

Técnicas de Realce de Imagem

• Introdução

- O principal objetivo das técnicas de realce de imagem é melhorar determinado aspecto da imagem para torná-la mais apropriada para uma dada aplicação. Exemplos (entre outros):
 - Aumentar o contraste;
 - Filtrar ruído;
 - Gerar negativo;
 - Realçar bordas;
 - Suavizar contornos

- A aplicabilidade de determinada técnica de realce é fortemente dependente da aplicação.

- Para aplicações que envolvem o julgamento de um observador humano, a definição de melhoria é fortemente subjetiva.

Técnicas de Realce de Imagem

• Classificação das técnicas de realce

- Duas grandes categorias básicas:
 - Domínio Espacial: o processamento é efetuado pela transformação/manipulação direta dos *pixels*;

 - Domínio da Frequência: o processamento é efetuado pela modificação da Transformada de Fourier da imagem.

- Observação: técnicas de realce envolvendo as duas categorias básicas não são incomuns.

Técnicas de Realce de Imagem

• Técnicas no Domínio Espacial

□ Conceitos:

- Operam diretamente com a informação dos pixels:

$$g(x, y) = T[f(x, y)]$$

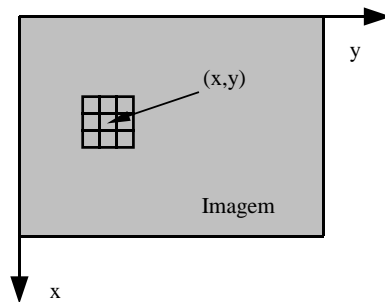
Onde:

$f(x, y)$: valor da imagem original no pixel (x, y)

$g(x, y)$: valor da imagem realçada no pixel (x, y)

T : transformação definida em uma vizinhança do pixel (x, y)

- Vizinhança (em geral sub-imagem quadrada ou retangular centrada em x, y)



- Imagens em tons de cinza e vizinhança 1x1 (transformação de intensidade)

$$s = T(r)$$

Onde:

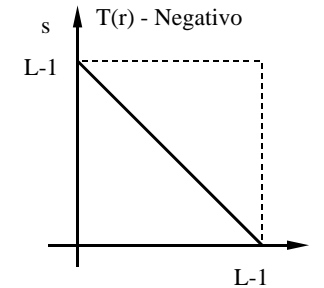
$r = f(x, y)$: intensidade da imagem original no pixel (x, y)

$s = g(x, y)$: intensidade da imagem realçada no pixel (x, y)

T : transformação definida em uma vizinhança do pixel (x, y)

Transformação de intensidade

• Negativo da Imagem



Original

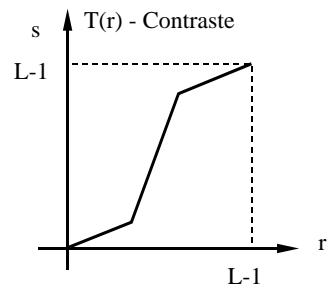


Final



Transformação de intensidade

- Alteração de Contraste (Contrast Stretching)



Original

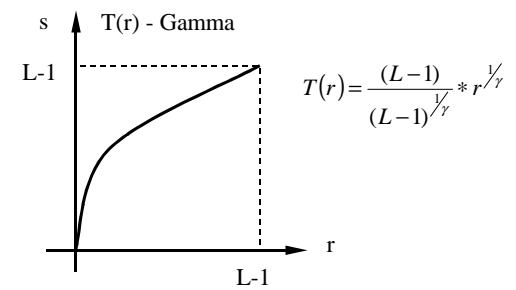


Final



Transformação de intensidade

- Correção Gamma



Original

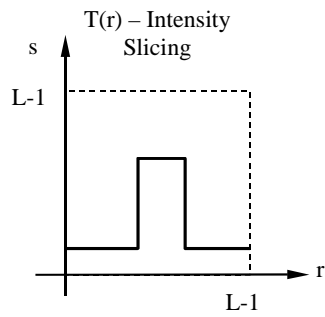


Final



Transformação de intensidade

- **Intensity Slicing**



Original

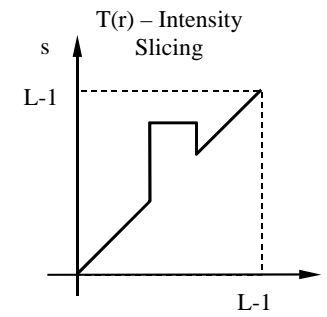


Final



Transformação de intensidade

- **Intensity Slicing**



Original

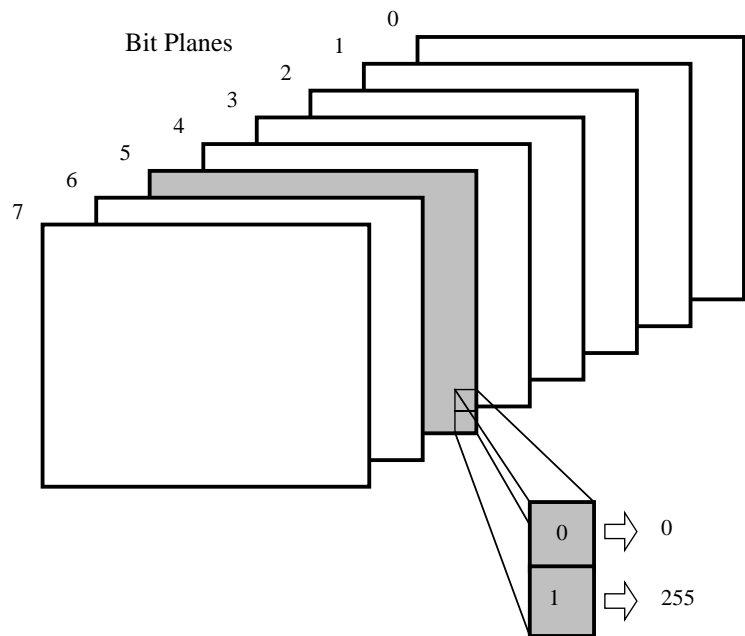


Final



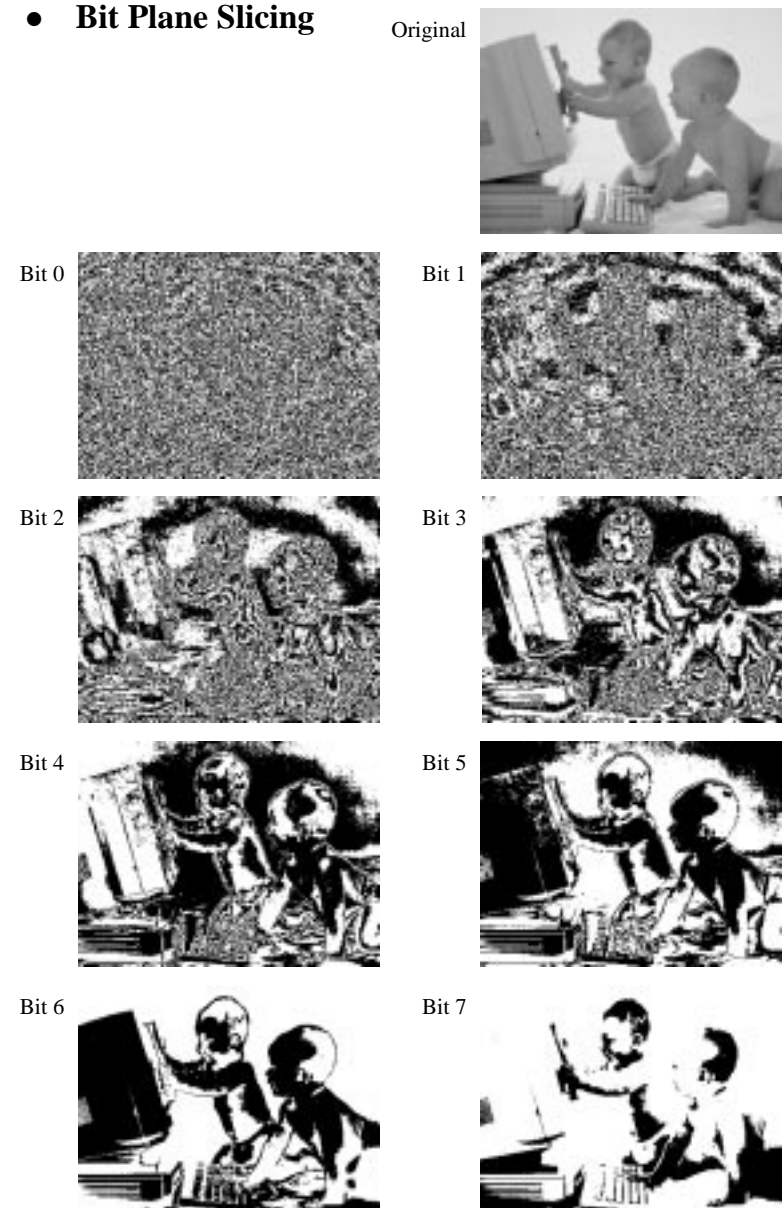
Transformação de intensidade

- **Bit Plane Slicing**



Transformação de intensidade

- **Bit Plane Slicing**



Equalização de Histograma

- **Histograma**

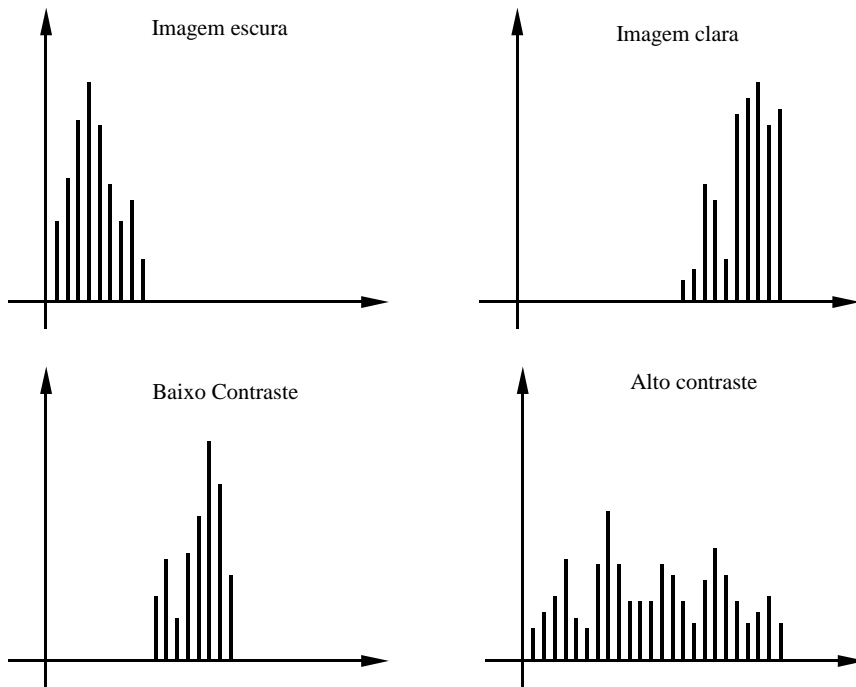
$$p(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

onde :

r_k é a k-ésima intensidade da imagem.

n_k é o número de pixels com intensidade k.

n é o número total de pixels da imagem.



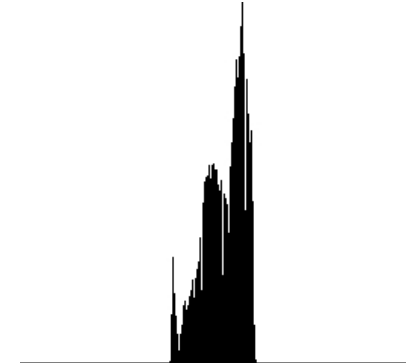
Equalização de Histograma

- **Exemplo**

Original



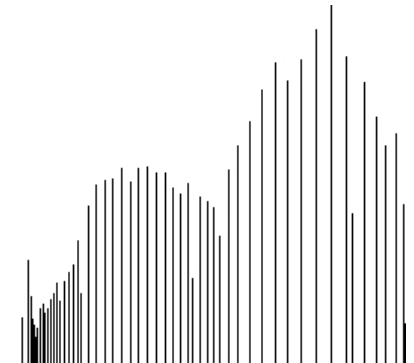
Histograma



Final



Histograma



Equalização de Histograma

- **Análise caso contínuo**

- Considerando

$$s = T(r)$$

com

$T(r)$ função monotônica crescente no intervalo $0 \leq r \leq 1$

e

$$0 \leq T(r) \leq 1 \quad \text{para} \quad 0 \leq r \leq 1$$

- Considerando

$p_r(r)$ função densidade de probabilidade de r

$p_s(s)$ função densidade de probabilidade de s

- Temos que

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)}$$

- Pois

$$F_s = \int_0^{s_0} p_s(s) ds = F_r = \int_0^{r=T^{-1}(s_0)} p_r(r) dr$$

F_s probabilidade de ocorrência de $0 \leq s \leq s_0$

F_r probabilidade de ocorrência de $0 \leq r \leq T^{-1}(s_0)$

$$p_s(s) = \frac{dF_s}{ds} = \frac{dF_r}{ds} = \frac{dF_r}{dr} \frac{dr}{ds} = p_r(r) \frac{dr}{ds} \Big|_{r=T^{-1}(s)}$$

Equalização de Histograma

- **Análise caso contínuo**

- Tomando

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw$$

- Temos que

$$\frac{ds}{dr} = p_r(r)$$

- Logo

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} = \left[p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)}$$

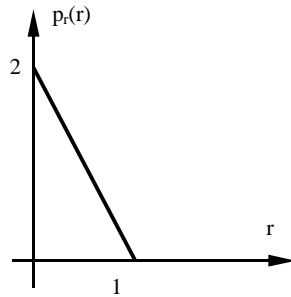
- Portanto

$$p_s(s) = 1 \quad 0 \leq s \leq 1$$

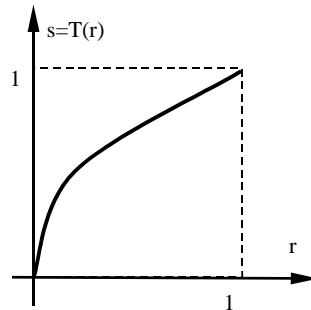
Equalização de Histograma

• Análise caso contínuo

□ Exemplo



$$p_r(r) = \begin{cases} -2r + 2 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$



$$s = T(r) = \int_0^r (-2w + 2) dw = -r^2 + 2r$$

Equalização de Histograma

• Análise caso contínuo

□ Exemplo

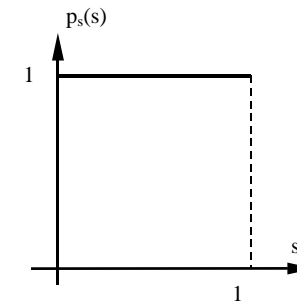
$$p_r(r) = \begin{cases} -2r + 2 & 0 \leq r \leq 1 \\ 0 & \text{outros casos} \end{cases}$$

$$s = T(r) = \int_0^r (-2w + 2) dw = -r^2 + 2r$$

$$r = T^{-1}(s) = 1 - \sqrt{1-s} \quad 0 \leq r \leq 1$$

$$p_s(s) = \left[p_r(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T^{-1}(s)} = \left[(-2r + 2) \frac{dr}{ds} \right]_{r=1-\sqrt{1-s}}$$

$$p_s(s) = \left[(2\sqrt{1-s}) \frac{d}{ds} (1 - \sqrt{1-s}) \right] = 1 \quad 0 \leq s \leq 1$$



Equalização de Histograma

- **Caso discreto**

- Histograma

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

onde :

r_k é a k -ésima intensidade da imagem.

n_k é o número de pixels com intensidade k .

n é o número total de pixels da imagem.

- Função T(r)

$$T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$$

com

$$0 \leq r_k \leq 1 \quad k = 0, 1, \dots, L-1$$

Equalização de Histograma

- **Exercício 1**

- Equalizar o histograma apresentado abaixo:

k	rk	nk	pr(rk)
0	0,000	1120	0,068
1	0,143	3214	0,196
2	0,286	4850	0,296
3	0,429	3425	0,209
4	0,571	1995	0,122
5	0,714	784	0,048
6	0,857	541	0,033
7	1,000	455	0,028
Total		16384	1

$$r_k = \frac{k}{L-1}$$
$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

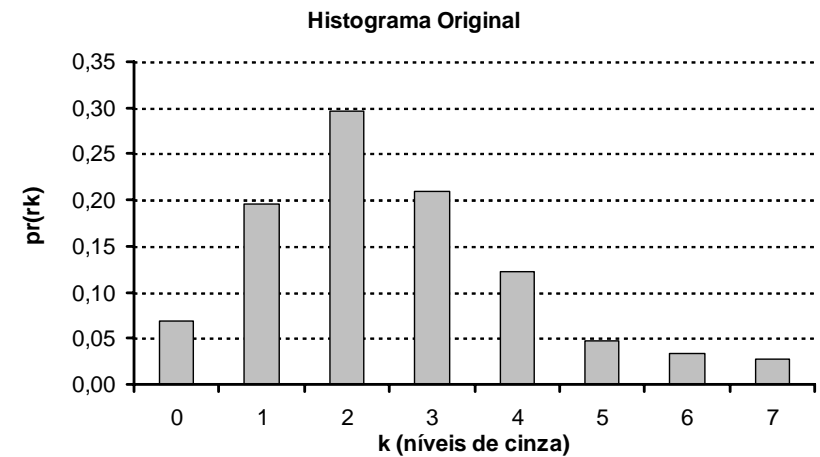
Onde :

k k -ésimo nível de cinza da imagem $k = 0, \dots, L-1$ (L quantidade de nível)

r_k nível de cinza normalizado correspondente ao nível de cinza k $0 \leq r_k \leq 1$

n_k quantidade de pixels com nível de cinza k

n quantidade de pixels da imagem

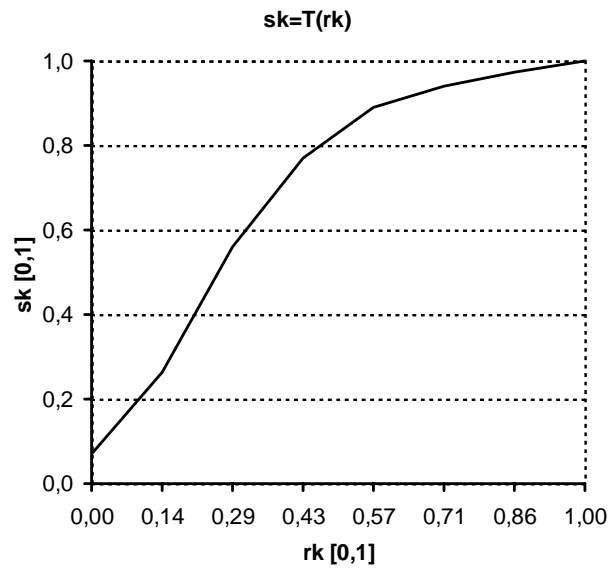


Equalização de Histograma

- Exercício 1 (cont.)

rk	sk=T(rk)
0,000	0,068
0,143	0,265
0,286	0,561
0,429	0,770
0,571	0,891
0,714	0,939
0,857	0,972
1,000	1,000

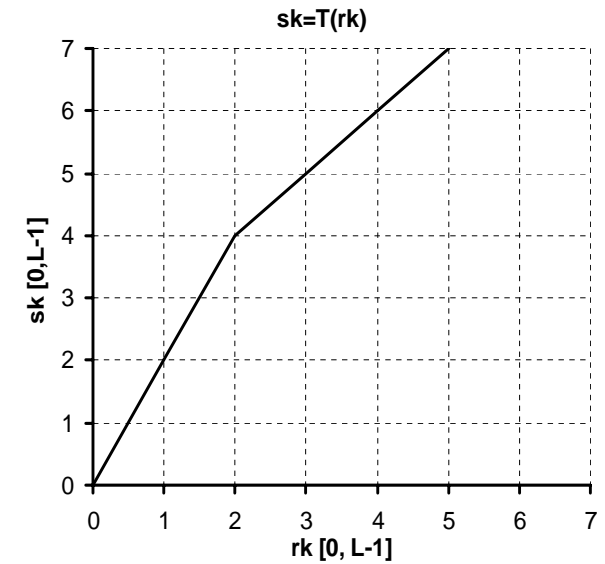
$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$$



Equalização de Histograma

- Exercício 1 (cont.)

rk	Round(7*rk)	sk	Round(7*sk)
0,000	0	0,068	0
0,143	1	0,265	2
0,286	2	0,561	4
0,429	3	0,770	5
0,571	4	0,891	6
0,714	5	0,939	7
0,857	6	0,972	7
1,000	7	1,000	7

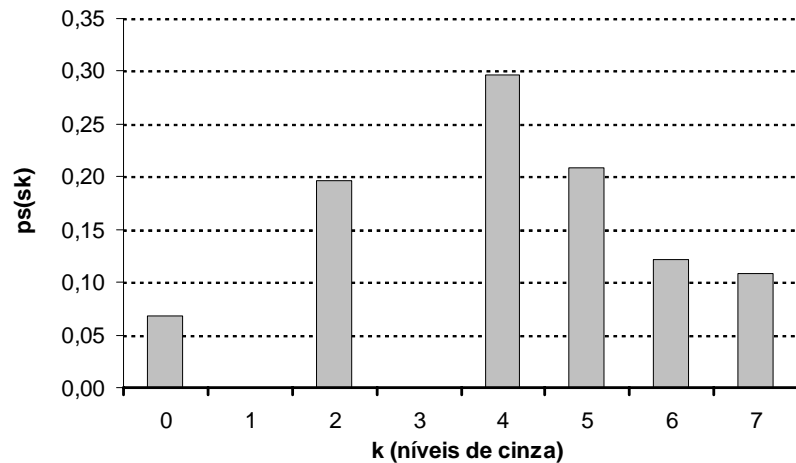


Equalização de Histograma

• Exercício 1 (cont.)

Nível de Cinza	n_k	$ps(s_k)$
0	1120	0,068
1	0	0,000
2	3214	0,196
3	0	0,000
4	4850	0,296
5	3425	0,209
6	1995	0,122
7	1780	0,109
Total	16384	1

Histograma Equalizado



Equalização de Histograma

• Exercício 2

□ Equalizar o histograma apresentado abaixo:

k	r_k	n_k	$pr(r_k)$
0	0,000	0	0,000
1	0,143	0	0,000
2	0,286	0	0,000
3	0,429	500	0,500
4	0,571	500	0,500
5	0,714	0	0,000
6	0,857	0	0,000
7	1,000	0	0,000
Total		1000	1

$$r_k = \frac{k}{L-1}$$

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

Onde :

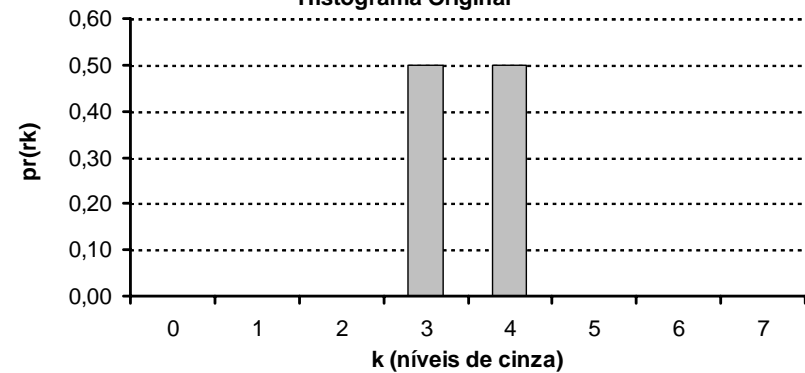
k k –ésimo nível de cinza da imagem $k = 0, \dots, L-1$ (L quantidade de nível)

r_k nível de cinza normalizado correspondente ao nível de cinza k $0 \leq r_k \leq 1$

n_k quantidade de pixels com nível de cinza k

n quantidade de pixels da imagem

Histograma Original

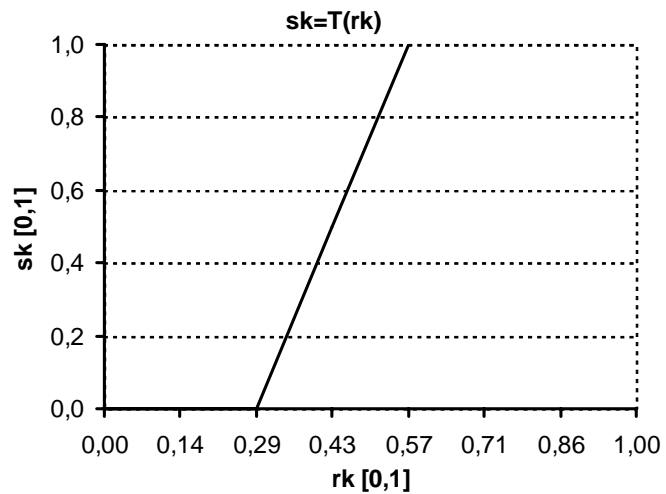


Equalização de Histograma

- Exercício 2 (cont.)

rk	sk=T(rk)
0,000	0,000
0,143	0,000
0,286	0,000
0,429	0,500
0,571	1,000
0,714	1,000
0,857	1,000
1,000	1,000

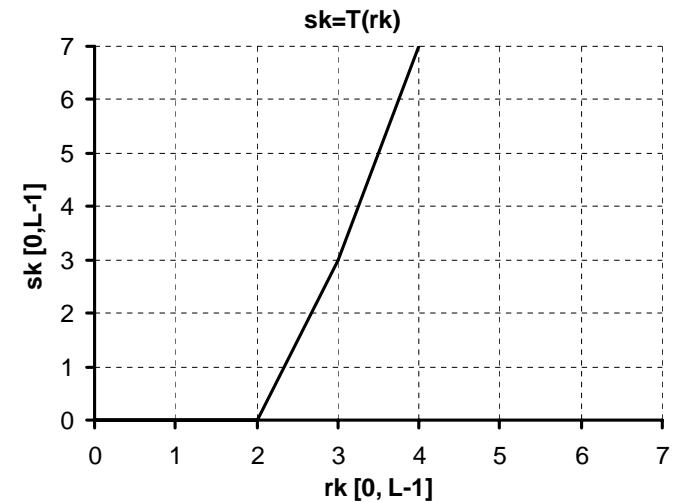
$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$$



Equalização de Histograma

- Exercício 2 (cont.)

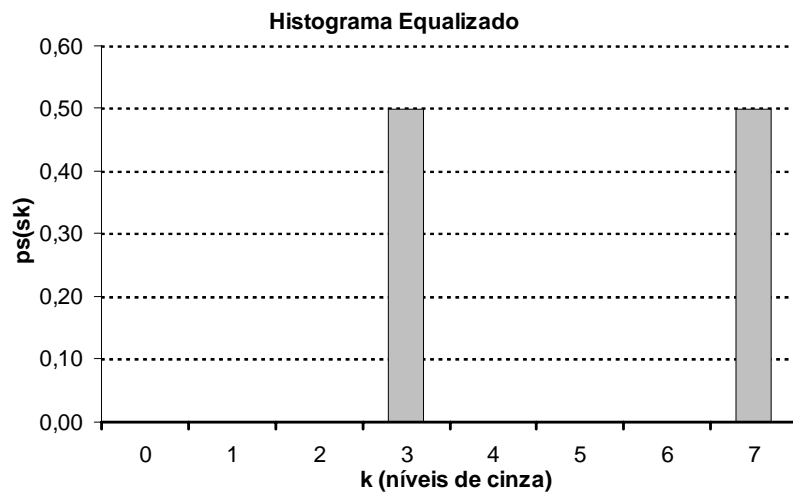
rk	Round(7*rk)	sk	Round(7*sk)
0,000	0	0,000	0
0,143	1	0,000	0
0,286	2	0,000	0
0,429	3	0,500	3
0,571	4	1,000	7
0,714	5	1,000	7
0,857	6	1,000	7
1,000	7	1,000	7



Equalização de Histograma

• Exercício 2 (cont.)

Nível de Cinza	nk	ps(sk)
0	0	0,000
1	0	0,000
2	0	0,000
3	500	0,500
4	0	0,000
5	0	0,000
6	0	0,000
7	500	0,500
Total	1000	1



Equalização de Histograma

• Exercício 3

□ Equalizar o histograma apresentado abaixo:

k	rk	nk	pr(rk)
0	0,000	0	0,000
1	0,143	0	0,000
2	0,286	1000	0,500
3	0,429	500	0,250
4	0,571	500	0,250
5	0,714	0	0,000
6	0,857	0	0,000
7	1,000	0	0,000
Total		2000	1

$$r_k = \frac{k}{L-1}$$

$$p_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

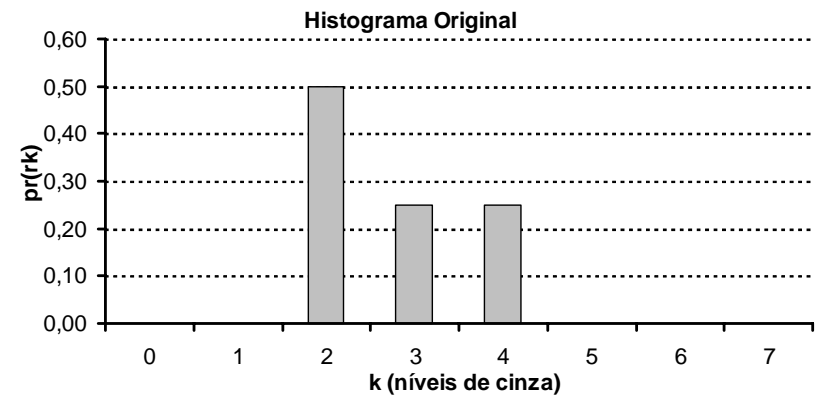
Onde :

k k -ésimo nível de cinza da imagem $k = 0, \dots, L-1$ (L quantidade de nível)

r_k nível de cinza normalizado correspondente ao nível de cinza k $0 \leq r_k \leq 1$

n_k quantidade de pixels com nível de cinza k

n quantidade de pixels da imagem

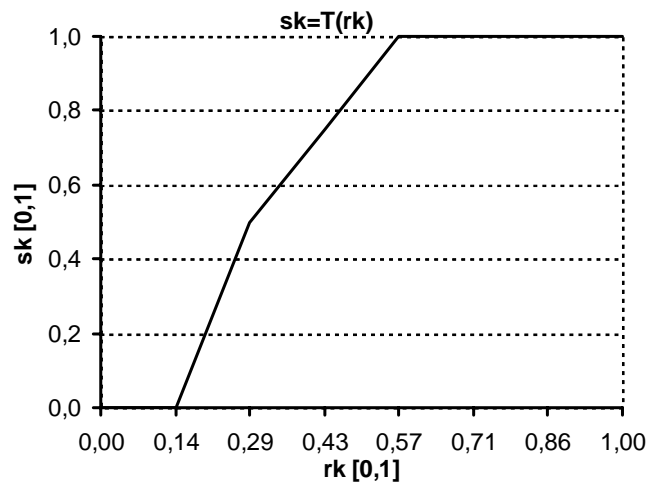


Equalização de Histograma

• Exercício 3 (cont.)

rk	sk=T(rk)
0,000	0,000
0,143	0,000
0,286	0,500
0,429	0,750
0,571	1,000
0,714	1,000
0,857	1,000
1,000	1,000

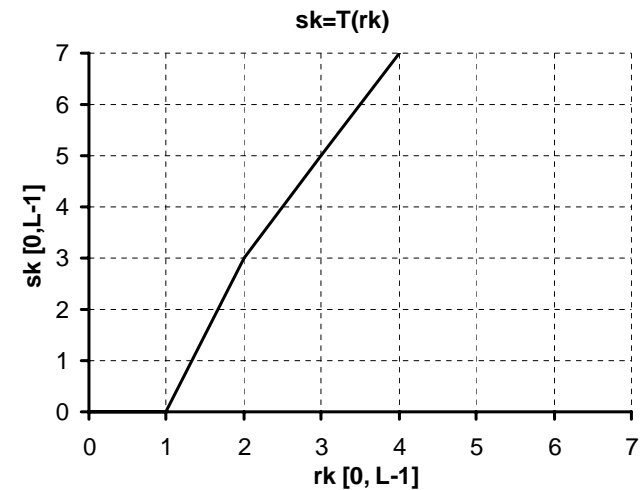
$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k p_r(r_j)$$



Equalização de Histograma

• Exercício 3 (cont.)

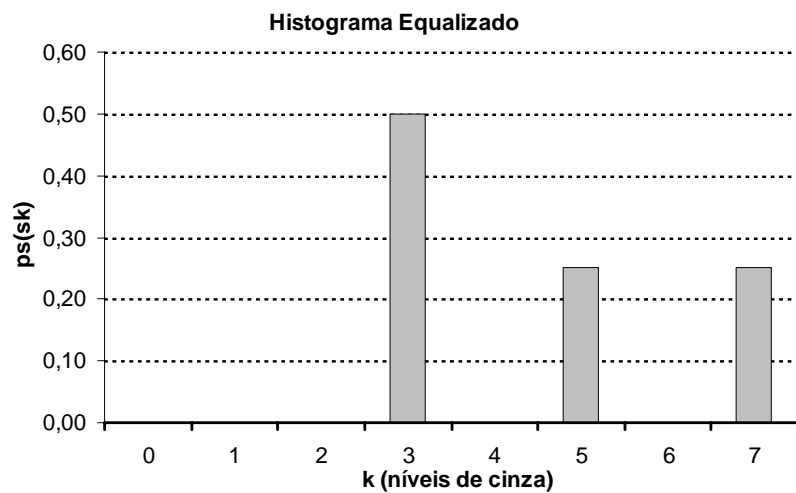
rk	Round(7*rk)	sk	Round(7*sk)
0,000	0	0,000	0
0,143	1	0,000	0
0,286	2	0,500	3
0,429	3	0,750	5
0,571	4	1,000	7
0,714	5	1,000	7
0,857	6	1,000	7
1,000	7	1,000	7



Equalização de Histograma

- Exercício 3 (cont.)

Nível de Cinza	nk	$ps(sk)$
0	0	0,000
1	0	0,000
2	0	0,000
3	1000	0,500
4	0	0,000
5	500	0,250
6	0	0,000
7	500	0,250
Total	2000	1



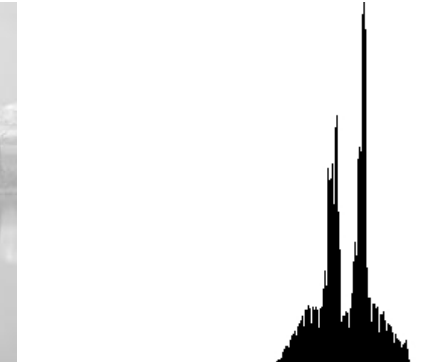
Equalização de Histograma

- Exemplo

Original



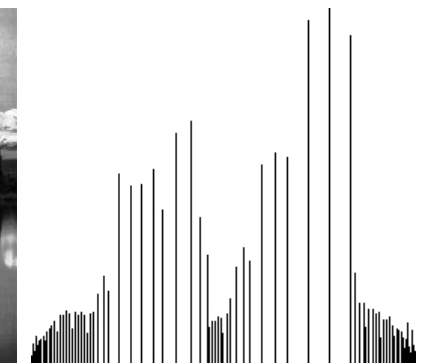
Histograma



Final



Histograma



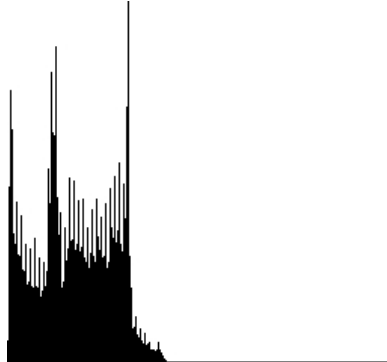
Equalização de Histograma

- Exemplo

Original



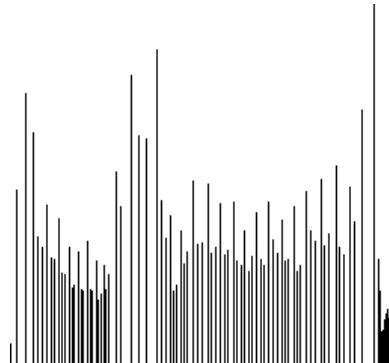
Histograma



Final



Histograma



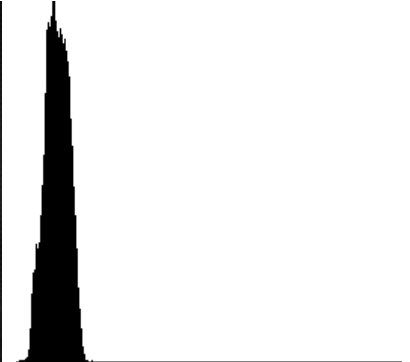
Equalização de Histograma

- Exemplo

Original



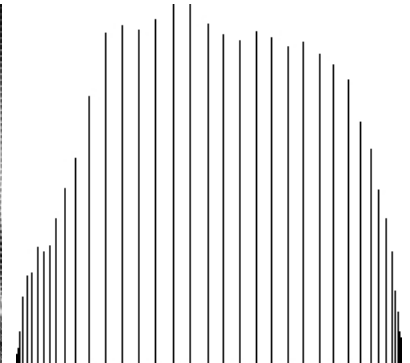
Histograma



Final



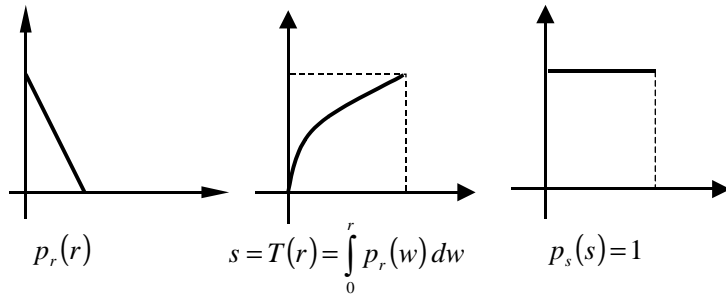
Histograma



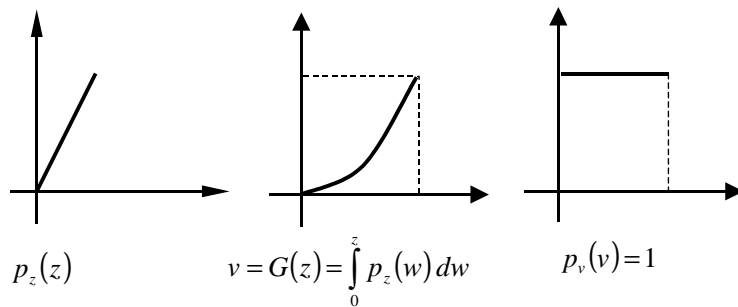
Especificação direta do histograma

• Conceito

□ Original



□ Desejado



$$z = G^{-1}(v)$$

considerando

$$v = s \quad p_s(s) = p_s(v) = 1$$

temos

$$z = G^{-1}(s) = G^{-1}(T(r))$$

Especificação direta do histograma

• Exercício 1

□ Histograma Original

k	rk	nk	pr(rk)
0	0,000	1120	0,068
1	0,143	3214	0,196
2	0,286	4850	0,296
3	0,429	3425	0,209
4	0,571	1995	0,122
5	0,714	784	0,048
6	0,857	541	0,033
7	1,000	455	0,028
Total		16384	1

□ Equalização

k	rk	sk=T(rk)
0	0,000	0,068
1	0,143	0,265
2	0,286	0,561
3	0,429	0,770
4	0,571	0,891
5	0,714	0,939
6	0,857	0,972
7	1,000	1,000

Especificação direta do histograma

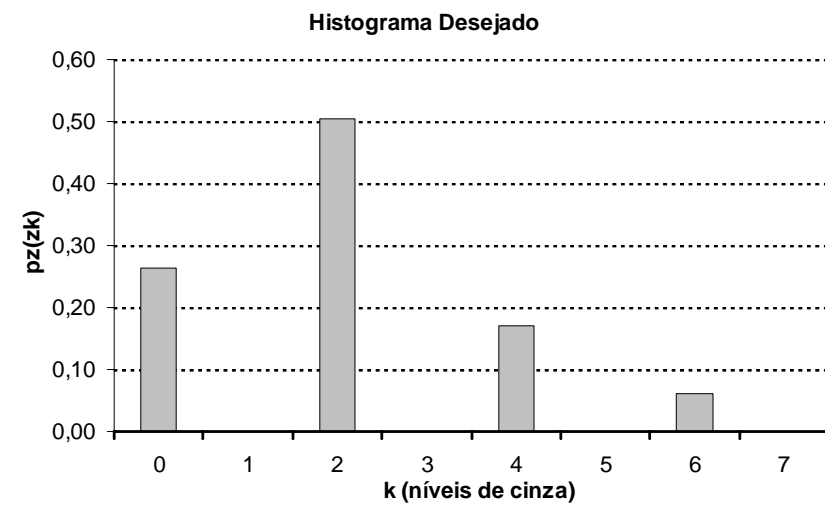
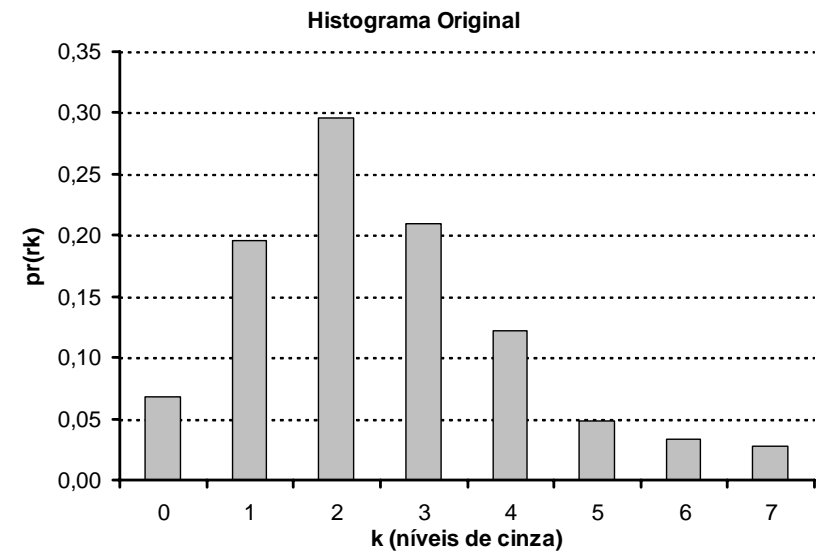
- **Exercício 1 (cont.)**

□ Histograma Desejado

k	zk	nk	pz(zk)
0	0,000	4334	0,265
1	0,143	0	0,000
2	0,286	8275	0,505
3	0,429	0	0,000
4	0,571	2779	0,170
5	0,714	0	0,000
6	0,857	996	0,061
7	1,000	0	0,000
Total		16384	1

Especificação direta do histograma

- **Exercício 1 (cont.)**



Especificação direta do histograma

- Exercício 1 (cont.)

- Equalização do Histograma Desejado

k	zk	nk	pz(zk)
0	0,000	4334	0,265
1	0,143	0	0,000
2	0,286	8275	0,505
3	0,429	0	0,000
4	0,571	2779	0,170
5	0,714	0	0,000
6	0,857	996	0,061
7	1,000	0	0,000
Total		16384	1

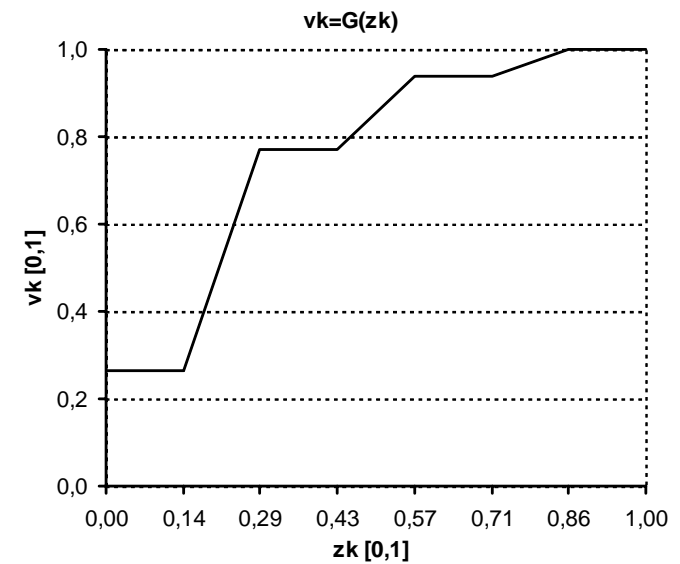
k	zk	vk=G(zk)
0	0,000	0,265
1	0,143	0,265
2	0,286	0,770
3	0,429	0,770
4	0,571	0,939
5	0,714	0,939
6	0,857	1,000
7	1,000	1,000

Especificação direta do histograma

- Exercício 1 (cont.)

- Transformação G(zk)

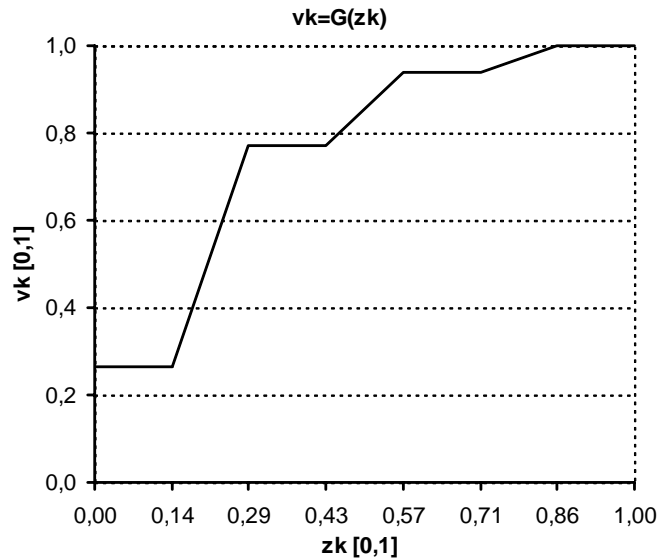
k	zk	vk=G(zk)
0	0,000	0,265
1	0,143	0,265
2	0,286	0,770
3	0,429	0,770
4	0,571	0,939
5	0,714	0,939
6	0,857	1,000
7	1,000	1,000



Especificação direta do histograma

• Exercício 1 (cont.)

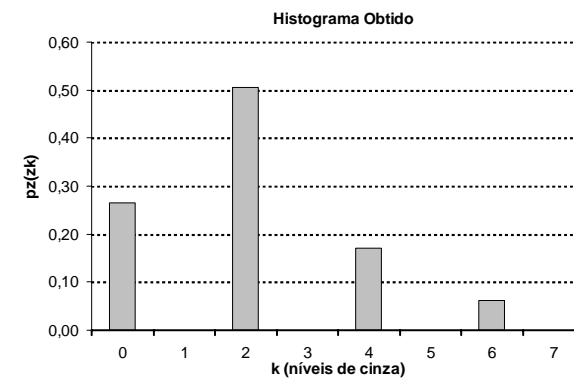
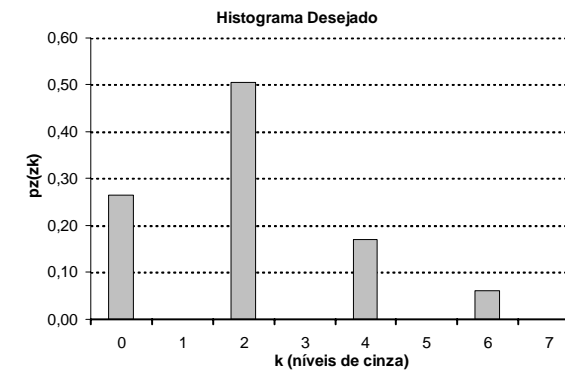
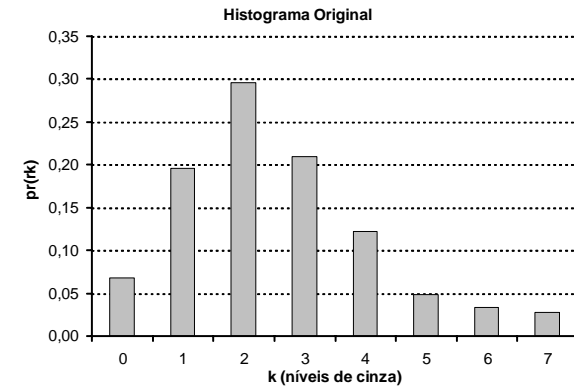
- Inversa da transformação $G(zk)$



k	rk	sk	vk=G(zk)	zk
0	0,000	0,068	0,265	0,000
1	0,143	0,265	0,265	0,143
2	0,286	0,561	0,770	0,286
3	0,429	0,770	0,770	0,429
4	0,571	0,891	0,939	0,571
5	0,714	0,939	0,939	0,714
6	0,857	0,972	1,000	0,857
7	1,000	1,000	1,000	1,000

Especificação direta do histograma

• Exercício 1 (cont.)

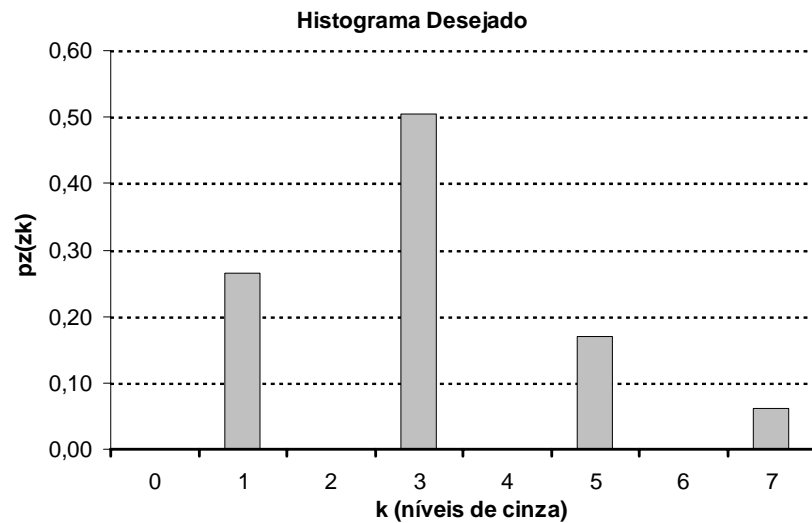


Especificação direta do histograma

• Exercício 2

- Histograma Desejado

k	zk	nk	pz(zk)
0	0,000	0	0,000
1	0,143	4334	0,265
2	0,286	0	0,000
3	0,429	8275	0,505
4	0,571	0	0,000
5	0,714	2779	0,170
6	0,857	0	0,000
7	1,000	996	0,061
Total		16384	1,000

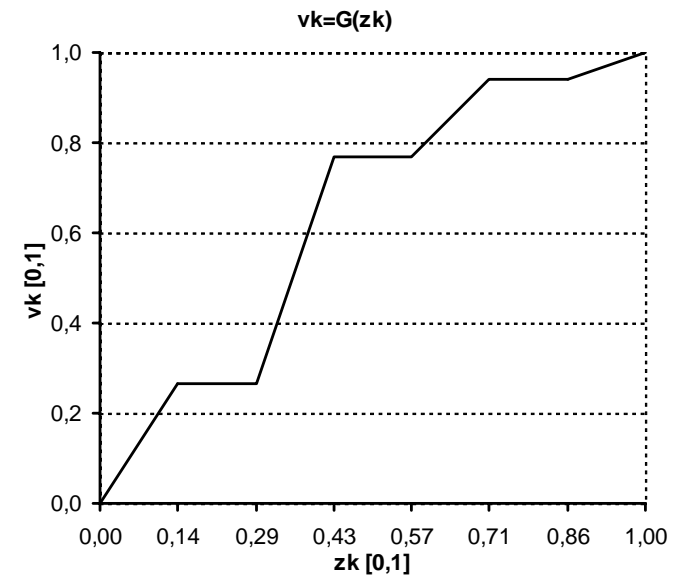


Especificação direta do histograma

• Exercício 2 (cont.)

- Equalização do Histograma Desejado e $G(zk)$

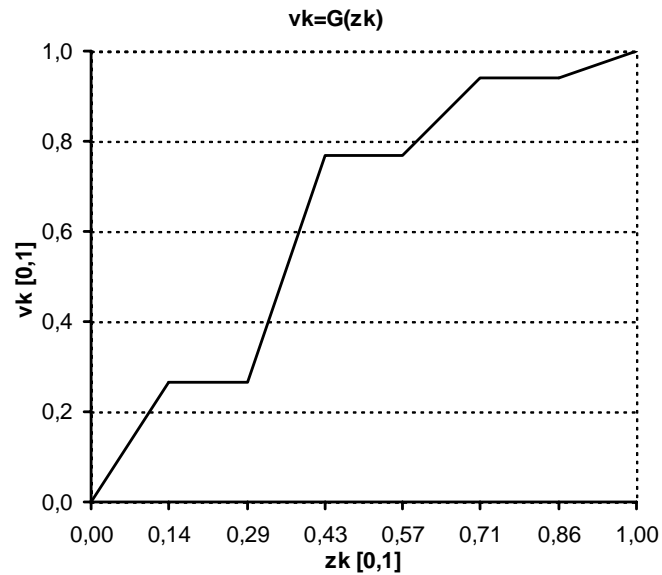
k	zk	nk	pz(zk)
0	0,000	4334	0,265
1	0,143	0	0,000
2	0,286	8275	0,505
3	0,429	0	0,000
4	0,571	2779	0,170
5	0,714	0	0,000
6	0,857	996	0,061
7	1,000	0	0,000
Total		16384	1



Especificação direta do histograma

• Exercício 2 (cont.)

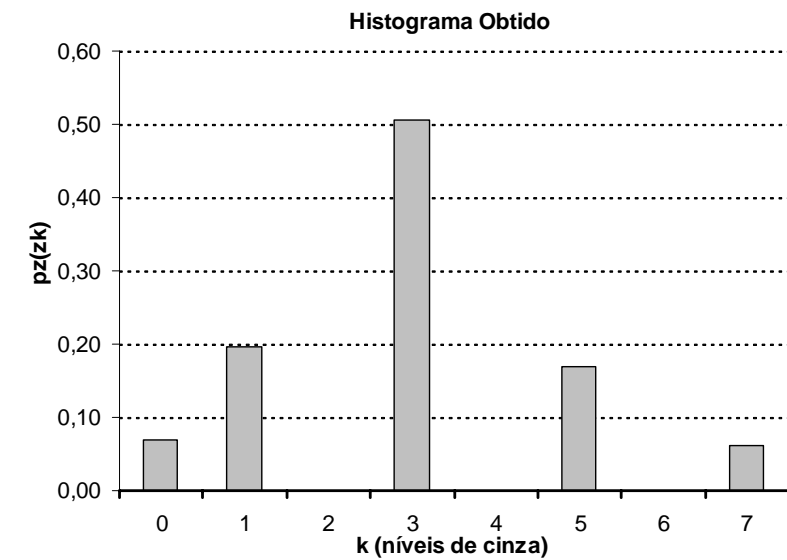
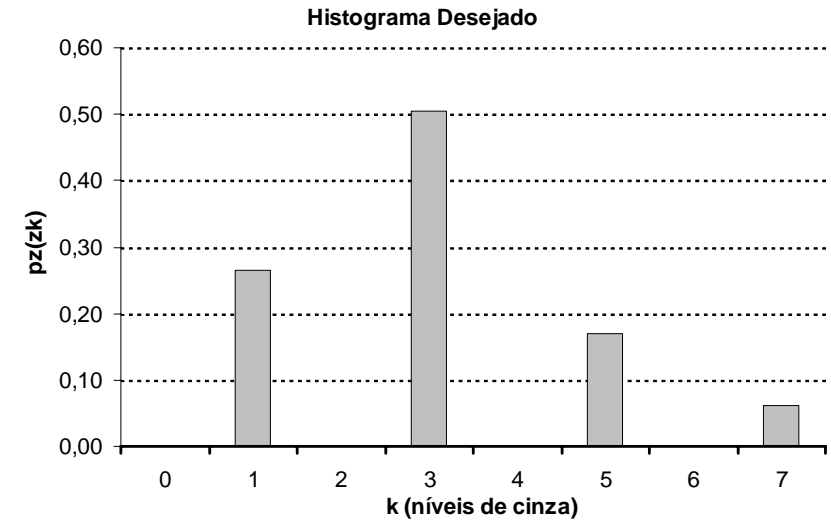
□ $z = G^{-1}(T(rk))$



k	rk	sk	vk=G(zk)	zk
0	0,000	0,068	0,000	0,000
1	0,143	0,265	0,265	0,143
2	0,286	0,561	0,265	0,286
3	0,429	0,770	0,770	0,429
4	0,571	0,891	0,770	0,571
5	0,714	0,939	0,939	0,714
6	0,857	0,972	0,939	0,857
7	1,000	1,000	1,000	1,000

Especificação direta do histograma

• Exercício 2 (cont.)



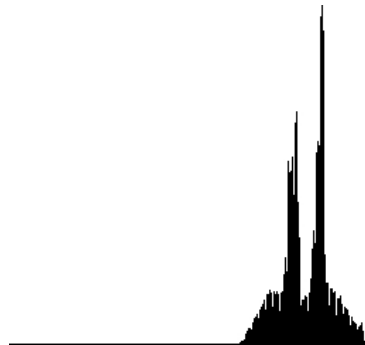
Especificação direta do histograma

- **Exemplo**

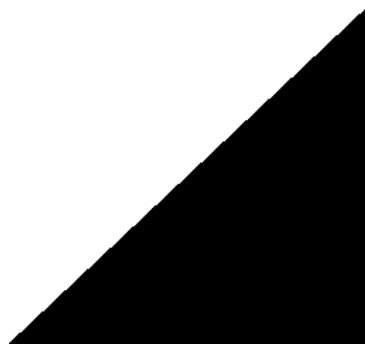
Original



Histograma



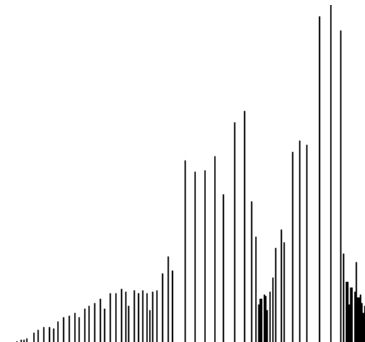
Histograma Desejado



Final



Histograma



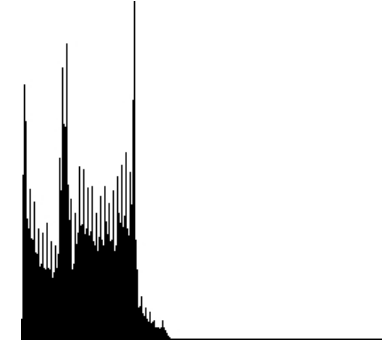
Especificação direta do histograma

- **Exemplo**

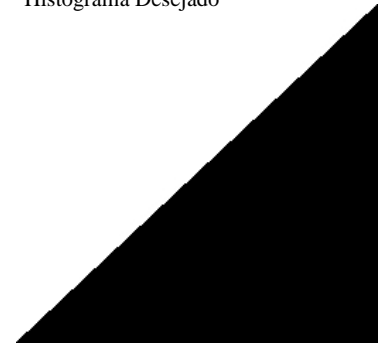
Original



Histograma



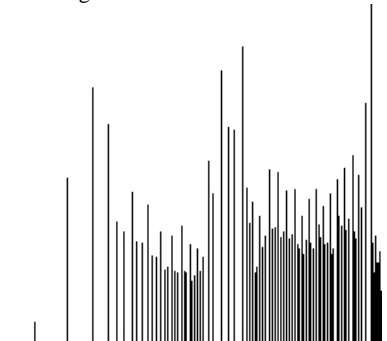
Histograma Desejado



Final



Histograma



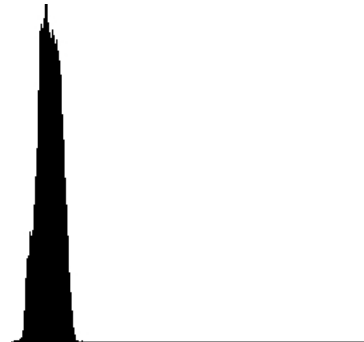
Especificação direta do histograma

- Exemplo

Original



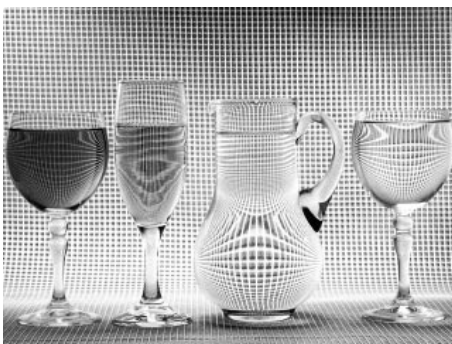
Histograma



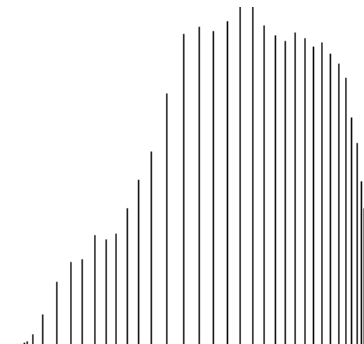
Histograma Desejado



Final



Histograma



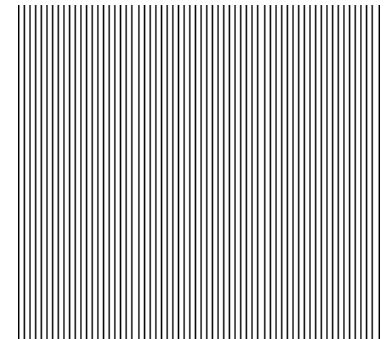
Especificação direta do histograma

- Exemplo

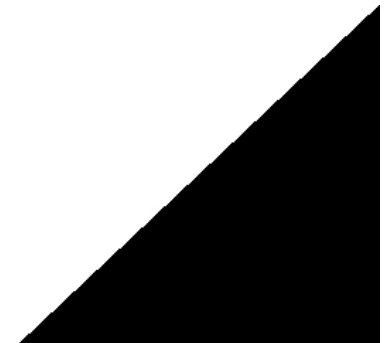
Original



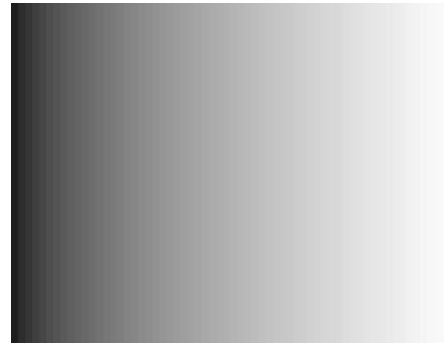
Histograma



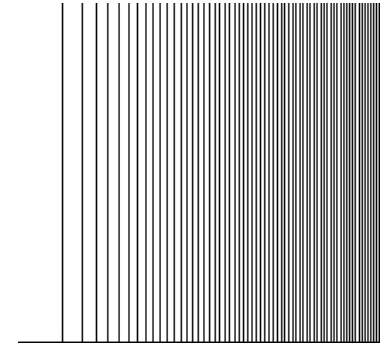
Histograma Desejado



Final



Histograma



Filtragem Espacial

- **Filtros de Suavização**

- Os filtros de suavização (*smoothing*) são utilizados para borrar (tornar menos nítidos os detalhes da imagem) e para a redução de ruído.
- Filtros de suavização são em geral utilizados nas fases iniciais do processamento para remover pequenos detalhes (em geral ruído) e para suavizar pequenas discontinuidades em linhas e curvas existentes.
- Apresentaremos aqui dois tipos de filtros de suavização:
 - Filtro Passa-baixa (filtro linear que atenua as componentes de alta frequência da imagem)
 - Filtro da Mediana (filtro não-linear indicado para a remoção de ruído do tipo cravejado)

Filtragem Espacial

- **Filtro passa-baixa**

- Substituir o valor do pixel pelo valor médio de sua vizinhança
- Exemplos de máscaras

$$\frac{1}{9} \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad \frac{1}{25} \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

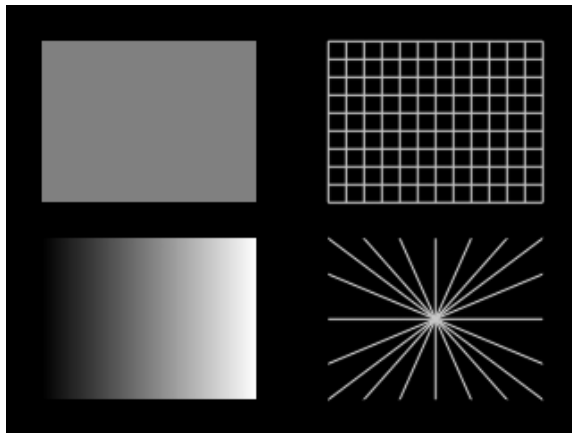
$$\frac{1}{49} \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Filtragem Espacial

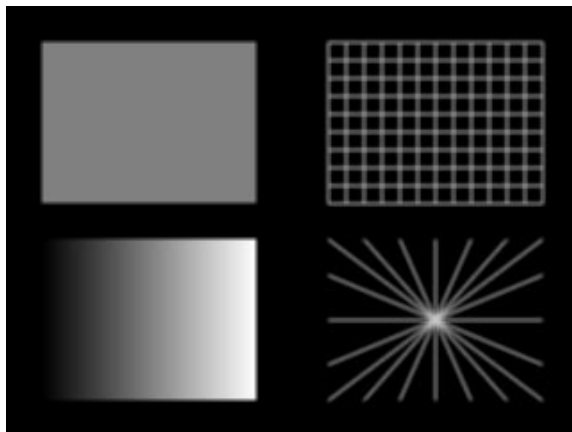
- **Filtro Passa-baixa**

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Original



Filtro Passa-Baixa 3x3



Filtragem Espacial

- **Filtro Passa-baixa**

Original



Filtro Passa-Baixa 3x3



Filtro Passa-baixa 5x5



Filtro Passa-baixa 7x7



Filtro Passa-baixa 9x9



Filtro Passa-baixa 15x15



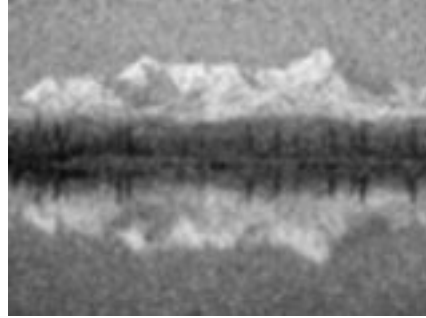
Filtragem Espacial

• Filtro Passa-baixa

Original com ruído



Filtro Passa-baixa 5x5



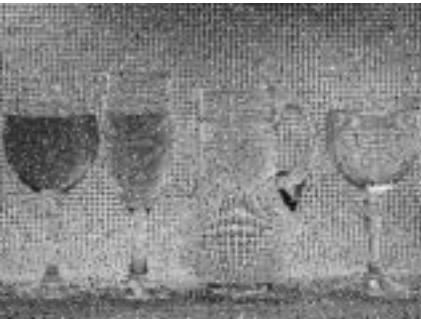
Original com ruído



Filtro Passa-baixa 5x5



Original com ruído



Filtro Passa-baixa 5x5

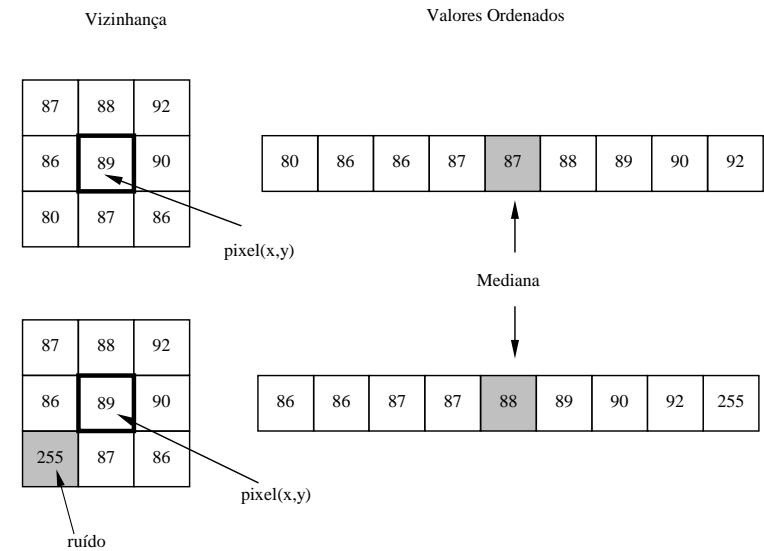


Filtragem Espacial

• Filtro da Mediana

- Substituir o valor do pixel pelo valor da mediana de sua vizinhança.

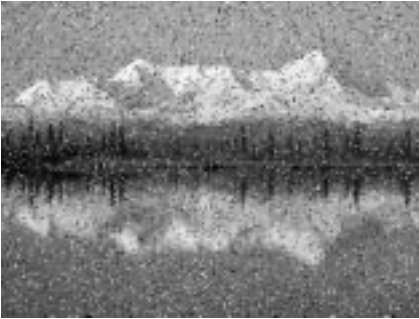
- Exemplo 3x3



Filtragem Espacial

● Filtro da Mediana

Original com ruído



Filtro Mediana 3x3



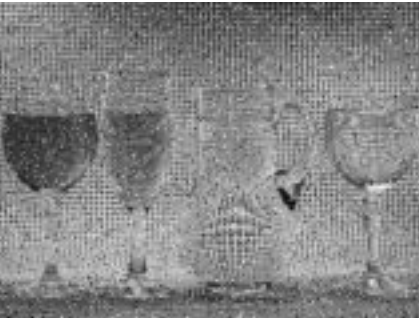
Original com ruído



Filtro Mediana 3x3



Original com ruído



Filtro Mediana 3x3



Filtragem Espacial

● Filtros de Realce

- Os filtros de realce (*sharpening*) são utilizados para realçar detalhes da imagem que se apresentam borrados devido, em geral, ao processo de aquisição.

- Apresentaremos aqui os seguinte tipos de filtros de realce:
 - Filtro Passa-alta (atenua as componentes de baixa frequência da imagem)

 - Filtro da High Boost (amplifica as componentes de alta frequência)

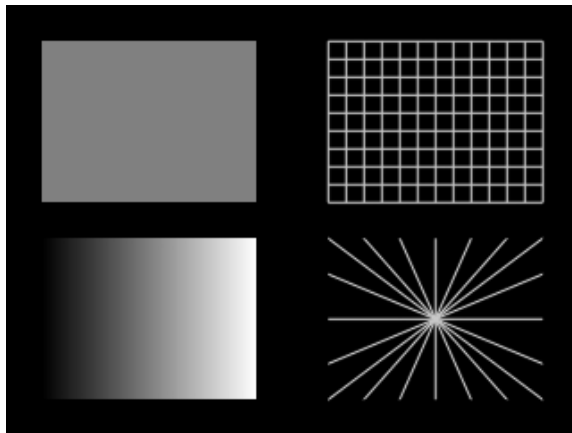
 - Filtro Derivativos:
 - Roberts
 - Prewitt
 - Sobel

Filtragem Espacial

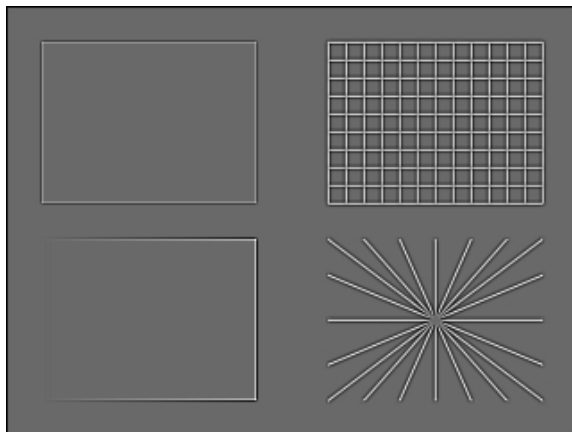
- **Filtro Passa-alta**

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Original



Filtro Passa-Alta



Filtragem Espacial

- **Filtro Passa-alta**

- Observar que o filtro passa-alta elimina o valor DC da imagem reduzindo drasticamente o contraste.

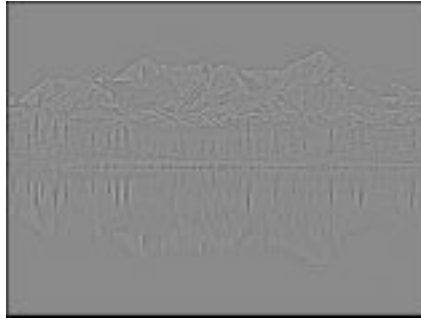
Filtragem Espacial

• Filtro Passa-alta

Original



Filtro Passa-alta



Original



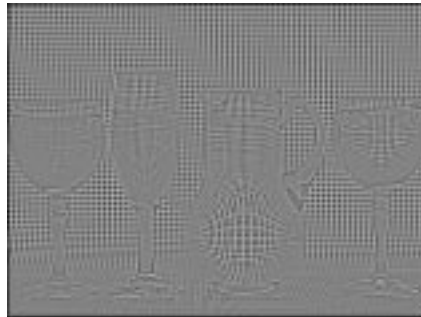
Filtro Passa-alta



Original



Filtro Passa-alta



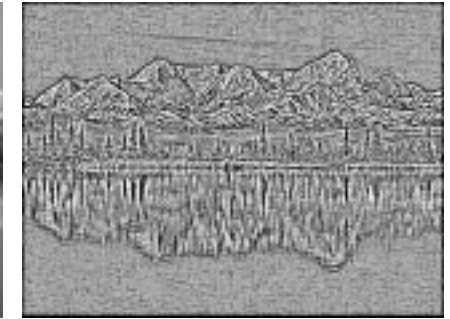
Filtragem Espacial

• Filtro Passa-alta + Equalização Histograma

Original



Passa-alta + Equalização Histograma



Original



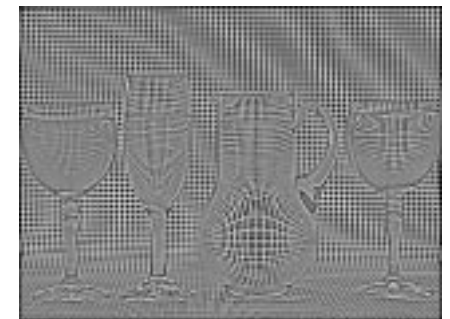
Passa-alta + Equalização Histograma



Original



Passa-alta + Equalização Histograma



Filtragem Espacial

- **Filtro High Boost (realce das altas)**

$$PA = O - PB$$

onde :

O Imagem Original

PB Imagem após filtragem Passa – Baixa

PA Imagem após filtragem Passa – alta

$$HB = A \cdot O - PB$$

$$(A - 1) \cdot O + O - PB$$

$$(A - 1) \cdot O + PA$$

onde :

A Fator de amplificação

O Imagem Original

PB Imagem após filtragem Passa – Baixa

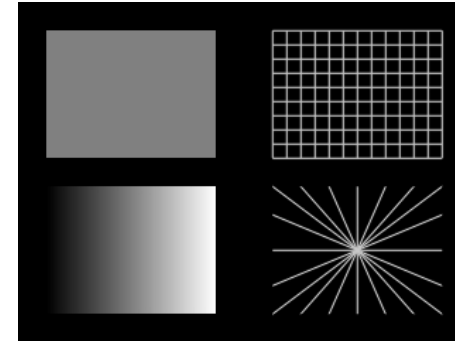
PA Imagem após filtragem Passa – Alta

HB Imagem após filtro High Boost (realce das altas)

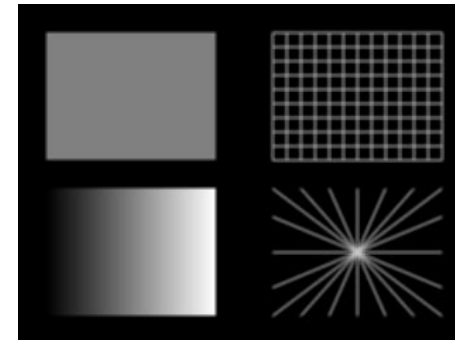
Filtragem Espacial

- **Filtro High Boost**

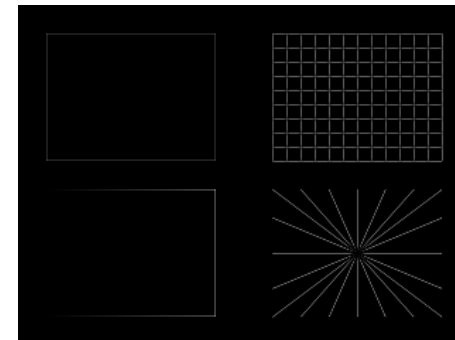
Original



Passa-baixa 3x3



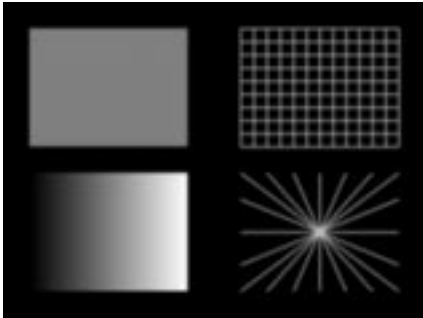
High Boost A=1



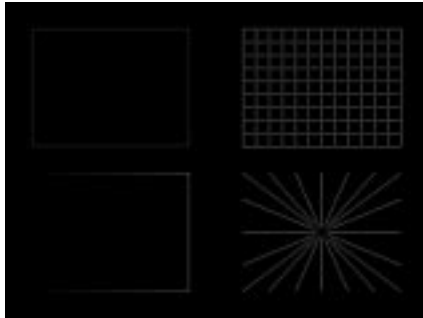
Filtragem Espacial

- **Filtro High Boost**

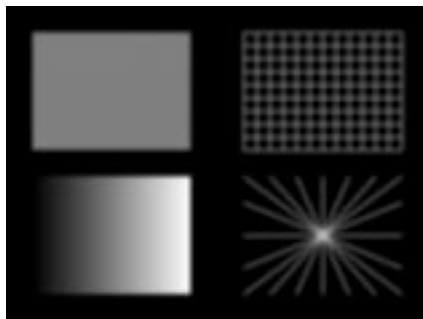
Passa-baixa 3x3



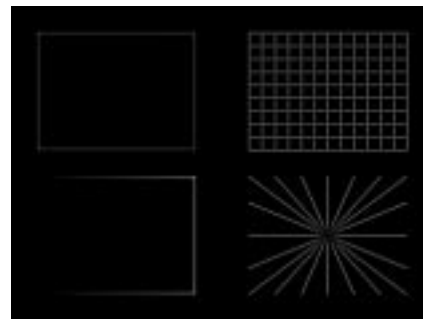
High Boost A=1



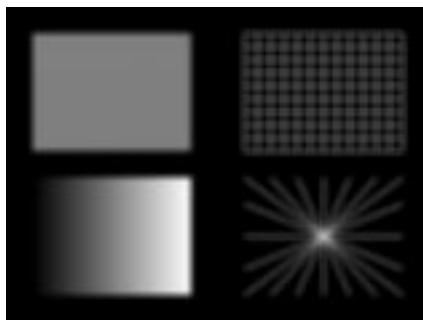
Passa-baixa 5x5



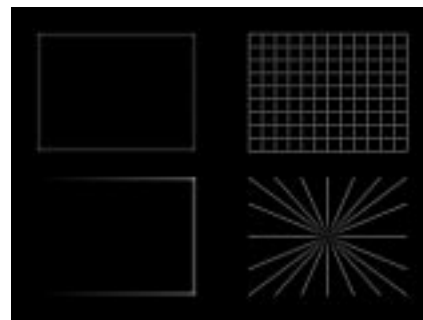
High Boost A=1



Passa-baixa 7x7



High Boost A=1



Filtragem Espacial

- **Filtro High Boost**

Original



High Boost (5x5 A=1)



Original



High Boost (5x5 A=1)



Original



High Boost (5x5 A=1)



Filtragem Espacial

• Filtro High Boost + Equalização de Histograma

Original



High Boost (5x5 A=1) + Equ. Histograma



Original



High Boost (5x5 A=1) + Equ. Histograma



Original



High Boost (5x5 A=1) + Equ. Histograma



Filtragem Espacial

• Filtro Derivativos

- Fazer a média dos valores dos pixels tende a tornar menos nítidos os detalhes da imagem (borrar a imagem). Este processo é análogo à integração.
- O processo inverso ao da integração é a diferenciação.
- O método mais tradicional de diferenciação de uma imagem é o gradiente:

$$\nabla f = \begin{pmatrix} \left(\frac{\partial f}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right) \end{pmatrix}$$

Onde :

$f(x,y)$ é a função imagem

A magnitude deste vetor é dada por :

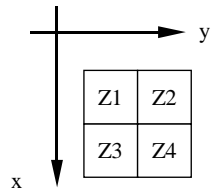
$$\nabla f = \text{mag}(\nabla f) = \left(\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

Filtragem Espacial

• Filtro Derivativos

- O valor da magnitude do gradiente pode ser aproximado por vários métodos:

- Método 1:



$$\nabla f \approx \left[(Z_1 - Z_3)^2 + (Z_1 - Z_2)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

Ou ainda :

$$\nabla f \approx |Z_1 - Z_3| + |Z_1 - Z_2|$$

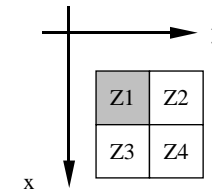
- Máscara

1	0	1	-1
-1	0	0	0

Filtragem Espacial

• Filtro Derivativos

- Roberts



$$\nabla f \approx |Z_1 - Z_4| + |Z_2 - Z_3|$$

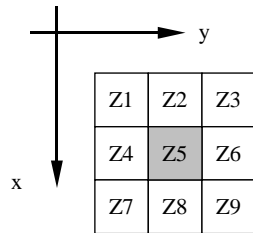
- Máscara

1	0	0	1
0	-1	-1	0

Filtragem Espacial

- Filtro Derivativos

- Prewitt



$$\nabla f \approx |(Z_7 + Z_8 + Z_9) - (Z_1 + Z_2 + Z_3)| + |(Z_3 + Z_6 + Z_9) - (Z_1 + Z_4 + Z_7)|$$

- Máscara

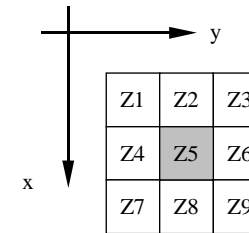
-1	-1	-1
0	0	0
1	1	1

-1	0	1
-1	0	1
-1	0	1

Filtragem Espacial

- Filtro Derivativos

- Sobel



$$\nabla f \approx |(Z_7 + 2Z_8 + Z_9) - (Z_1 + 2Z_2 + Z_3)| + |(Z_3 + 2Z_6 + Z_9) - (Z_1 + 2Z_4 + Z_7)|$$

- Máscara

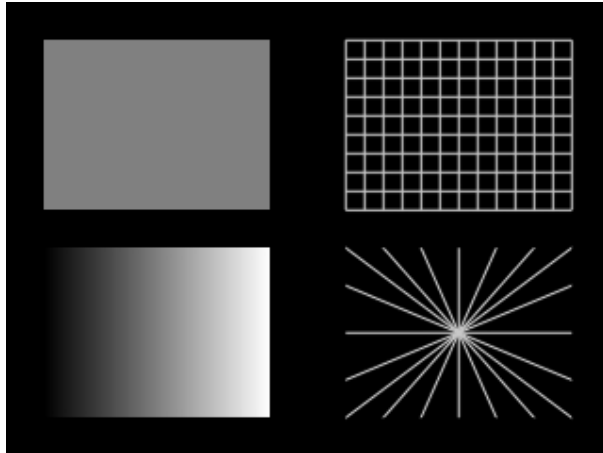
-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

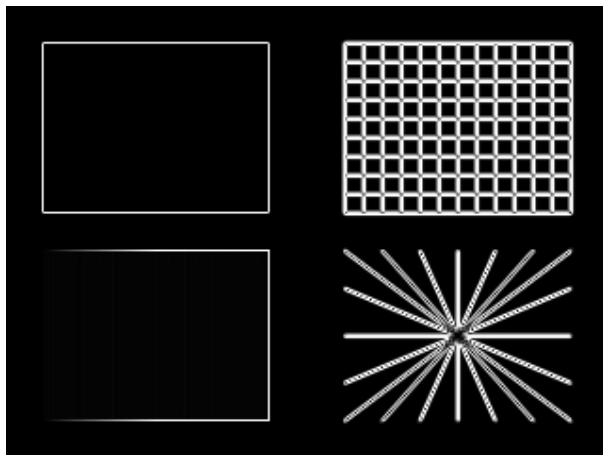
Filtragem Espacial

- **Filtro Roberts**

Original



Roberts



Filtragem Espacial

- **Filtro Roberts**

Original



Roberts



Original



Roberts



Original



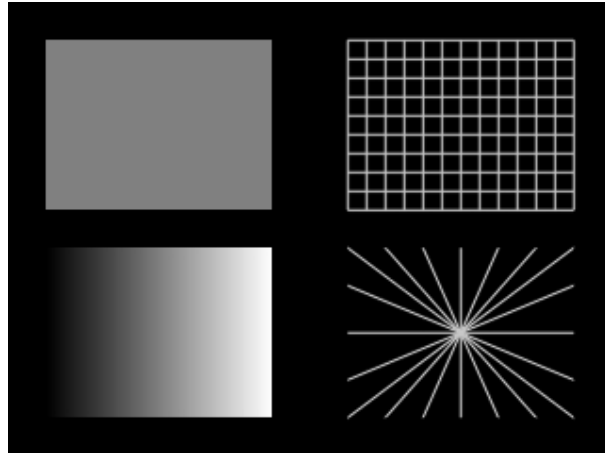
Roberts



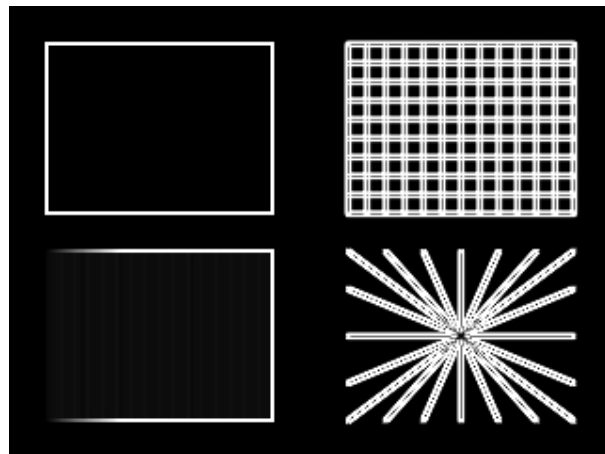
Filtragem Espacial

- **Filtro Prewitt**

Original



Prewitt



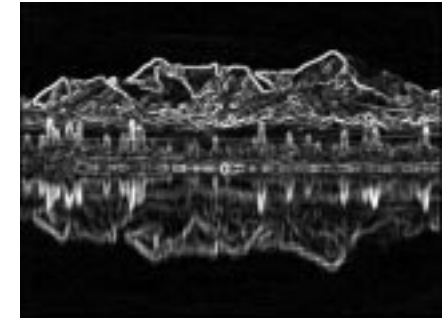
Filtragem Espacial

- **Filtro Prewitt**

Original



Prewitt



Original



Prewitt



Original



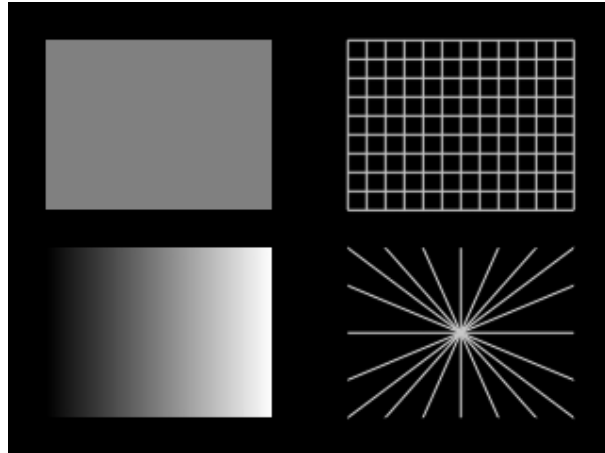
Prewitt



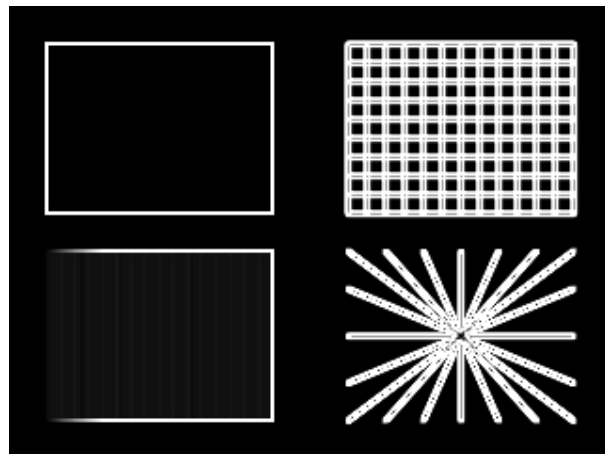
Filtragem Espacial

- Filtro Sobel

Original



Sobel



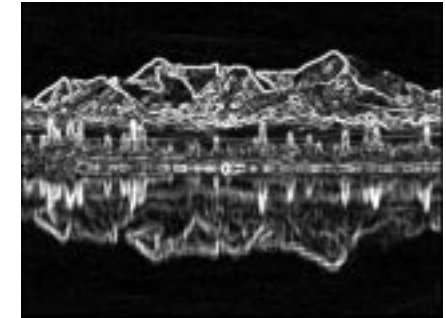
Filtragem Espacial

- Filtro Sobel

Original



Sobel



Original



Sobel



Original



Sobel

