UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

DEPARTAMENTO DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E COMPUTAÇÃO

MIGUEL ANGEL CÁRDENAS

RENATO SEITI TSUKADA

RADIOSIDADE

CAMPINAS
2011

RESUMO

CÁRDENAS, Miguel Angel; TSUKADA, Renato Seiti. *Radiosidade,* Campinas, 2011. 22f. Trabalho acadêmico para disciplina de computação gráfica – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, DCA, UNICAMP, 2011.

Esta monografia escrita como trabalho para disciplina de computação gráfica relata o estudo de uma das técnicas de iluminação global chamada de radiosidade. Tendo seu primeiro trabalho escrito na Universidade de Cornell, o método tem o objetivo de gerar imagens mais próximas à realidade, baseando-se na teoria de transferência de calor e no tratamento de superfícies difusas, anteriormente nunca tratadas com sucesso. Dessa forma a radiosidade consegue atingir seus objetivos gerando imagens caracterizadas por sombras suaves e efeitos como o *color bleeding*, em contra partida, não tratando superfícies especulares e funcionando bem apenas em ambientes fechados gerados pelo homem, como por exemplo, escritórios, fábricas entre outros. Outra desvantagem desse método é o tempo gasto para geração da imagem final, tendo a maior carga no cálculo dos fatores de forma das superfícies, ressaltando também que esse método não gera a imagem, sendo necessário a renderização da imagem após seus cálculos, no entanto, com um gasto baixo para renderização (menos de um por cento do tempo total gasto) e dessa forma sendo independente de observador, ou seja, se alterada a posição da câmera não é necessário fazer o recalculo do algoritmo. O problema da demora do algoritmo foi atenuado com algoritmos para refinamento progressivo, permitindo visualização e controle antes do algoritmo terminar. Além disso, atualmente, com o avanço tecnológico, é possível fazer grandes melhorias com o uso de placas de aceleração de vídeo para o cálculo de fatores de forma.

Termos de indexação: iluminação global, radiosidade, *color bleeding*.

SUMÁRIO

1. Introdução à iluminação global 4
2. Interreflexão difusa 6
3. Definição de Radiosidade 7
4. Objetivo da radiosidade 8
5. História da Radiosidade 9
6. *Rendering Equation* 10
   6.1 Equação da Radiosidade 13
7. Fatores de forma 14
   7.1 Propriedades 15
      7.1.1 Fecho 16
      7.1.2 Reciprocidade 16
8. Sistema linear de equações da Radiosidade 16
   8.1 Método do hemicubo 18
   8.2 Analogia de Nusselt 18
   8.3 O Hemicubo 19
9. Otimização 21
   9.1 Algoritmo progressivo da radiosidade 21
10. Referências bibliográficas 22

1. Introdução à iluminação global

Nos modelos de iluminação local, onde apenas é considerada a interação do raio de luz com a superfície, melhorando a imagem com uma consideração de luz ambiente gerada por uma constante deixa um grande número de efeitos visuais que são críticos na geração de imagens realistas.

Fenômenos como sombras, reflexões e bloqueio de luz, são efeitos globais e requerem um modelo de iluminação global.

Um modelo de iluminação global calcula a cor em um ponto em termos de luz emitida diretamente pelas fontes de luz e pela luz que atinge o ponto depois de uma reflexão e transmissão dela mesma através de sua própria e outras superfícies.

Nos modelos de iluminação global as estratégias mais conhecidas são o Ray Tracing[1] e a Radiosidade, a qual é o tema deste trabalho.

Na física, toda superfície em um ambiente é iluminada por uma combinação de luz direta e luz refletida. A luz direta consiste em uma energia de luz que vem diretamente de uma ou de diversas fontes de luz, atenuada somente por outros participantes externos tais como fumaça, neblina e poeira. A luz refletida, por sua vez, é a energia de luz que, depois de ser emitida por uma ou diversas fontes de luz, é refletida por uma ou mais superfícies do ambiente.

Quando a energia de luz é refletida por uma superfície, ela é atenuada por sua refletividade, uma vez que um pouco da energia da luz pode ser absorvida pela superfície, e um pouco pode passar através dela. A refletividade da superfície é, normalmente, definida por sua cor.

A seguir, na figura 1 e 2, pode-se notar a diferença no realismo da imagem gerada considerando apenas técnicas de iluminação local e na imagem gerada considerando técnicas de iluminação global.

[1] http://wiki.povray.org/content/Documentation:Tutorial_Section_1#Program_Description

Figura 1: comparativo iluminação local e iluminação global.

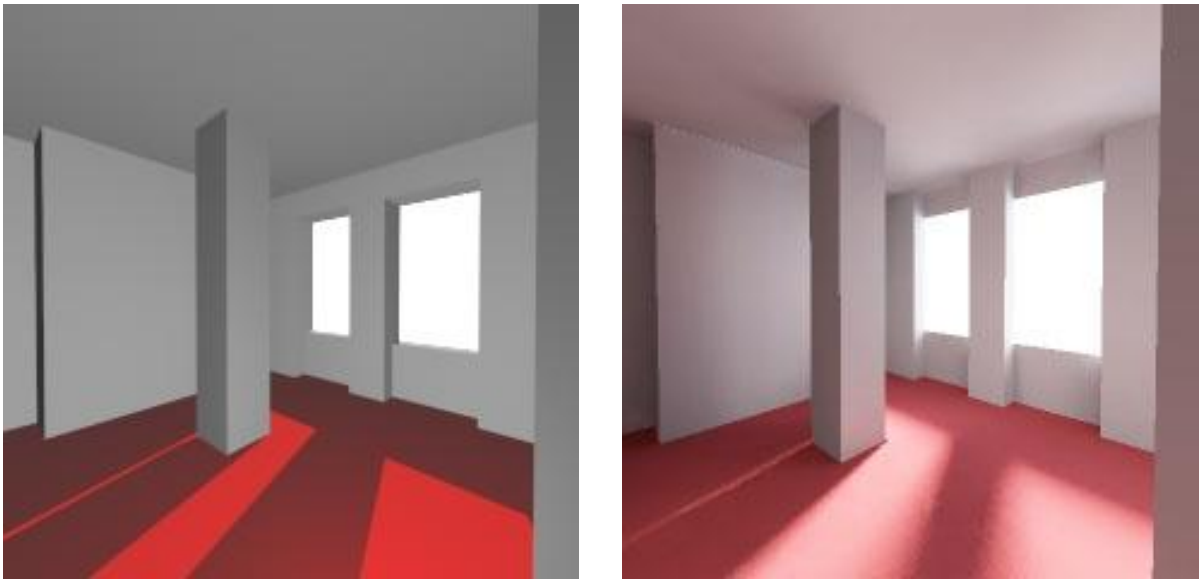
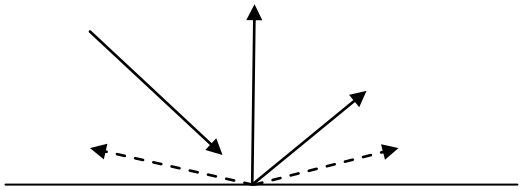


Figura 2: comparativo iluminação local e iluminação global.

Na cena da figura 1, deve-se ressaltar a renderização de objetos como o sofá, o qual, na iluminação local, fica tonalizado com apenas uma cor devido ao fato de ser considerada apenas uma constante como componente ambiente. Também é válido frisar a diferença nas sombras e a cor das paredes na figura 2, que são resultados gerados a partir do método da radiosidade.

2. Interreflexão difusa

Para uma superfície Lambertiana (perfeitamente difusa) qualquer energia luminosa que atinja a superfície será refletida em todas as direções, dependendo somente do ângulo entre a normal à superfície e o vetor da luz incidente, e também BRDF (*Bidirectional reflectance distribution function*) é constante: $\rho_s = \frac{\rho_0}{\pi}$.



Vale ressaltar que a luz que é refletida por uma superfície é atenuada pela sua refletividade, a qual está ligada com sua cor. Dessa forma, a energia luminosa refletida geralmente é colorida pela cor da superfície a qual foi refletida, sendo, no entanto, atenuada pela refletividade.

Essa reflexão luminosa em um ambiente produz um fenômeno conhecido como *Color Bleeding*. Nesse fenômeno, a cor de uma superfície colorida brilhante irá "sangrar" nas superfícies adjacentes, como ilustrado na figura 3 abaixo.

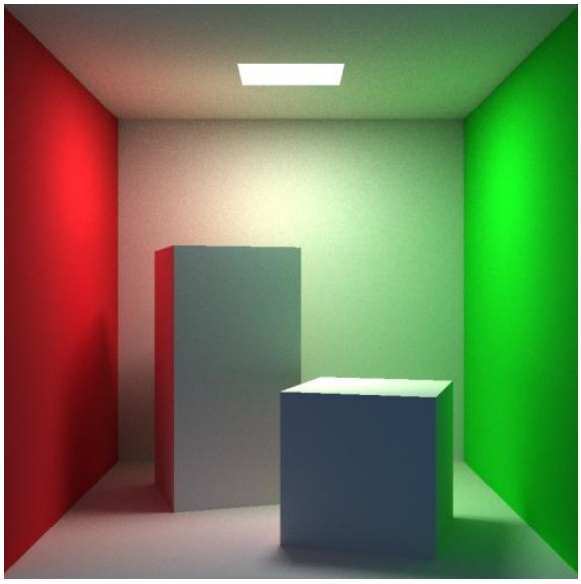


Figura 3: *Color Bleeding* demonstrado em uma Cornell Box.

Cabe, ainda, ressaltar as cores mostradas nas paredes brancas (piso e teto), como resultado das reflexões nas paredes vermelha e verde.

3. Definição de Radiosidade

A radiosidade de uma superfície consiste na taxa que a energia a deixa (energia/unidade de tempo/unidade de área – watts/steradiano*metros^2). Incluindo a energia emitida pela superfície e a energia refletida por outras superfícies.[2]

Esse modelo tem sua base no campo de transferência de calor, o qual descreve radiação como a transferência de energia de uma superfície que foi termicamente excitada. A teoria da radiação termal pode ser usada para descrever a transferência de diversos tipos de energia entre superfícies, incluindo energia da luz.

Radiosidade trata corretamente interações difusas em ambientes fechados, onde a relação entre qualquer superfície é sempre difusa-difusa. A solução é independente de observador e é baseada na subdivisão do ambiente em “patches” discretos, ou elementos, sobre os quais a intensidade de luz é constante.

O termo “independente de observador” significa que a iluminação em uma superfície parece a mesma não importando o ângulo que se está visualizando-a. Por uma questão de clareza, um exemplo do oposto ("dependente do observador") seria uma superfície refletora. Superfícies reflexivas são as visões dependentes do observador, porque os reflexos especulares iriam aparecer em uma posição diferente na superfície com base no ângulo em que a superfície foi vista. Em virtude disso, é difícil considerar a componente especular como parte da solução.

Apesar do principio independência do observador ser sempre afirmado como uma das maiores vantagens da radiosidade, deve-se notar o alto processamento pago em troca desse benefício, o qual não é sempre necessário.

[2] http://www.siggraph.org/education/materials/HyperGraph/radiosity/overview_1.htm

O termo independência de observador aparece no contexto de design arquitetural, onde talvez seja cogitado o uso para renderizar entradas arbitrárias ou animações seqüenciais de diferentes visualizadores. Dessa forma a iluminação pode ser calculada uma vez e a cena poderia, então, ser processada muito rapidamente a partir de qualquer ângulo. Isso se traduz diretamente em muitas das modernas cenas de "*first-person shooter*" de jogos.[3]

4. Objetivo da radiosidade

Modelos Pré-ray tracing fazem aproximações quanto a reflexões de luzes diretas, ou luz sob uma fonte refletida de uma superfície até os olhos. Interações difusas foram grosseiramente aproximadas através do uso do termo “luz ambiente”, que apesar do nome, foi usualmente considerado uma constante.

O Ray tracing resolve os problemas da interação especular entre objetos através da moldagem de infinitesimalmente pequenos raios dos olhos para o ambiente. No Ray tracing, raios são moldados no ambiente através da discretização do plano da imagem.

A realidade é muito mais evidente na Radiosidade, apesar da inabilidade do método de levar em consideração interações especulares. Radiosidade é mais bem sucedida em ambientes construídos pelo homem, interiores de escritórios, fábricas e similares. A figura 4, a seguir ressalta o maior grau de realismo no método de radiosidade em comparação ao Ray Tracing (em um ambiente fechado).

Na figura mais a esquerda representa uma escultura original de John Ferren iluminada pela luz do dia vindo por trás. Na figura do meio, a imagem foi feita com Ray Tracing, demonstrando que um Ray Tracer padrão não consegue simular a inter-reflexão de raios entre superfícies difusa.

---

[3] WATT. Allan, WATT. Mark. Advanced Animation and Rendering Techniques – Theory and Practice. Addison-Wesley, 1992, p.266-267.

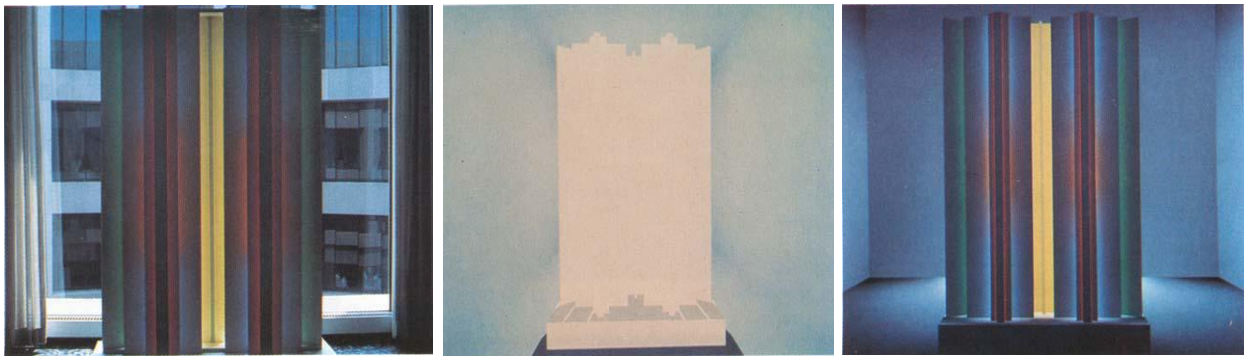


Figura 4. Comparativo Ray Tracing e Radiosidade (Durand e Cutler).

Por último, a imagem a direita foi renderizada com radiosidade. Vale ressaltar o efeito de *color bleeding*.

5. História da Radiosidade

A introdução de Radiosity veio em 1984 pela *Cornell University* – Universidade de Cornell em um estudo intitulado "Modelagem da interação da luz difusa entre superfícies", escrito por Goral, Torrance & Greenberg[4]. Em suma, a idéia era simular transferência de energia (luz) de superfícies difusas (explicado anteriormente).

Em seguida a esse trabalho pioneiro, outros trabalhos dessa mesma instituição deram continuidade ao método. Em 1985, foi feito um método para calcular os “Fatores de Forma”, que consiste no mecanismo pelo qual a relação de radiação entre “patches” é relacionada à geometria[5].

[4] GORA84 Goral, C., Torrance, K.E. e GreenBerg D.P, Modeling the Interaction of Light between Diffuse Surfaces, Computer Graphics, (SIGGRAPH’ 84).
[5] COHE85 Cohen, M.F. e Greenberg, D.P., A Radiosity Solution for Complex Environments, Computer Graphics (SIGGRAPH’ 85).

Diversos outros artigos surgiram da Cornell, resultando em 1988, com o intuito de mitigar o tempo custoso da Radiosidade, num método que habilitava uma solução para visualizar a imagem em um estado prévio[6].

6. Rendering Equation

A equação de Renderização - *Rendering Equation* é o modelo matemático da distribuição da energia luminosa em estado estacionário[7], num ponto na superfície x na direção θ, ou seja, a equação de rendering formula o brilho.

$$L(x \rightarrow \Theta)$$

A relação da radiação que sai num ponto x e numa direção especifica Θ

$$L(x \rightarrow \Theta) = L_e(x \rightarrow \Theta) + L_r(x \rightarrow \Theta)^8$$

Onde L_e é a radiação emitida e L_r é a radiação refletida.

O problema que deve resolver um algoritmo de iluminação global é calcular o brilho de um pixel numa imagem, ou seja, cada pixel tem noção da quantidade de luz que consegue enxergar em um elemento da cena reproduzida.

Também vale ressaltar que a equação de Renderização descreve o fluxo de energia da luz que passa em uma cena. Baseada na física da luz, ela provê resultados teoricamente perfeitos se comparados com outras técnicas de renderização, que aproximam esse ideal.

Matematicamente (expandida), a equação é expressa da seguinte forma:

$$L(x', \omega') = E(x', \omega') + \int \rho_{x'}(\omega, \omega') L(x, \omega) G(x, x') V(x, x') dA$$

Sendo:

---

[6] COHE88 Cohen, M.F., Chen, S.E., Wallace, J.R, e Greenberg, D.P., A Progressive refinement Approach to Fast Radiosity Image Generation, Computer Graphics (SIGGRAPH' 88).

[7] Lembrando que para qualquer propriedade P do sistema, a derivada parcial é zero $\frac{\partial P}{\partial t} = 0$

[8] Pode-se expandir pela função bidirecional de refletância (BRDF)

$L(x', \omega')$: a radiação de um ponto sob uma superfície em uma dada direção ω', ilustrado na figura 5 abaixo.

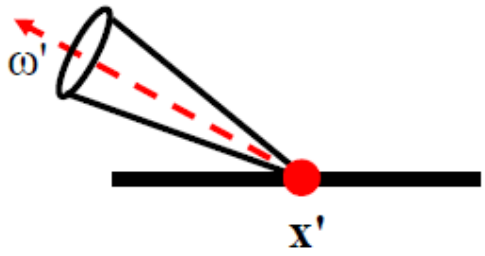


Figura 5: radiação de um ponto sob uma superfície em uma dada direção ω'

$E(x', \omega')$: a radiação emitida de um ponto (figura 6), sendo E diferente de zero apenas se x' for emissivo (uma fonte de luz).

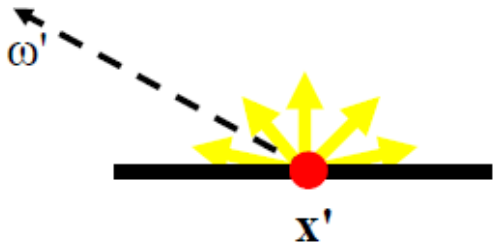


Figura 6: radiação emitida de um ponto

$\int \rho_{x'}(\omega, \omega') L(x, \omega) G(x, x') V(x, x') dA$: Soma das contribuições de todas as superfícies na cena (figura 7).

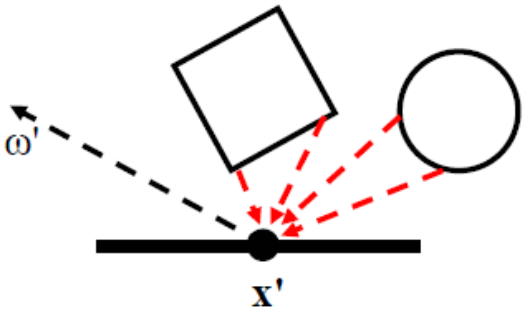


Figura 7: Soma das contribuições de todas as superfícies na cena

Desta sub-equação temos:

$L(x, \omega)$, a radiação em um ponto x na direção ω (de x para x') (figura 8).

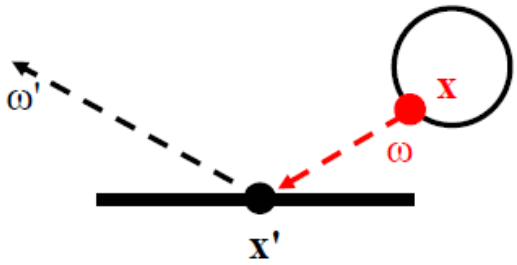


Figura 8: radiação em um ponto x na direção ω (de x para x').

$\rho_{x'}(\omega, \omega')$, a refletividade (BRDF) da superfície em x'.

$V(x, x')$, a visibilidade entre x e x' (figura 9): 1 quando as superfícies são desobstruídas conforme a direção ω, 0 caso contrário.

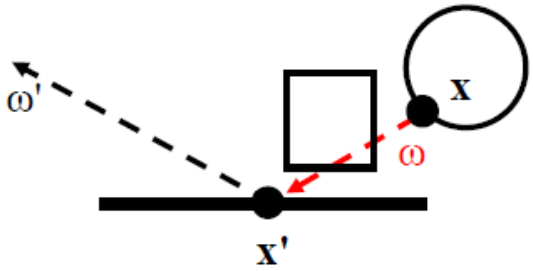


Figura 9: visibilidade entre x e x'

$G(x, x')$, o qual descreve a relação geométrica entre duas superfícies em x e x'. Ilustrado na figura 10, abaixo.

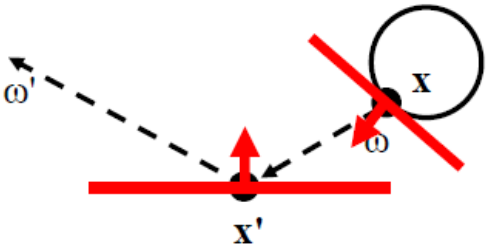


Figura 10: relação geométrica entre duas superfícies em x e x'.

6.1 Equação da Radiosidade

A equação da radiosidade descreve a quantidade de energia que pode ser emitida por uma superfície, como a soma das energias inerentes da superfície (uma fonte de luz, por exemplo) e a energia que a atinge, sendo emitida de alguma outra superfície.

Conforme foi ilustrado anteriormente, a radiosidade trata apenas superfícies perfeitamente difusas (não direcionais).

Baseada nessa suposição, a equação de *rendering* é simplificada para radiosidade (forma contínua) da seguinte forma:

$$B_{x'} = E_{x'} + \rho_x \int \rho_{x'} B_x G(x, x') V(x, x')$$

Na forma discreta, temos a seguinte equação:

$$B_j = \rho_j H_j + E_j$$

ρ: fração da irradiação total incidente que é reflectida

- Irradiação (E) – energia incidente numa superfície por unidade de área da superfície;
- Poder Emissivo (H) – energia emitida por uma superfície por unidade de área da superfície;
- Radiosidade (B) – energia radiante que abandona uma superfície por unidade de área da superfície.

A única variável desconhecida é a luz incidente atingindo a superfície, que pode ser achada pela somatória das outras formas de energia que contribuem na superfície.

$$H_j = \sum_{i=1}^{N} B_i F_{ij} \qquad j = 1..N$$

O fator de forma acima apresentado é definido como a fração de energia que deixa a superfície i e atinge a superfície j, este fator de forma pode ser calculado por duas abordagens, a analítica e a analogia geométrica, questões que serão tratadas mais à frente. Então a equação da radiosidade fica assim:

$$B_j = E_j + \rho_j \sum_{i=1}^{N} B_i F_{ij} \quad \forall j \in [0, N]$$

7. Fatores de forma

Fator de forma é definido como a parcela de energia que deixa um elemento de superfície e atinge outro elemento, uma expressão reduzida para este conceito é

$$F_{A_i - A_j}: \frac{Energia\ radiante\ atingindo\ A_j vindo\ de\ A_i}{Energia\ radiante\ total\ deixando\ A_i em\ todas\ as\ direções}$$

O fator de forma descreve a fração de energia que deixa uma superfície e chega a uma segunda superfície. Este leva em consideração a distância entre superfícies, calculada como distância entre o centro de cada superfície e a orientação relativa entre eles. É uma relação puramente geométrica, independente de *viewport* ou atributos da superfície.

Na figura 11 tem-se então que energia irradiada por dA_i que incide em dA_j é:

$$dq_{ij} = I cos(\theta_i) dA_i d\omega_{ij}$$

Onde $d\omega_{ij}$ é a área de dA_j vista por dA_i, que resulta em:

$$d\omega_{ij} = \frac{\cos(\theta_j) dA_j}{r^2}$$

Lembrando que a energia total irradiada por dA_1 é $dq = I\pi dA_1$, ou seja, que a troca de energía entre dois elementos infinitesimais é depende somente da geometría.

$$F_{dA_i dA_j} = \frac{dq_{ij}}{dq} = \frac{\cos(\theta_i)\cos(\theta_j)}{\pi r^2} dA_2$$

Após aplicar uma restrição ou suposição de que o emissor transmite energia para uma superfície finita, a sua expressão entre duas superfícies Lambertianas fica assim:

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{cos\theta_i cos\theta_j}{\pi r^2} dA_j dA_i$$

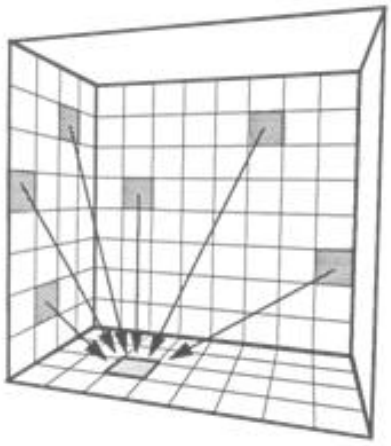


Figura 11: Análise do fator de forma

7.1 Propriedades

Os fatores de forma têm as seguintes importantes propriedades:

7.1.1 Fecho

A soma dos fatores de forma num recinto totalmente fechado, ou seja, o horizonte visual de qualquer das superfícies da cena encontram-se preenchidas pelas outras superfícies, é igual a um.

$$\sum_{j=1}^{n} F_{ij} = 1$$

7.1.2 Reciprocidade

A expressão obtida para o fator de forma para um elemento finito de uma superfície pode ser usada para determinar o fator de forma inverso, F_{ji}, então obtermos:

$$F_{ji} = \frac{1}{A_j} \int_{A_j} \int_{i} \frac{cos\theta_i cos\theta_j}{\pi r^2} dA_i dA_j$$

Devido que as integrais não dependem da ordem de integração e que são idênticos, pode-se concluir que:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji}$$

8. Sistema linear de equações da Radiosidade

As equações integrais como a equação do modelo da radiosidade, geralmente são resolvidas por um sistema linear de equações, solução que é conhecida como *full matrix*. Esta solução precisa dos fatores de forma, estudados anteriormente, entre cada par de superfícies, formando assim um sistema linear de equações, para os possíveis valores de B_i, que pode ser usado como o valor da intensidade do pixel na cena final.

$$\begin{bmatrix} 1-\rho_1 F_{11} & -\rho_1 F_{12} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ -\rho_1 F_{21} & 1-\rho_1 F_{22} & \dots & -\rho_2 F_{2n} \\ \cdots & \cdots & \dots & \cdots \\ -\rho_n F_{n1} & -\rho_n F_{n2} & \dots & -\rho_n F_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

Solução do sistema de equações

Agora, o sistema linear acima mostrado pode ser expressado da seguinte maneira:

$$M * B = E$$

onde M é uma matriz de coeficientes m_{ij}.

A equação acima é o resultado da aplicação da equação de balanço de energia apresenta da seção anterior, classicamente existem três métodos numéricos para a resolução de este sistema, brevemente enunciados abaixo:

- Jacobi

$$B_i^{(k+1)} = E_i - \sum_{i \neq j} M_{ij}\, B_j^{(k)}$$

- Gauss-Seidel

$$B_i = E_i - \sum_{j \neq i} M_{j \neq i}\, B_j$$

- Sobre-relaxação

$$B_i^{(k+1)} = 1.1 B_j^{(k+1)} - 0.1 B_j^{(k)}$$

Classicamente usa-se a solução iterativa de Gauss-Seidel, cuja convergência para a solução está assegurada desde que a matriz dos coeficientes seja uma matriz diagonalmente dominante, ali cada iteração feita calcula novos valores para todas as componentes do vetor solução de **B** para todo i até n da respectiva matriz.

$$B_i = E_i - \frac{1}{m_{ij}} \left[\sum_{j=1}^{j=i-1} m_{ij} B_j + \sum_{j=i+1}^{j=n} m_{ij} B_j \right] \qquad \forall i \in [1, n]$$

8.1 Método do hemicubo

Para realizar o cálculo da troca de radiosidade entre os retalhos gerados na primeira etapa é preciso contar com uma cena bem simples, já que a carga computacional é bastante alta, devido ao complexo processo de calcular a integral de superfície dupla. Uma aproximação ao problema baseia-se na analogia Nusselt que se traduz no método do hemicubo.

8.2 Analogia de Nusselt

Para explicar a analogia, vamos citar um ditado que faz referência ao método:

O fator de forma é equivalente a fração do círculo unitário correspondente a projeção do "*patch*" sobre o hemisfério, seguida pela projeção sobre a base do círculo. (ilustrado na figura 12 abaixo).

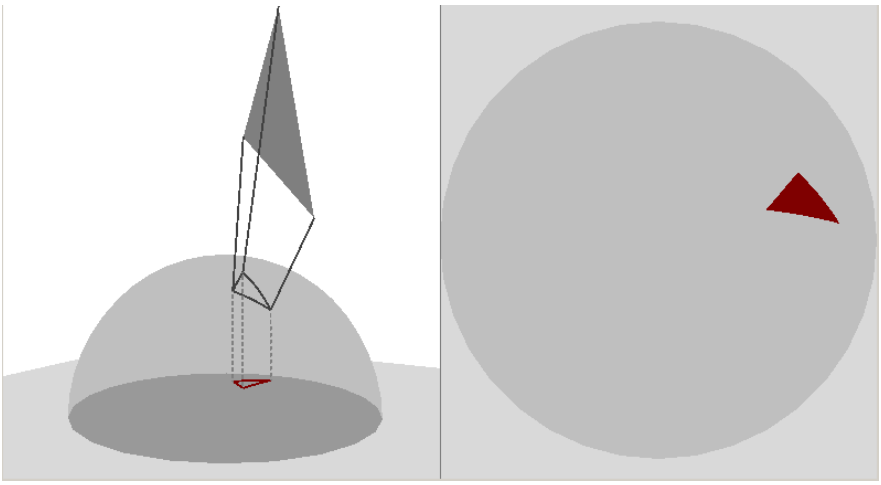


Figura 12. Fator de forma $i - j$ pela analogia nusselt

Essa analogia permite substituir um cálculo complexo de um fator de forma por outro mais simples, que possui uma expressão analítica, cuja carga computacional não seja demasiada elevada.

8.3 O Hemicubo

É um método para calcular o fator de forma, onde um cubo é centrado num "*patch*" de uma superfície, e somente é usada a metade do cubo, como uma projeção definhada pela analogia de Nusselt.

Cada face do hemicubo é subdivida num conjunto de áreas muito pequenas (malha), para as quais tem um fator de forma predefinido. Assim que ao somar os fatores de forma quando for projetada uma superfície ali tem o fator de forma entre um ponto da superfície no cubo e a superfície projetada.

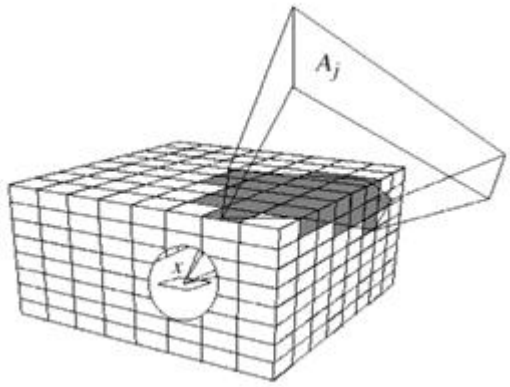


Figura 11: Aproximação do hemicubo.

Embora a velocidade e precisão do método, sejam definidas pelo tamanho e número de áreas discretas nas faces do cubo. Nas figuras 11 e 12, pode-se observar o calculo entre uma superfície especifica e sua projeção nas faces do hemicubo, ali, um algoritmo simples de radiosidade, calcularia o fator de forma para um ponto numa superfície e todos os pontos nas superfícies, que no caso do hemicubo, os fatores, são calculados determinando sub-áreas que se interpõem no campo de visão e somando os fatores de forma.

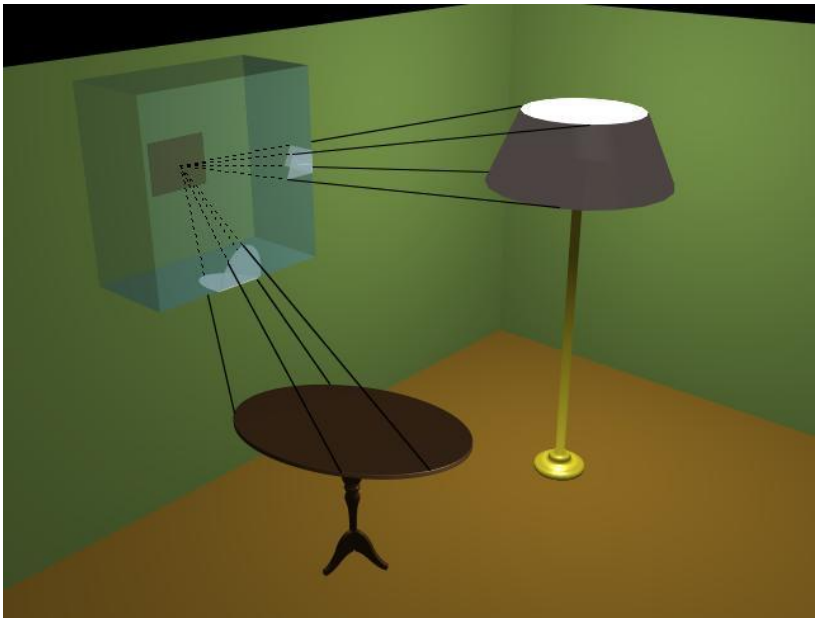


Figura 12: Uso do hemicubo em uma cena simples para um *patch* na parede.

9. Otimização

Os algoritmos empreguem na solução da equação da radiosidade são estáveis e convergentes. Mas a velocidade de convergência diminui com o aumento da ordem do sistema a resolver, o que implica realização de mais iterações.

9.1 Algoritmo progressivo da radiosidade

Este algoritmo é um método incremental, que como resultado emprega um menor custo computacional e requer menor capacidade de armazenamento. Cada iteração precisa calcular o fator de forma entre um ponto e cada uma das superfícies, em vez de N fatores de forma, Figura , após de isso os valores são atualizados. Os resultados que produz, são comparáveis com o método de *Full Matrix*, só que produz resultados intermédios.

Selecione retalho i;

Calcule F_{ij} para cada retalho j;

Para cada retalho j faça {

$\Delta Rad = \rho_j \Delta B_i F_{ij} A_i / A_{j;}$

$\Delta B_j = \Delta B_j + \Delta Rad;$

$B_j = B_j + \Delta Rad;$

}

$\Delta B_i = 0;$

Pseudo-código do método de refinamento progressivo.

10. Referências bibliográficas

ANGEL. Edward. Interactive Computer Graphics – A Top-Down Approach using OpenGL. 4ª Edição. Pearson - Addison-Wesley, 2006.

BLENDERWIKI. Blender Wiki, 2011. Disponível em:< http://wiki.blender.org/>. Acesso em: 26 Jun. 2011.

DURAND e CUTLER. MIT EECS 6.837, 2004. Disponível em: <http://groups.csail.mit.edu/graphics/classes/6.837/F04/index.html>. Acesso em: 01 Jul. 2011.

ELIAS, Hugo. *TGLTLSBFSSP: Radiosity*, 2000. Disponível em: <http://freespace.virgin.net/hugo.elias/radiosity/radiosity.htm>. Acesso em: 01 Jul. 2011.

FOLEY. James D., DAM. Andries van, FEINER. Steven K., HUGHES. John F. Computer Graphics: Principles and Practice, 2ª Edição. Addison-Wesley, 1996.

HANRAHAN, Pat. *Lecture Slides for CS348B: Image Synthesis Techniques*, 2000. Disponível em: <http://graphics.stanford.edu/courses/cs348b-00/lectures/lecture12/renderingequation.pdf>. Acesso em: 01 Jul. 2011.

POVRAY, POV-Ray - The Persistence of Vision Raytracer, 2011. Disponível em:< http://www.povray.org/>. Acesso em: 26 Jun. 2011.

SPENCER, Stephen. SIGGRAPH 1993 Education Slide Set, 1993. Disponível em:< http://www.siggraph.org/education/materials/HyperGraph/radiosity/overview_1.htm/>. Acesso em: 26 Jun. 2011.

TING, Wu Shin. UNICAMP IA725 – Computação Gráfica I, transparências de Radiosidade, 2009. Disponível em:< http://www.dca.fee.unicamp.br/courses/IA725/1s2009/slides/radiosidade.pdf/>. Acesso em: 26 Jun. 2011.

WATT. Allan, WATT. Mark. Advanced Animation and Rendering Techniques – Theory and Practice. Addison-Wesley, 1992.