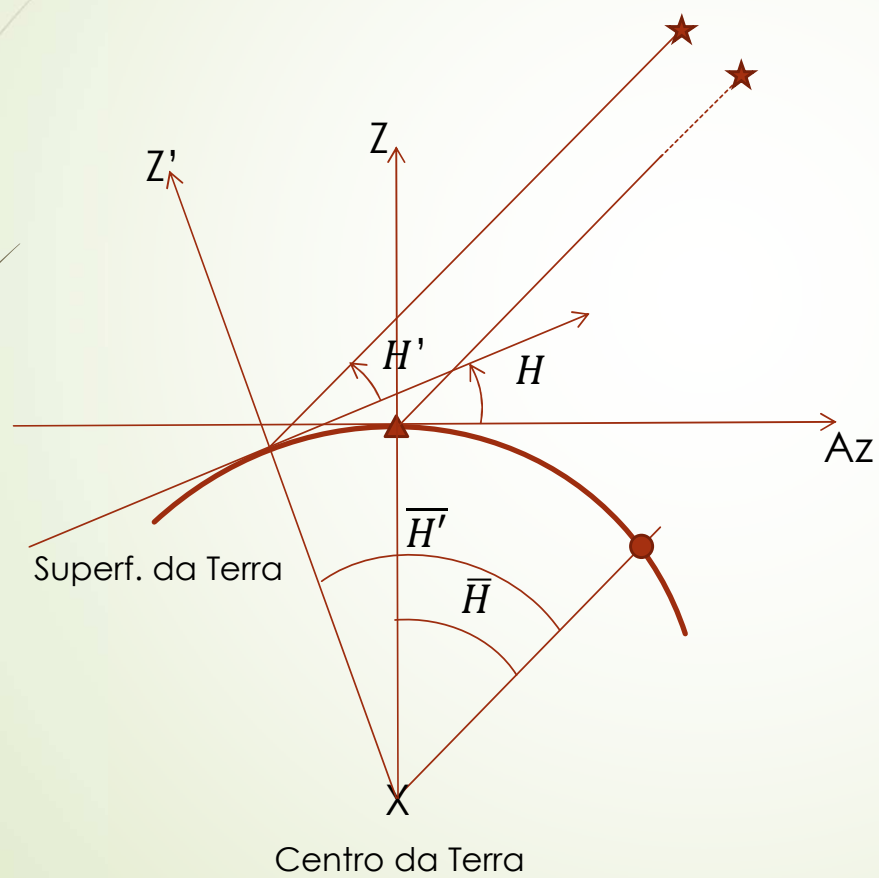
Cenário:

- AHG e Dec são conhecidos;
- φ e λ não são conhecidos, portanto AHL não é conhecido;
- H e Az podem ser medidos, mas Az tem baixa precisão.

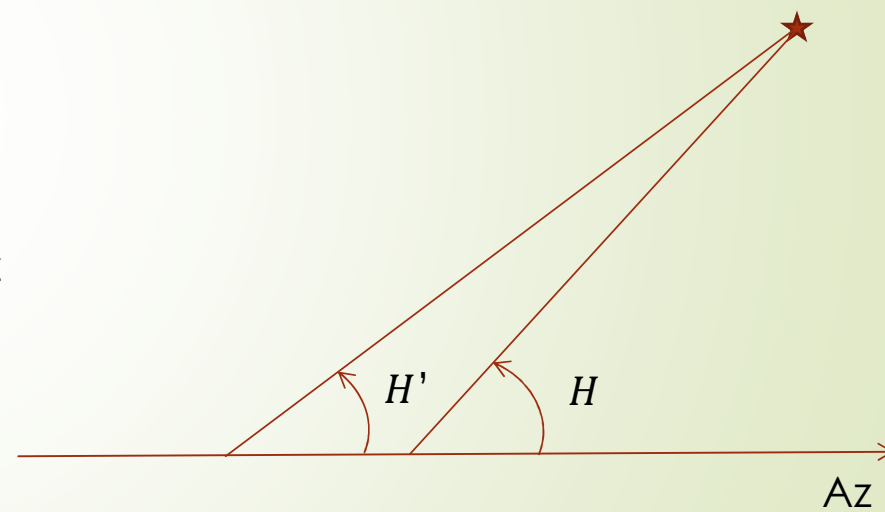
A solução para o problema, de modo a não envolver a medida de azimuth consiste em medir a altura de dois ou mais astros. Mas como combinar os dois triângulos?



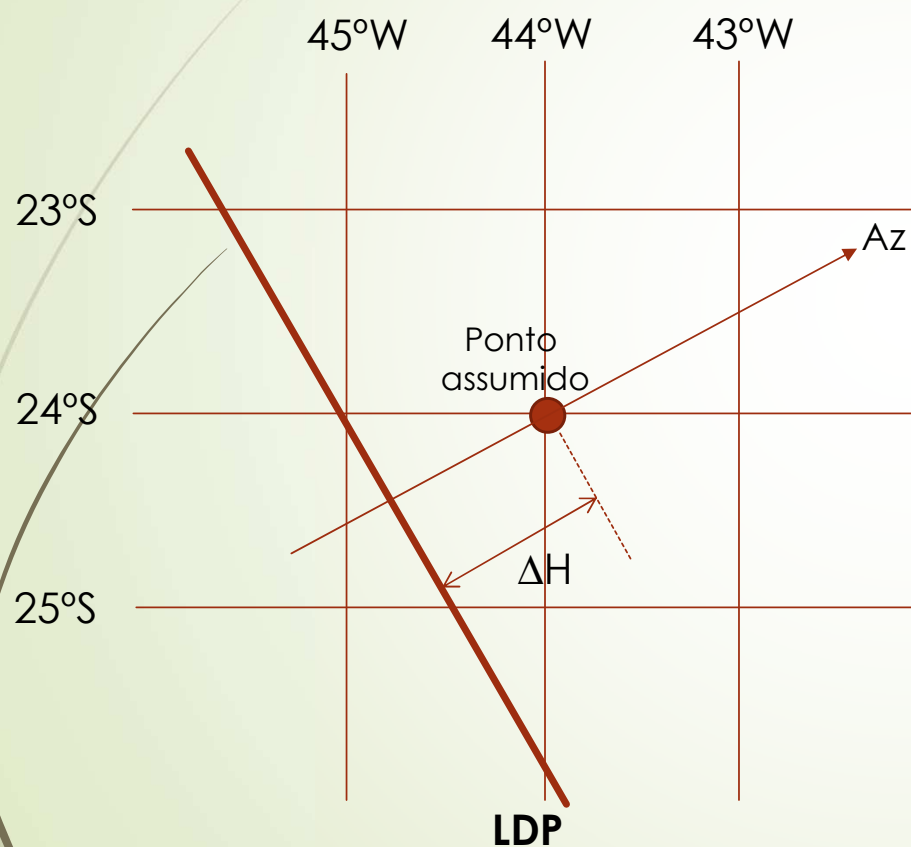
situação real



“mnemônico”



Solução gráfica: Método de Marcq St. Hilaire

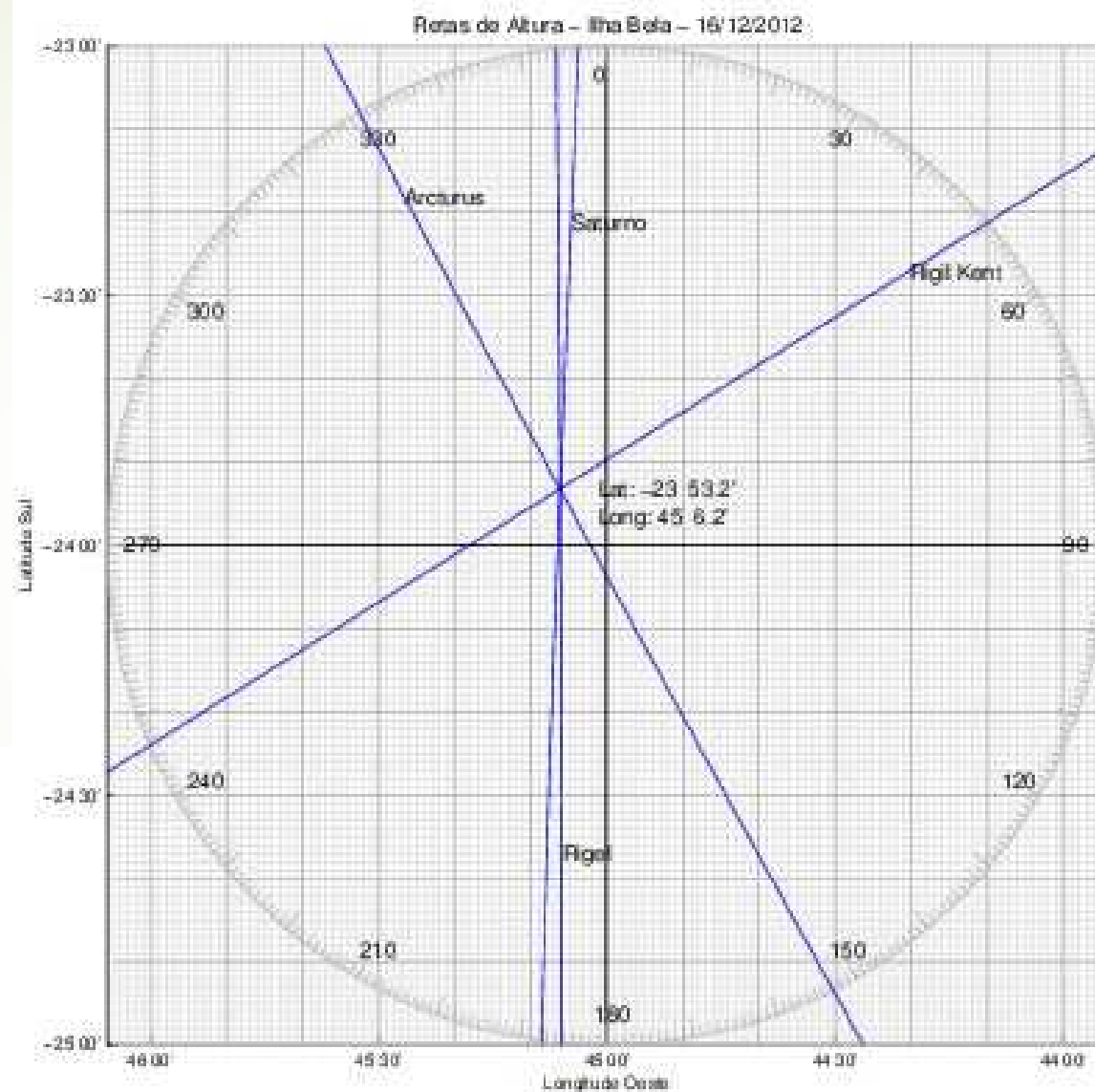


1. Mede-se a altura de um astro;
2. Assume-se um ponto de localização, próximo à real localização do observador;
3. Para o ponto assumido, calcula-se H e Az do astro medido (tábua de navegação);
4. Determina-se a diferença entre a altura medida e a calculada, ΔH ;
5. Traça-se uma linha reta a partir do ponto assumido, na direção Az ;
6. A uma distância ΔH do ponto assumido, traça-se uma perpendicular à reta anterior. Esta é a LDP.

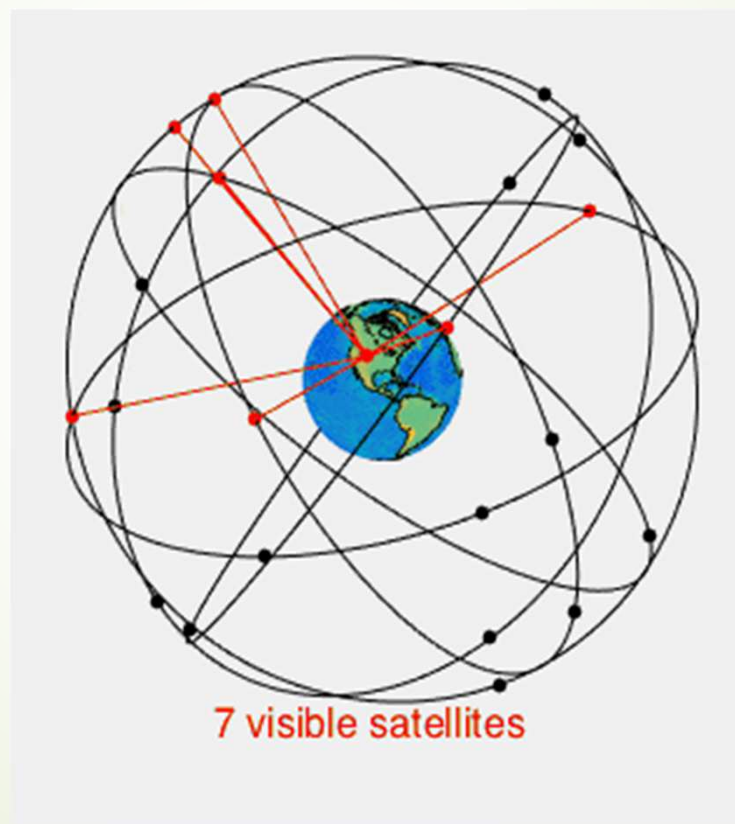
Arcturus:	Saturno:	Rigel Kent:	Rigel:
HMG: 7h15m45s	HMG: 7h18m14s	HMG: 7h23m47s	HMG: 7h21m39s
Dec: 19 6.8'	Dec: -12 3.6'	Dec: -60 53'	Dec: -8 11.3'
AHG: 340 2.9'	AHG: 338 19.8'	AHG: 336 10'	AHG: 116 57.3'
Hm: 13 24.1'	Hm: 25 55.7'	Hm: 30 54.5'	Hm: 19 51'

Latitude Estimada: -23 53.2'

Longitude Estimada: 45 6.2'



O Sistema GPS



Descrição do sistema:

Sistema de navegação baseado em satélites de cobertura mundial

Declarado operacional desde 1995

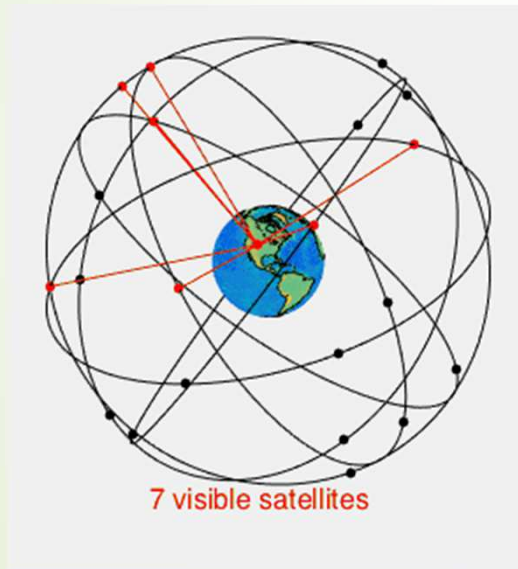
Formado por três segmentos ou sub-sistemas:

Espacial: Constelação de Satélites que transmite diversas mensagens, inclusive sua própria posição.

Recepção: receptores de rádio, utilizados pelos usuários finais, capazes de decodificar as mensagens transmitidas e a partir delas determinar sua própria posição no globo terrestre.

Controle Operacional em Terra: monitoramento dos satélites e atualização das informações por eles disseminadas.

Constelação de Satélites



24 satélites em 6 planos de órbita de 12h em altitude nominal de 20.200 km

Cada plano tem uma inclinação de 55° em relação ao plano equatorial

Em qualquer instante e em qualquer ponto do globo, pelo menos 4 e no máximo 11 satélites (tipicamente de 6 a 8) estão em linha de visada.

Princípio do GPS

A localização do receptor é calculada a partir das distâncias entre o receptor e cada um dos satélites visíveis.

Como obtê-las? Cada transmissão de cada satélite contém:

- o instante em que aquela transmissão ocorreu
- a posição instantânea do próprio satélite

Conhecendo o instante de recepção do sinal, receptor determinará o tempo levado para o sinal alcançá-lo e por conseguinte a distância percorrida.

Idealmente, para n satélites visíveis, teríamos n equações do tipo:

$$r_i = \sqrt{(X_i - x)^2 + (Y_i - y)^2 + (Z_i - z)^2} \quad i = 1, \dots, n$$

onde:

(X_i, Y_i, Z_i) = coordenadas do i -ésimo satélite

(x, y, z) = coordenadas do receptor

r_i = distância do receptor ao i -ésimo satélite

Se $n \geq 3$, as coordenadas do receptor podem ser calculadas.

Ocorre porém que o sincronismo entre os relógios dos satélites e o relógio do receptor é crucial para a precisão do cálculo.

A solução é incluir o offset do relógio do receptor como sendo uma nova variável para o problema.

Teremos então:

$$\rho_i = r_i + c \cdot \Delta t + w_i \quad i = 1, \dots, n$$

onde:

ρ_i = medida efetiva, relativa ao i-ésimo satélite, chamada de pseudo-range;

Δt = offset do relógio do receptor;

w_i = erro de medida para o i-ésimo satélite

Devemos ter agora $n \geq 4$, para que as coordenadas do receptor possam ser calculadas.

Algumas observações importantes:

Sinais e portadoras: Os sinais são transmitidos pelos satélites em duas portadoras com frequências de 1575,42 MHz e 1227,60 MHz. Os sinais digitais são transmitidos em frequências de 10,23 MHz e 1,023 MHz

Para fins de aumento da precisão, em determinados receptores é possível medir a componente radial da velocidade entre o satélite e o receptor através do efeito Doppler mensurável nos sinais portadores. Esta medida deve ser acrescentada às equações anteriores.

Os erros de medida w_i incluem:

- erros devidos às refrações ionosféricas e troposféricas;
- erros devidos ao efeito multi-caminho;
- erros na posição dos satélites;
- erros devido a ruídos no receptor.

De modo geral, os receptores GPS realizam cálculos mais elaborados do que a mera solução das equações de medidas apresentadas.

Estes cálculos são baseados em modelos dinâmicos para o comportamento do sistema como um todo e visam determinar a melhor estimativa para o vetor de estado do sistema a partir de uma sequência de medidas.



Equação de Estado

A equação de estado deve incluir, além das variáveis relativas ao movimento (posições e velocidades) o **offset** do relógio do receptor e sua derivada, isto é, o **drift** do relógio.

$$\Delta t = b(t) = \text{offset ou bias}$$

$$d(t) = \dot{b}(t) = \text{drift}$$

Equação de Estado em tempo discreto

$$x(k+1) = x(k) + T \cdot \dot{x}(k)$$

$$\dot{x}(k+1) = \dot{x}(k)$$

$$y(k+1) = y(k) + T \cdot \dot{y}(k)$$

$$\dot{y}(k+1) = \dot{y}(k)$$

$$z(k+1) = z(k)$$



$$\begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \end{bmatrix} (k+1) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \end{bmatrix} (k)$$

$$b(k+1) = b(k) + T \cdot d(k) \quad \text{offset}$$

$$d(k+1) = d(k) \quad \text{drift}$$



$$\begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix} (k+1) = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ d \end{bmatrix} (k)$$

Em suma:

$$\mathbf{x}(k+1) = F \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k)$$

onde:

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ b \\ d \end{bmatrix} (k) \quad F = \text{diag}(F_2, F_2, 1, F_2) \quad F_2 = \begin{bmatrix} 1 & T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A variável aleatória $\mathbf{v}(k)$ deve incorporar os erros relativos a cada variável de estado com média nula e matrizes de covariância que reflitam as propriedades destas variáveis.

Voltemos às equações das medidas do sistema:

$$\rho_i = r_i + c \cdot \Delta t + w_i = \varphi_i + w_i \quad i = 1, \dots, n$$

Para que seja possível a utilização do Filtro de Kalman Estendido (EKF) na determinação das estimativas das variáveis de estado, é necessário a cada instante k , linearizar estas equações, em torno de um ponto de operação definido pela previsão do estado naquele instante.

$$\rho_i(k) \approx z_i(k) = \sum_{j=1}^7 h_i^j x_j(k) + w_i \quad i = 1, \dots, n \quad h_i^j = \left. \frac{\partial \varphi_i}{\partial x_j} \right|_{\hat{x}(k|k-1)}$$

ou:

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{H} \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k)$$

Em resumo:

$$\mathbf{x}(k + 1) = F \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k)$$

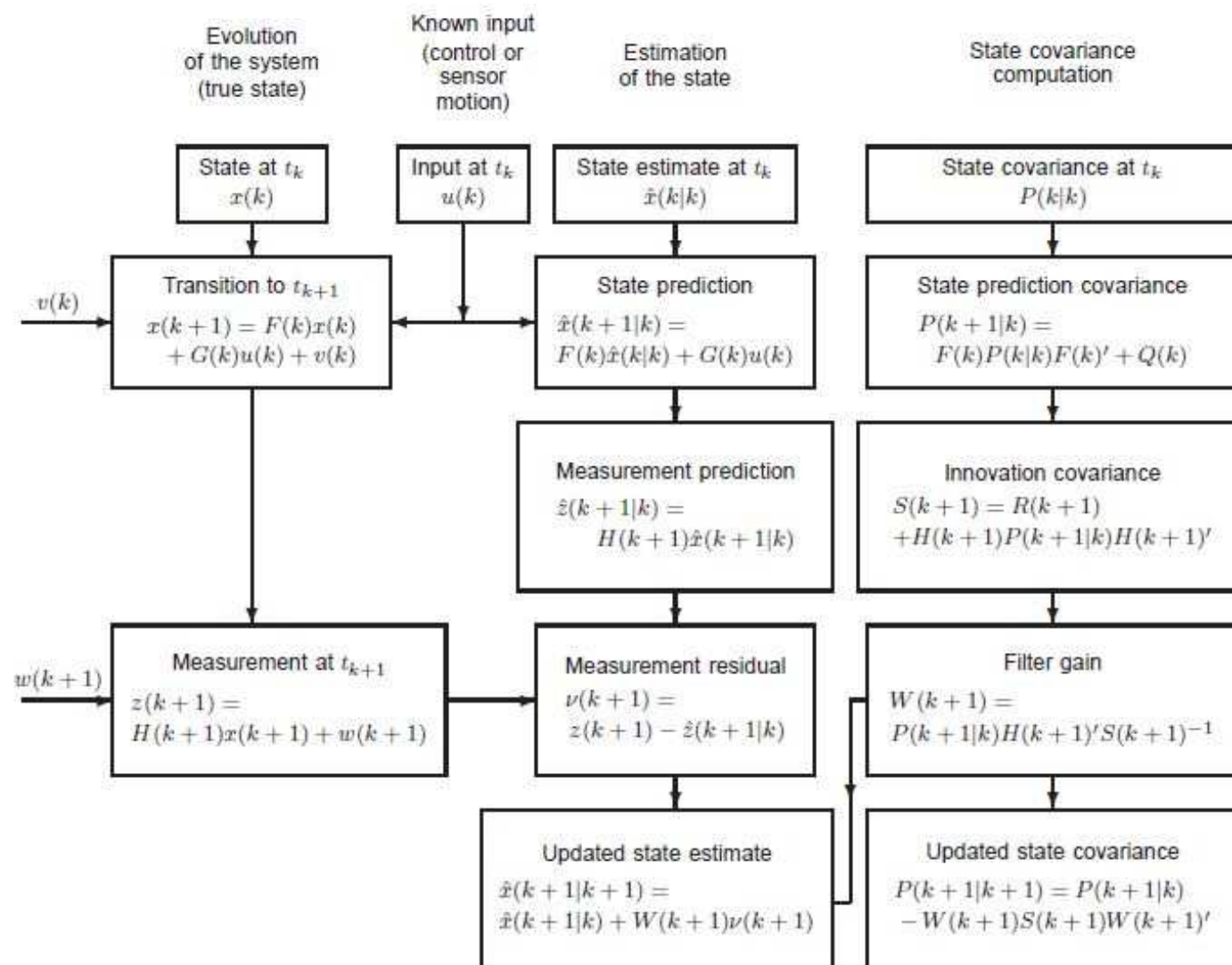
$$\mathbf{z}(k) = H \cdot \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k)$$

O **Filtro de Kalman** tem como função fornecer, a cada instante k , a melhor estimativa para o vetor de estados $\mathbf{x}(k)$, a partir de uma sequência dos valores observáveis $\mathbf{z}(k)$.

Pressupostos: Além da linearidade das equações acima, assume-se que que os ruídos $\mathbf{v}(k)$ e $\mathbf{w}(k)$ são gaussianos com média nula e suas matrizes de covariância são conhecidas:

$$E\{\mathbf{v}(k) \cdot \mathbf{v}(k)'\} = Q(k)$$

$$E\{\mathbf{w}(k) \cdot \mathbf{w}(k)'\} = R(k)$$



OBRIGADO !