IE009 – Processamento Adaptativo de Sinais

1ª Lista de Exercícios

Prof. Rafael Ferrari - 1º semestre de 2018

Data de Entrega: 05/04/2018

1º exercício (2,0 pontos): Dois processos aleatórios X[n] e Y[n] são estacionários no sentido amplo (WSS) e independentes. Determine a média e a função de autocorrelação do processo Z[n] = Y[n] × X[n]. Ele é WSS? Caso seja, determine também sua densidade espectral de potência (PSD).

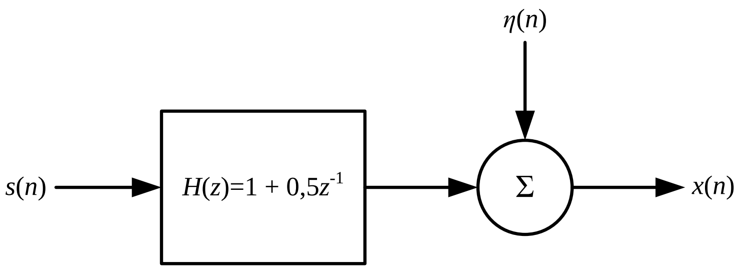
2º exercício (2,0 pontos): Calcule a média e a função de autocorrelação do sinal senoidal com fase aleatória X(t) = A sen($\omega_0 t$ + B), em que A e ω_0 são constantes e B é uma variável aleatória com p.d.f. uniforme no intervalo [-π, π] que representa a fase da senóide.

3º exercício (2,0 pontos): Um processo AR é descrito pela equação X[n] = 0,5X[n-1] + U[n], onde U[n] é um ruído branco e gaussiano de média nula e variância $\sigma_U^2 = 1$. Este processo é aplicado como entrada de um filtro linear e invariante com o tempo cuja função de transferência é dada por H(z) = 1 – (1/3)z^{-1}, sendo Y[n] o processo obtido na saída.

a) (0,75 ponto) Encontre a função de transferência do sistema linear que, a partir de U[n], gera a saída Y[n].

b) (1,25 pontos) Determine a média e a densidade espectral de potência de Y[n]. Esboce a curva de $S_Y(e^{j\omega})$.

4º exercício (4,0 pontos): Considere um sistema de comunicação digital que envia o sinal $s(n)$ através de um canal e recebe o sinal $x(n)$, conforme ilustrado na figura abaixo.



O canal introduz dois tipos de distorções no sinal transmitido: (i) interferência intersimbólica, modelada por um filtro com função de transferência $H(z) = 1 + 0{,}5z^{-1}$, e (ii) um ruído aditivo branco e gaussiano $\eta(n) \sim N(0, \sigma^2 = 0{,}01)$, de forma que o sinal recebido é dado por $x(n) = h(n) * s(n) + \eta(n)$. Sabendo que a sequência transmitida é i.i.d. e que cada amostra $s(n)$ pertence a um alfabeto binário equiprovável {-1; +1}:

a) (1,0 ponto) Determine a matriz de autocorrelação do sinal recebido $\mathbf{R}_X = E\{\mathbf{x}(n)\mathbf{x}(n)^{\mathrm{T}}\}$, onde $\mathbf{x}(n) = [x(n) \quad x(n-1) \quad x(n-2)]^{\mathrm{T}}$.

b) (1,0 ponto) Obtenha o vetor de correlação cruzada entre o sinal transmitido, $s(n)$, e o vetor recebido, $\mathbf{x}(n)$, definido como $\mathbf{p}_{XS} = E\{\mathbf{x}(n)s(n)\}$.

c) (1,0 ponto) Simule computacionalmente o sistema e obtenha estimativas da matriz de autocorrelação através de médias amostrais utilizando 10, 100, 1.000 e 10.000 amostras do sinal $x(n)$. Compare as estimativas com os valores analíticos e discuta os resultados.

d) (1,0 ponto) As estimativas obtidas no item anterior são funções de variáveis aleatórias e, portanto, também são variáveis aleatórias. Estime a média e a variância de cada uma das grandezas estatísticas estimadas considerando 1.000 realizações do processo $x(n)$. Compare com os resultados dos itens anteriores e discuta.

DICA: Os comandos randn, var e mean do Octave podem ser úteis nos cálculos.