

IA725 – Computação Gráfica I

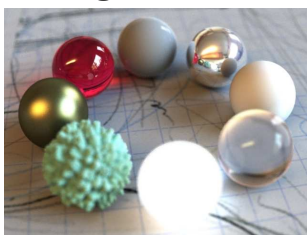
Métodos de Radiosidade

Watt, capítulo 11

<http://www.povray.org/documentation/view/3.6.1/58/> , 1.3.7, 2.3.4

IA725 - 1s2009 - Ting

Iluminação global



- Trajetória de um raio entre observador (E) e fonte luminosa (L):
 - Difusa (D) para difusa
 - Difusa para especular
 - Especular (S) para difusa
 - Especular para especular

Especular = reflexão+refração

IA725 - 1s2009 - Ting

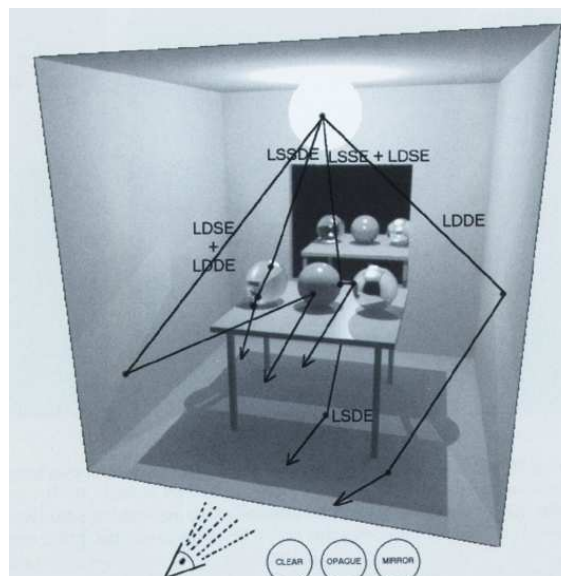
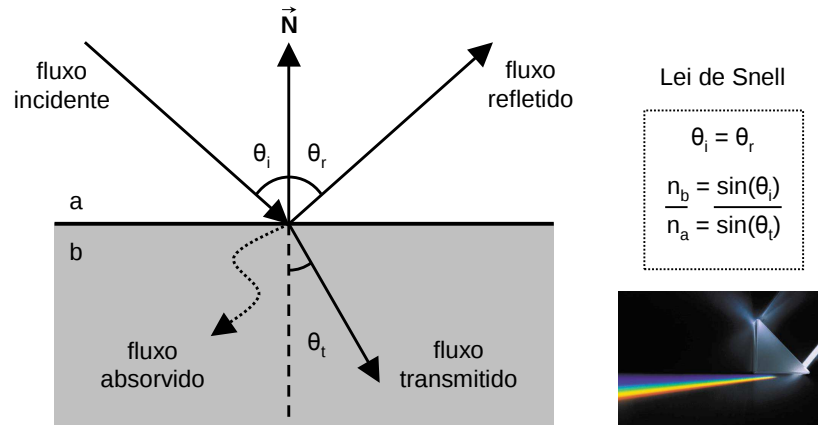


Figure 10.4 (b)
A selection of global illuminations paths in (a).

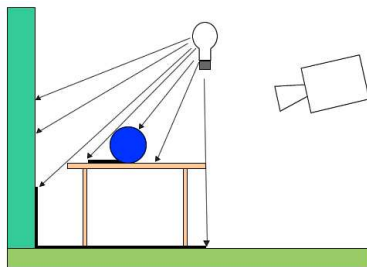
Iluminação local

- Interação entre uma fonte de luz e uma superfície:



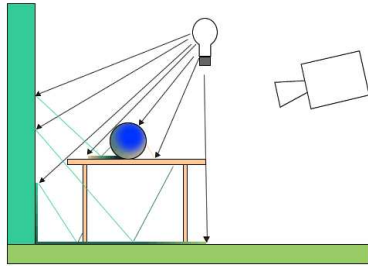
IA725 - 1s2009 - Ting

Iluminação local



IA725 - 1s2009 - Ting

Iluminação global



IA725 - 1s2009 - Ting

Local x Global



Local



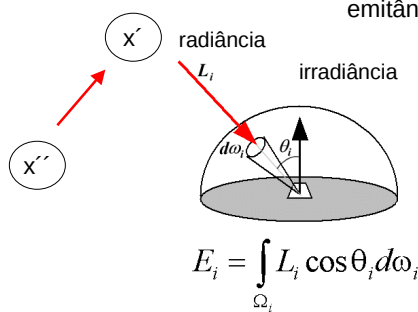
Global

IA725 - 1s2009 - Ting

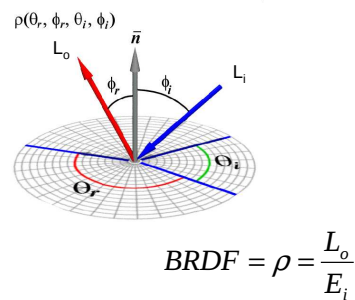
Modelo de Iluminação Global

- Equação de *Rendering* (Kajiya, 1986)

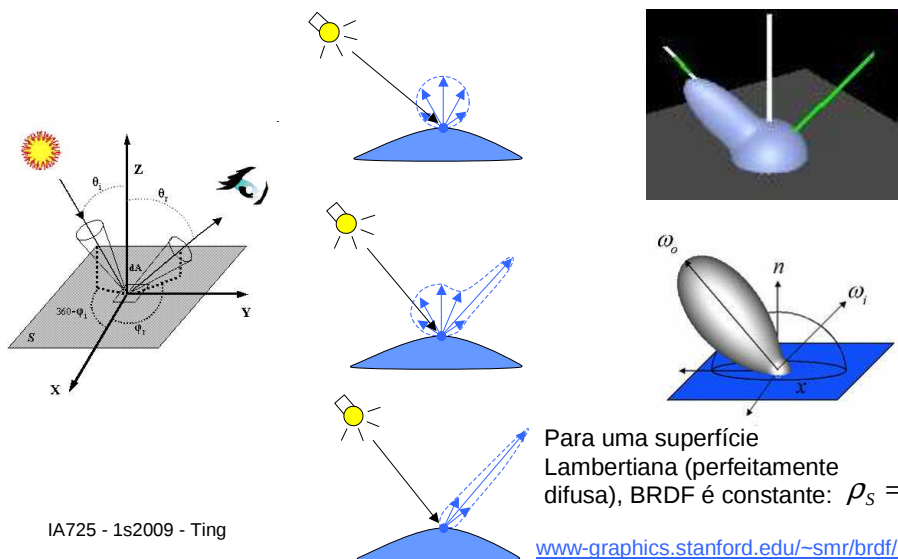
$$I(x, x') = g(x, x') \left[\underset{\substack{\uparrow \\ \text{emitância}}}{\varepsilon(x, x')} + \int_S \underset{\substack{\uparrow \\ \text{irradiância}}}{\rho(x, x', x'')} I(x', x'') dx'' \right]$$



IA725 - 1s2009 - Ting



BRDF



IA725 - 1s2009 - Ting

Para uma superfície Lambertiana (perfeitamente difusa), BRDF é constante: $\rho_s = \frac{\rho_0}{\pi}$

www-graphics.stanford.edu/~smr/brdf/bv/

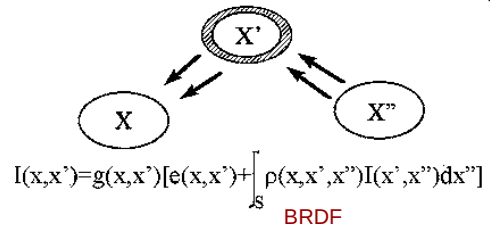
Equação de *Rendering*

$$I(x, x') = g(x, x')\epsilon(x, x') + g(x, x')MI(x', x'')$$

$$I = g\epsilon + gMI$$

$$I(1 - gM) = g\epsilon$$

$$I = g\epsilon(1 - gM)^{-1}$$



Aproximando pela série de Neumann:

$$I = (1 + gM + (gM)^2 + (gM)^3 + (gM)^4 + \dots)g\epsilon$$

$$I = g\epsilon + g(gM)\epsilon + g(gM)^2\epsilon + g(gM)^3\epsilon + \dots$$

$$x' \rightarrow x \quad L \rightarrow x' \rightarrow x \quad L \rightarrow x^* \rightarrow x' \rightarrow x \quad L \rightarrow x^{**} \rightarrow x^* \rightarrow x' \rightarrow x$$

IA725 - 1s2009 - Ting

Aproximações

- Aproximando pela série de Neumann:

$$I = g\epsilon + g(gM)\epsilon + g(gM)^2\epsilon + g(gM)^3\epsilon + \dots$$

$$x' \rightarrow x \quad L \rightarrow x' \rightarrow x \quad L \rightarrow x^* \rightarrow x' \rightarrow x \quad L \rightarrow x^{**} \rightarrow x^* \rightarrow x' \rightarrow x$$

- Modelo de Iluminação Local

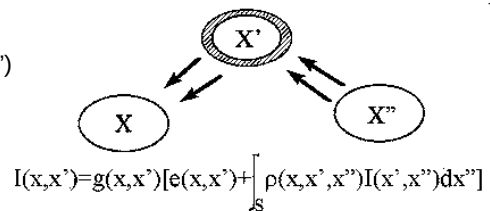
$$I = g\epsilon + g(gM)\epsilon$$

$\epsilon \neq 0$, se $x' = \text{fonte}$; $g=1$ ("LSE")

- Traçado de Raios

$$I = \sum_{i=0}^{\infty} g(gM)^i \epsilon$$

Fluxos direcionais: Whitted (L(D|S)[S*]E); Kajiya (L(D|S)*E)

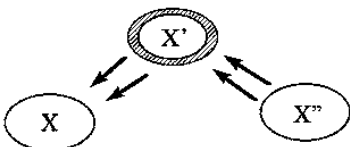


IA725 - 1s2009 - Ting

Radiação

Goral et al., 1984

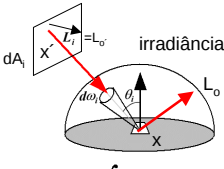
- Intensidade luminosa de um emissor em uma direção particular é o fluxo luminoso por ângulo sólido.



$$I(x, x') = g(x, x') [e(x, x') + \int_S \rho(x, x', x'') I(x', x'') dx'']$$

emitância irradiância

Radiação de x' "para x "



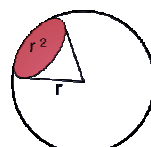
irradiância

$$E_i = \int_{\Omega_i} L_i \cos \theta_i d\omega_i$$

$$L_o = \rho_o E_i = \rho_o \int_{i=0}^{\infty} L_i \cos \theta_i d\omega_i$$

ângulo - sólido $\Leftrightarrow |x - x'|^2$

$$d\omega_i \Leftrightarrow \frac{\cos \theta_{o'}}{|x - x'|^2} dA_i$$

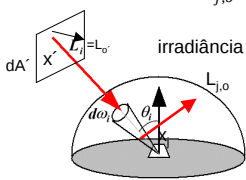
$$L_o = \rho_o E_i = \rho_o \int_{i=0}^{\infty} L_i \cos \theta_i \frac{\cos \theta_{o'}}{|x - x'|^2} dA_i$$


IA725 - 1s2009 - Ting

Radiação

Goral et al., 1984

- Radiação B_j de uma superfície lambertiana j é a taxa de fluxo de energia (em W/m²) que sai dela por unidade de tempo.



irradiância

$$L_{j,o} = \rho_o E_i = \rho_o \int_{i=0}^{\infty} L_i \cos \theta_i \frac{\cos \theta_{o'}}{|x - x'|^2} dA_i = \rho_o \int_{i=0}^{\infty} L_i \cos \theta_i \frac{\cos \theta_{o'}}{|x - x'|^2} dA_i$$

$$B_j dA_j = E_j dA_j + \rho_j \int_{i=0}^{\infty} L_i \cos \theta_i \frac{\cos \theta_{o'}}{|x - x'|^2} dA_i$$

B_i F_{ji} fator de forma = taxa de energia que sai de A_j e chega em A_i

$$E_i = \int_{\Omega_i} L_i \cos \theta_i d\omega_i$$

Como $F_{ij} A_i = F_{ji} A_j$,

$$B_j dA_j = E_j dA_j + \rho_j \int_{i=0}^{\infty} B_i F_{ij} dA_i = E_j dA_j + \rho_j \int_{i=0}^{\infty} B_i F_{ji} dA_j$$

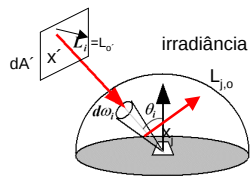
$$B_j = E_j + \rho_j \int_{i=0}^{\infty} B_i F_{ji}$$

Radiação Versão Discreta

- Aproximando o ponto j por uma área A_j

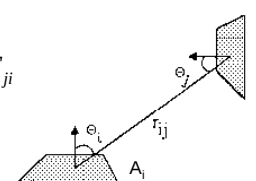
$$B_j = E_j + \rho_j \int_{i=0}^{\infty} L_i \left(\frac{1}{A_j} \int \int \cos \theta_i \frac{\cos \theta_{o'}}{|x - x'|^2} dA_i dA_j \right)$$

B_i F_{ji}



The diagram shows a hemisphere with a point source at the center. A differential area element dA' is shown on the surface of the hemisphere. The distance from the source to the element is $L_j = L_o$. The angle between the normal to the surface and the line connecting the source to the element is θ_i . The solid angle subtended by the element is $d\omega_i$. The irradiance is labeled as $L_{j,o}$.

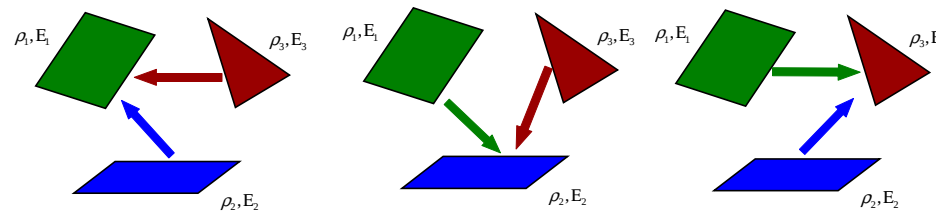
$$E_i = \int_{\Omega_i} L_i \cos \theta_i d\omega_i$$

$$B_j = E_j + \rho_j \sum_{i=0}^{\infty} B_i F_{ji}$$


The diagram shows two differential area elements, A_i and A_j , separated by a distance r_{ij} . The angle between the normal to A_i and the line connecting it to A_j is θ_i . The angle between the normal to A_j and the line connecting it to A_i is θ_j .

Radiação Goral et. Al, 1984

- Um exemplo



The diagram shows three surfaces (1, 2, 3) with their respective radiosity and irradiance values. Surface 1 is green, surface 2 is blue, and surface 3 is red. The radiosity values are ρ_1, E_1 , ρ_2, E_2 , and ρ_3, E_3 respectively. The irradiance values are E_1 , E_2 , and E_3 respectively.

$$B_1 = E_1 + \rho_1 B_1 F_{11} + \rho_2 B_2 F_{12} + \rho_3 B_3 F_{13}$$

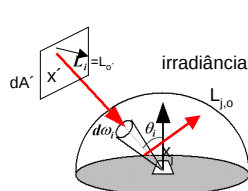
$$B_2 = E_2 + \rho_1 B_1 F_{21} + \rho_2 B_2 F_{22} + \rho_3 B_3 F_{23}$$

$$B_3 = E_3 + \rho_1 B_1 F_{31} + \rho_2 B_2 F_{32} + \rho_3 B_3 F_{33}$$

Radiação

Goral et al., 1984

- Um modelo algébrico



$$E_i = \int_{\Omega_i} L_i \cos \theta_i d\omega_i$$

$$B_j = E_j + \rho_j \sum_{i=0}^{\infty} B_i F_{ji}$$

$$B_j - \rho_j \sum_{i=0}^{\infty} B_i F_{ji} = E_j$$

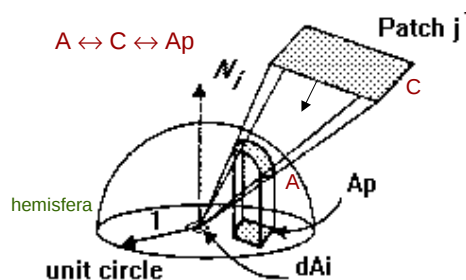
$$\begin{bmatrix} 1 - \rho_0 F_{00} & -\rho_0 F_{01} & \dots & -\rho_0 F_{0n} \\ -\rho_1 F_{10} & 1 - \rho_1 F_{11} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_n F_{n0} & -\rho_n F_{n1} & \dots & 1 - \rho_n F_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

IA725 - 1s2009 - Ting

$$F_{ji} = 0, \text{ se } i=j$$

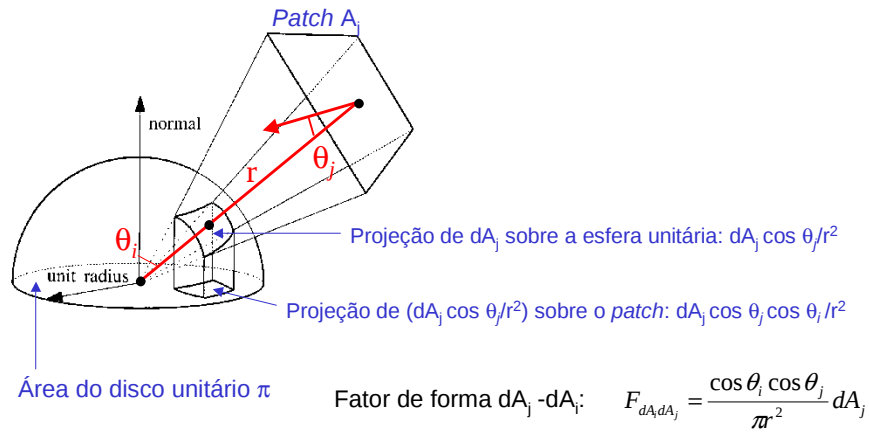
Fatores de Forma

- Analogia de Nusselt (1928): fatores de forma de projeções de um *patch* são equivalentes ao do próprio *patch*



IA725 - 1s2009 - Ting

Fatores de Forma Analogia de Nusselt

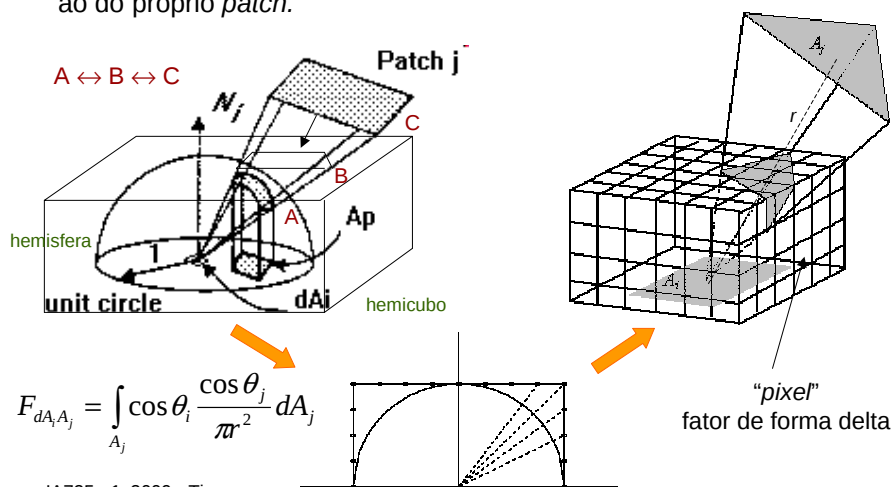


$$\text{Fator de forma } A_j - dA_i: F_{dA_i A_j} = \int_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi^2} dA_j$$

IA725 - 1s2009 - Ting

Fatores de Forma Cohen e Greenberg, 1985

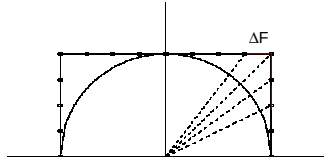
- Hemicubo: fatores de forma de projeções de um *patch* são equivalentes ao do próprio *patch*.



IA725 - 1s2009 - Ting

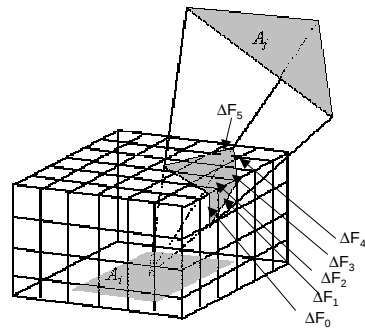
Fatores de Forma Versão Discreta

- Aproximação de integral por somatório



$$F_{dA_i A_j} = \int_{A_j} \cos \theta_i \frac{\cos \theta_j}{\pi^2} dA_j$$

$$\approx \sum_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi^2} \Delta A_j$$

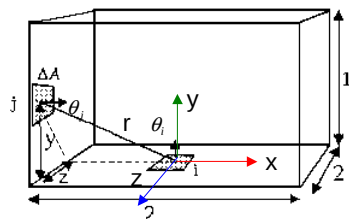


$$F_{dA_i A_j} \approx \sum_{A_j} \frac{\cos \theta_i \cos \theta_j}{\pi^2} \Delta A_j \approx \sum_{j=0}^{11} \Delta F_j$$

IA725 - 1s2009 - Ting

Fatores de Forma Versão Discreta

- Determinação de fatores de forma delta



$$r = \sqrt{1 + y^2 + z^2}$$

$$\cos \theta_j = \frac{1}{\sqrt{1 + y^2 + z^2}}$$

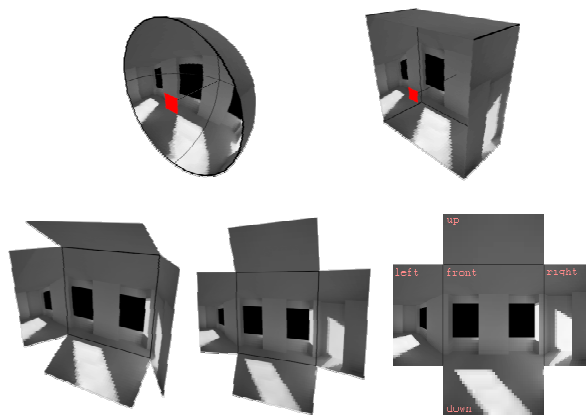
$$\cos \theta_i = \frac{y}{\sqrt{1 + y^2 + z^2}}$$

$$\Delta F = \frac{y \Delta A}{\pi (1 + y^2 + z^2)^2}$$

IA725 - 1s2009 - Ting

Fatores de Forma Versão Discreta

- Aproximação por hemicubo



IA725 - 1s2009 - Ting

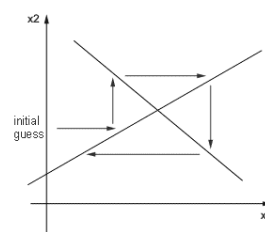
Radiosidade Uma solução numérica

- Iterações Gauss-Seidel
 - Matriz F é positiva e simétrica
 - F é uma matriz diagonalmente dominante: $a_{jj} = |1 - \rho_j F_{jj}| \geq \sum_{i=0, i \neq j}^n |-\rho_i F_{ji}|, \forall j$

$$\begin{bmatrix} 1 - \rho_0 F_{00} & -\rho_0 F_{01} & \dots & -\rho_0 F_{0n} \\ -\rho_1 F_{10} & 1 - \rho_1 F_{11} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_n F_{n0} & -\rho_n F_{n1} & \dots & 1 - \rho_n F_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

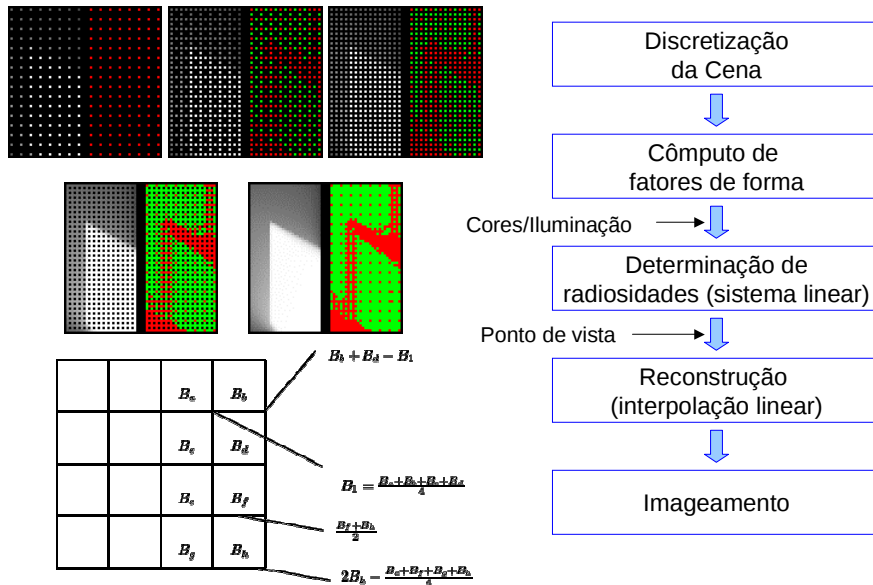
$$FB = E$$

$$x_i^{k+1} = \frac{E_i - a_{i0}x_0^k - \dots - a_{i,i-1}x_{i-1}^k - a_{i,i+1}x_{i+1}^k - \dots - a_{in}x_n^k}{a_{ii}}$$



IA725 - 1s2009 - Ting

Radiosidade Algoritmo



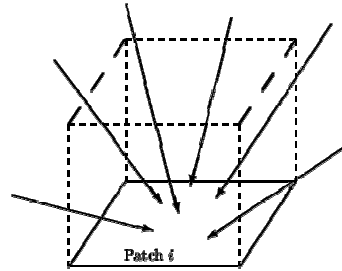
Radiosidade Refinamentos Progressivos

- Pré-visualização da imagem.
- Transições suaves entre as imagens da seqüência: cena escura evoluindo para uma cena bem iluminada.
- A complexidade da primeira imagem é $O(n)$.
- Reduz a complexidade de memória, computando os fatores de forma em tempo-real.

Radiosidade Refinamentos Progressivos

- “Coleta” de radiações: Visualização dos resultados parciais das iterações Gauss-Seidel

$$\begin{bmatrix} 1-\rho_0 F_{00} & -\rho_0 F_{01} & \dots & -\rho_0 F_{0n} \\ -\rho_1 F_{10} & 1-\rho_1 F_{11} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_n F_{n0} & -\rho_n F_{n1} & \dots & 1-\rho_n F_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

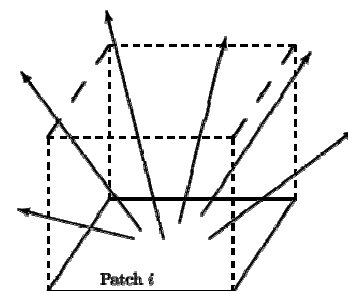


IA725 - 1s2009 - Ting

Radiosidade Refinamentos Progressivos

- “Disparo” de radiações: Visualização da inclusão gradativa das contribuições de cada *patch*.

$$\begin{bmatrix} 1-\rho_0 F_{00} & -\rho_0 F_{01} & \dots & -\rho_0 F_{0n} \\ -\rho_1 F_{10} & 1-\rho_1 F_{11} & \dots & -\rho_1 F_{1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\rho_n F_{n0} & -\rho_n F_{n1} & \dots & 1-\rho_n F_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_1 \\ \vdots \\ B_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ \vdots \\ E_n \end{bmatrix}$$

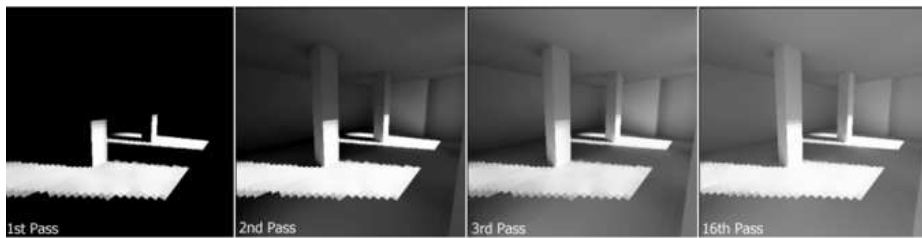


- 1) Escolher o *patch* com maior energia.
- 2) Determinar os fatores de forma relacionados a ele.
- 3) Atualizar a radiosidade de todos os patches visíveis por ele.
- 4) Voltar para (1).

IA725 - 1s2009 - Ting

Radiosidade

Refinamentos Progressivos

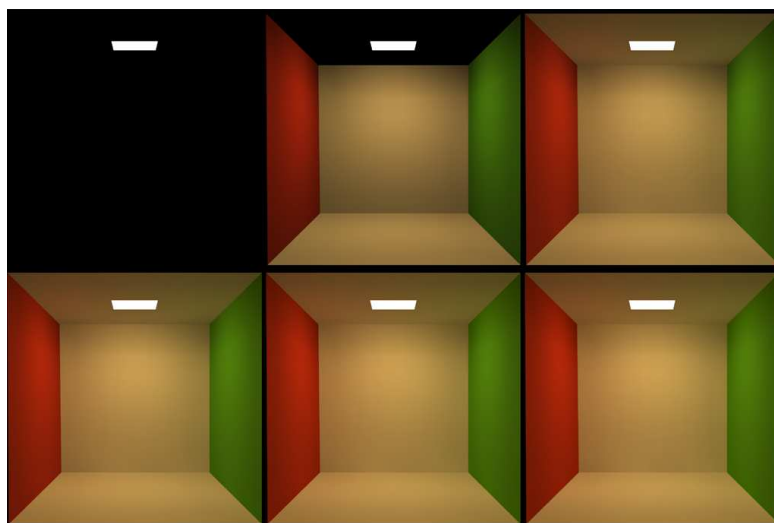


<http://freespace.virgin.net/hugo.elias/radiosity/radiosity.htm>

IA725 - 1s2009 - Ting

Radiosidade

Refinamentos Progressivos



IA725 - 1s2009 - Ting

Radiosidade

Características

- Vantagens
 - Efeitos bastante realísticos de superfícies difusas.
 - Conceitualmente simples e fácil de implementar.
 - Fácil de ser otimizado em hardware gráfico.
- Desvantagens
 - Não consegue tratar apropriadamente fontes pontuais nem especularidade.
 - Alta complexidade temporal.
 - Artefatos (discretização e reconstrução).

IA725 - 1s2009 - Ting

Discretização de Hemicubo

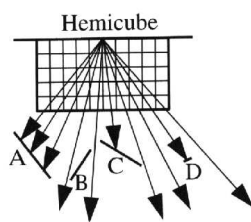


Figure 1: One form of aliasing in the hemicube method due to limited resolution. B is missed.

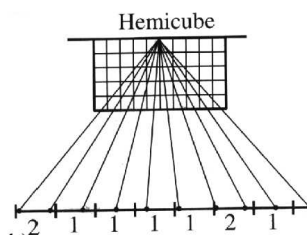
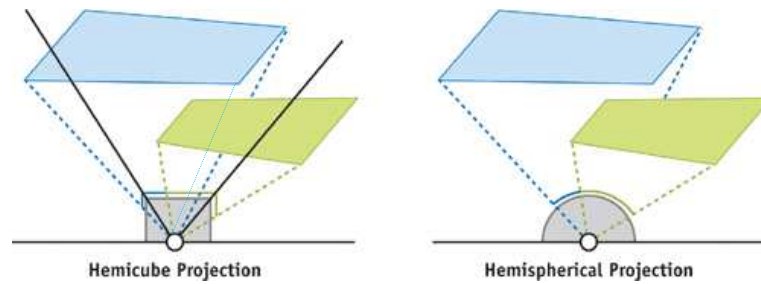


Figure 2: Another form of aliasing. Patches of the same size map to different number of cells.

IA725 - 1s2009 - Ting

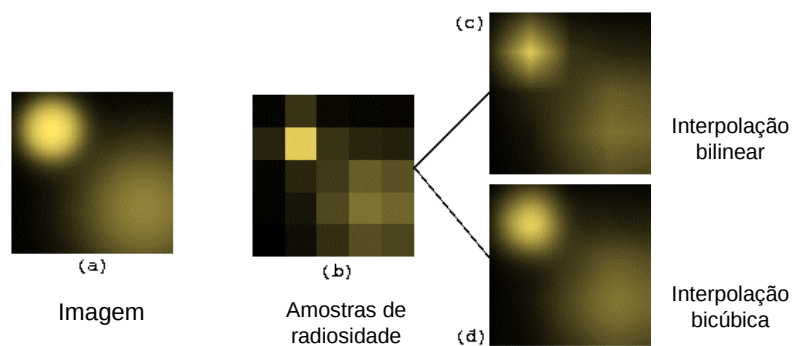
Discretização de Hemicubo



Fator de forma em relação ao *patch* azul não “considera” a oclusão pelo *patch* verde.

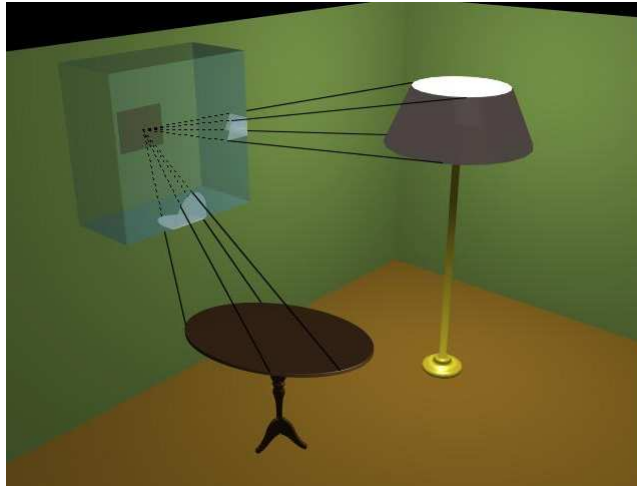
IA725 - 1s2009 - Ting

Reconstrução



IA725 - 1s2009 - Ting

Discretização da Cena

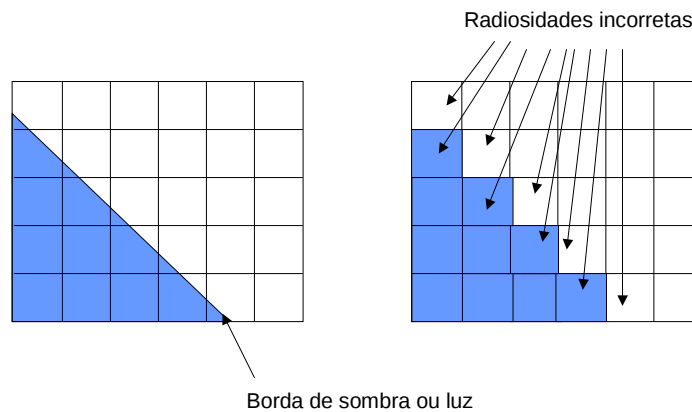


IA725 - 1s2009 - Ting

http://www.siggraph.org/education/materials/HyperGraph/radiosity/overview_2.htm

Discretização de Cena

- Discontinuidade D^0 na função de radiosidade: possíveis “vazamentos” de sombra ou luz.



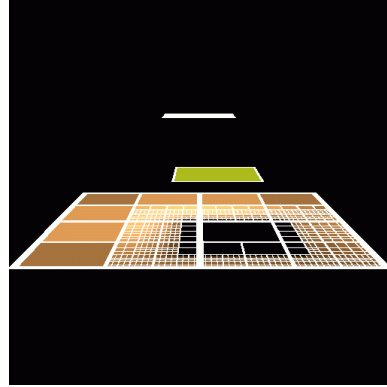
IA725 - 1s2009 - Ting

Discretização de Cena

- Técnicas adaptativas ou a-posteriori (Cohen et al. 1986): diferença entre as radiosidades entre os elementos é mantida dentro de um limiar pré-estabelecido.



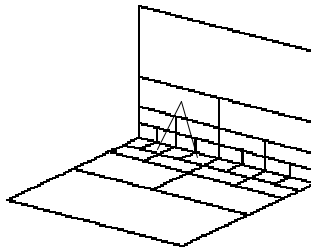
IA725 - 1s2009 - Ting



<http://www.cs.utah.edu/~mcq/radiosity/>

Discretização de Cena

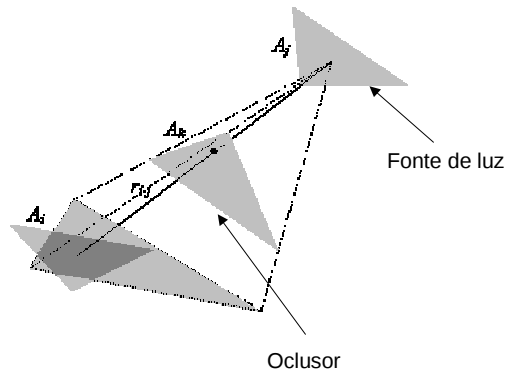
- Técnicas a-priori (Hanrahan et al., 1991): fatores de forma entre um par de elementos mantidos dentro de um limiar pré-estabelecido.



IA725 - 1s2009 - Ting

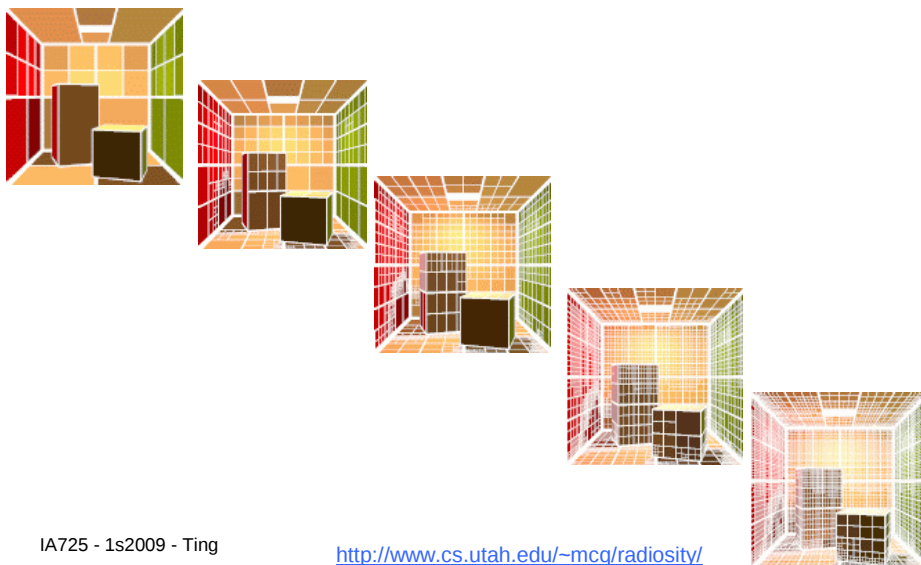
Discretização de Cena

- Discontinuidade D^1 e D^2 na função de radiosidade: oclusão de uma superfície por outra.



IA725 - 1s2009 - Ting

Discretização da Cena



IA725 - 1s2009 - Ting

<http://www.cs.utah.edu/~mcq/radiosity/>