# IE009 – Processamento Adaptativo de Sinais

1ª Lista de Exercícios

Prof. Rafael Ferrari - 1º semestre de 2019

**Data de Entrega:** 10/04/2019

**1º exercício (2,0 pontos):** Dois processos aleatórios X($n$) e Y($n$) são estacionários no sentido amplo (WSS) e independentes. Determine a média e a sequência de autocorrelação do processo Z($n$) = Y($n$) × X($n$). Ele é WSS? Caso seja, determine também sua densidade espectral de potência (PSD).

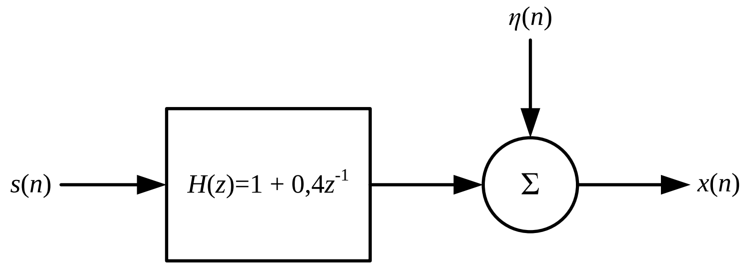
**2º exercício (2,0 pontos):** Calcule a média e a função de autocorrelação do sinal senoidal com fase aleatória X($t$) = A sen($\omega_0 t$ + B), em que A e $\omega_0$ são constantes e B é uma variável aleatória com p.d.f. uniforme no intervalo [-π, π ] que representa a fase da senóide.

**3º exercício (2,0 pontos):** Um processo AR é descrito pela equação X($n$) = 0,3X($n$-1) + U($n$), em que U($n$) é um ruído branco e gaussiano de média nula e variância $\sigma_U^2$ = 1. Este processo é aplicado como entrada de um filtro linear e invariante com o tempo cuja função de transferência é dada por H(z) = 1 – (1/4)$z^{-1}$, sendo Y($n$) o processo obtido na saída.

a) (0,75 ponto) Encontre a função de transferência do sistema linear que, a partir de U($n$), gera a saída Y($n$). **DICA**: A função de transferência é definida como a razão entre as transformadas Z dos sinais de saída e entrada do sistema (Y(z)/U(z)).

b) (1,25 pontos) Determine a média e a densidade espectral de potência de Y($n$). Esboce a curva de $S_Y(e^{j\omega})$.

**4º exercício (4,0 pontos):** Considere um sistema de comunicação digital que envia o sinal $s(n)$ através de um canal e recebe o sinal $x(n)$, conforme ilustrado na figura abaixo.




O canal introduz dois tipos de distorções no sinal transmitido: ($i$) interferência intersimbólica, modelada por um filtro com função de transferência $H(z) = 1 + 0{,}4z^{-1}$, e ($ii$) um ruído aditivo branco e gaussiano $\eta(n) \sim N(0, \sigma^2 = 0{,}02)$, de forma que o sinal recebido é dado por $x(n) = h(n) * s(n) + \eta(n)$. Sabendo que a sequência transmitida é i.i.d. e que cada amostra $s(n)$ pertence a um alfabeto binário equiprovável {-1; +1}:

a) (0,7 ponto) Mostre que o processo x(n) é WSS.

b) (0,7 ponto) Determine analiticamente a matriz de autocorrelação do sinal recebido $\mathbf{R}_X = E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^\mathrm{T}\}$, onde $\mathbf{x}(n) = [x(n) \quad x(n-1) \quad x(n-2)]^\mathrm{T}$.

c) (0,7 ponto) Obtenha analiticamente o vetor de correlação cruzada entre o sinal transmitido, $s(n)$, e o vetor recebido, $\mathbf{x}(n)$, definido como $\mathbf{p}_{XS} = E\{\mathbf{x}(n)s(n)\}$.

d) (0,7 ponto) Descreva um procedimento que permita estimar as grandezas estatísticas envolvidas nos itens (a) e (b) (autocorrelações e correlações cruzadas). **DICA:** Lembrem da propriedade de ergodicidade e de suas implicações.

e) (0,6 ponto) Simule computacionalmente o sistema e, utilizando o procedimento proposto no item (d), obtenha estimativas da matriz de autocorrelação e do vetor de correlação cruzada. Compare as estimativas com os valores analíticos e discuta os resultados.

f) (0,6 ponto) Estime a variância das estimativas de cada uma das grandezas obtidas no item (e). Qual a relação da variância da estimativa com a precisão das estimativas? O que pode ser feito para melhorar a precisão das estimativas?

**DICA:** Os comandos randn, var e mean do Octave podem ser úteis nos cálculos.