UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
EE882 – LABORATÓRIO DE COMUNICAÇÕES I

Experimento 1: Espectro de Frequência

Gustavo Fraidenraich, Levy Boccato, Max Henrique Machado Costa, Michel Daoud Yacoub

2º Semestre de 2018

Parte Teórica

1 Introdução

Os sinais elétricos, como tensão e corrente, são grandezas descritas em termos de amplitude, tempo e frequência. A representação destes sinais pode ser feita tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. A análise espectral, baseada em séries e transformadas de Fourier, é uma ferramenta muito importante em engenharia de comunicações. A série de Fourier lida com sinais periódicos, enquanto a transformada de Fourier lida com sinais não-periódicos. Neste experimento, serão analisados sinais periódicos.

2 Série de Fourier

Seja $v(t)$ um sinal com período T_0. Sua representação em série de Fourier é dada por

$$v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|C_n| \cos\left(2\pi n f_0 t + \phi_n\right) \tag{1}$$

em que $f_0 = \frac{1}{T_0}$ e

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t}\, \mathrm{d}t \tag{2}$$

$$\phi_n = \angle C_n = -\arctan\left(\frac{\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} v(t)\sin(2\pi n f_0 t)\,\mathrm{d}t}{\int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} v(t)\cos(2\pi n f_0 t)\,\mathrm{d}t}\right) \tag{3}$$

para $n \in \mathbb{N}$.

Uma forma alternativa de representação em série de Fourier é dada pela seguinte expressão:

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[a_n \cos(2\pi n f_0 t) + b_n \sin(2\pi f_0 t)\right] \tag{4}$$

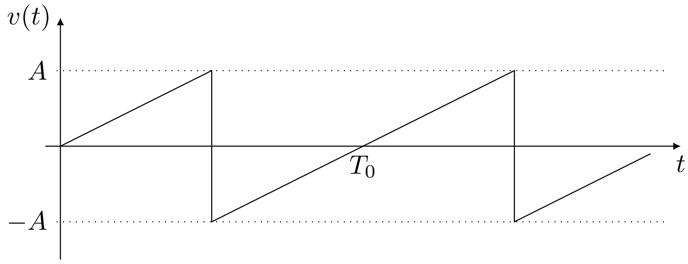
em que

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} v(t)\,\mathrm{d}t \tag{5}$$

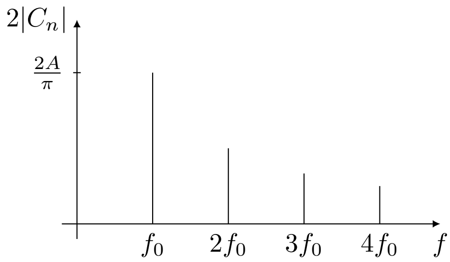
$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} v(t)\cos(2\pi n f_0 t)\,\mathrm{d}t \tag{6}$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} v(t)\sin(2\pi n f_0 t)\,\mathrm{d}t \tag{7}$$

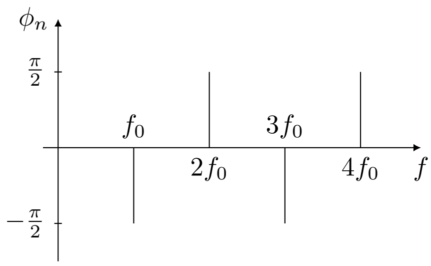
Assim, um sinal periódico no tempo é completamente caracterizado pela amplitude e fase de cada uma de suas harmônicas, isto é, de suas componentes espectrais situadas nas frequências nf_0 ($n = 0, 1, 2, \ldots$). A fig. 1 ilustra uma onda do tipo dente de serra nos domínios do tempo e da frequência.



(a) Onda dente de serra no domínio do tempo.



(b) Espectro unilateral de magnitude.



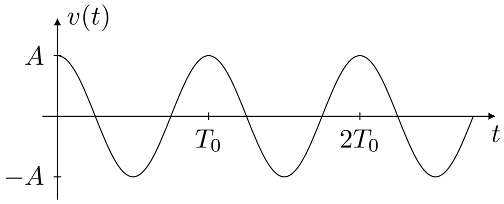
(c) Espectro unilateral de fase.

Figura 1: Onda dente de serra nos domínios do tempo e da frequência.

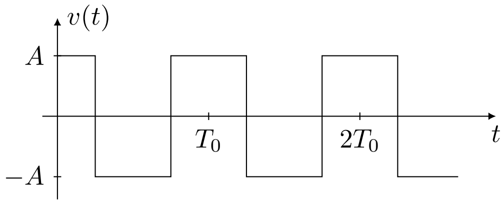
A fig. 2 mostra outras formas de onda e suas representações em termos da série de Fourier. Caso uma onda periódica satisfaça a relação

$$v(t) = -v\left(t + \frac{T_0}{2}\right) \tag{8}$$

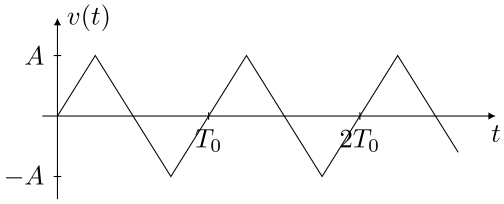
então tal onda não possui as harmônicas pares. Observe que este é precisamente o caso da onda quadrada e da onda triangular.



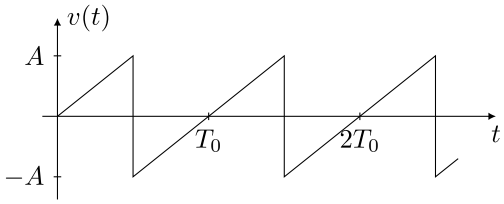
$$v(t) = Acos(\omega_0 t)$$



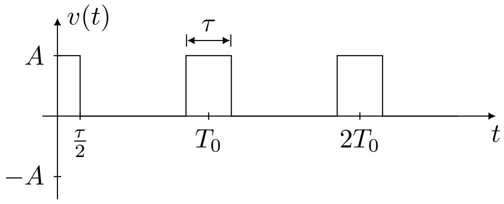
$$v(t) = \frac{4A}{\pi}\left[\cos(\omega_0 t) - \frac{1}{3}\cos(3\omega_0 t) + \ldots\right]$$



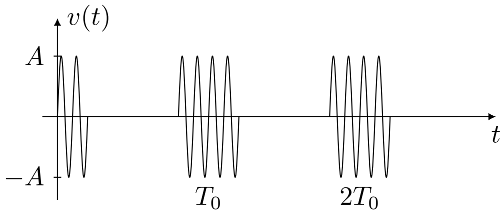
$$v(t) = \frac{8A}{\pi^2}\left[\sin(\omega_0 t) - \frac{1}{3^2}\sin(3\omega_0 t) + \ldots\right]$$



$$v(t) = \frac{2A}{\pi}\left[\sin(\omega_0 t) - \frac{1}{2}\sin(2\omega_0 t) + \ldots\right]$$



$$v(t) = \frac{A\tau}{T_0} + \frac{2A\tau}{T_0}\left[\begin{array}{l} \mathrm{sinc}\left(\frac{\tau}{T_0}\right)\cos(\omega_0 t) + \\ +\,\mathrm{sinc}\left(\frac{2\tau}{T_0}\right)\cos(2\omega_0 t) + \ldots \end{array}\right]$$



$$v(t) = \frac{16A}{\pi}\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{63}\sin(\omega_0 t) + \frac{1}{55}\sin(3\omega_0 t) + \\ -\frac{1}{39}\sin(5\omega_0 t) + \frac{1}{15}\sin(7\omega_0 t) + \\ -\frac{\pi}{32}\sin(8\omega_0 t) + \frac{1}{17}\sin(9\omega_0 t) + \\ -\frac{1}{57}\sin(11\omega_0 t) + \frac{1}{105}\sin(13\omega_0 t) + \\ -\frac{1}{161}\sin(15\omega_0 t) + \ldots \end{array}\right]$$

Figura 2: Sinais periódicos com suas respectivas representações em série de Fourier.

Parte Prática

Utilize um gerador de funções para gerar as formas de onda apropriadas. Utilize o osciloscópio para a análise dos sinais no domínio do tempo. Utilize um analisador de espectro para a análise destes mesmos sinais no domínio da frequência. A conexão da saída do gerador de funções para a entrada do osciloscópio deve ser feita através de um casador de impedância (*feed-through*) de 50 Ω. A conexão da saída do gerador de funções para a entrada do analisador de espectro é direta. Analise os sinais no tempo e na frequência de forma separada.

1 Onda Senoidal

Ajuste, pelo osciloscópio, uma onda senoidal produzida pelo gerador Agilent 33220A em torno de 0,1 V de pico e frequência f_0 de 100 kHz. Observe o sinal no osciloscópio e depois no analisador de espectro. Para este último, faça os seguintes ajustes:

- No menu FREQUENCY, pressione a opção CENTER e digite o valor adequado (100 kHz).
- Em seguida, escolha no campo SPAN um valor apropriado.
- Ajuste no menu AMPLITUDE o campo SCALE TYPE como linear. No campo Y-AXIS escolha a opção [V]. No campo REF LEVEL, digite um valor (teto) adequado para uma boa observação espectral.
- No menu PEAK SEARCH acione o marcador na primeira harmônica.
- Verifique ainda no menu BW/AVG se a banda de resolução é adequada, bem como o tempo de varredura.

Visualize o sinal no analisador de espectro utilizando as seguintes escalas verticais:

- Y-AXIS em [V];
- Y-AXIS em [W];
- Y-AXIS em [dBm];
- Y-AXIS em [dBµV].

Justifique os valores declarados pelo marcador, fazendo uma comparação com os valores esperados teoricamente.

2 Onda Quadrada

Selecione no gerador de funções uma onda quadrada de 0,1 V de pico e frequência 100 kHz. Observe a onda no osciloscópio e depois no analisador de espectro. Faça a medição apenas na escala linear (Y-AXIS em [V]). Utilize SPAN de 2 MHz e CENTER de 1 MHz. Meça a magnitude das harmônicas até 2 MHz com auxílio do cursor. Antes, faça os ajustes para uma melhor visualização espectral. Faça uma tabela comparando os valores práticos com os teóricos e comente. **Guarde esta tabela para uso posterior.**

Repita o procedimento para uma onda quadrada de frequência de 2 MHz. Utilize SPAN e CENTER apropriados para medir 10 harmônicas ímpares.

3 Onda Triangular

Selecione no gerador de funções uma onda triangular de 0,1 V de pico e frequência 10 kHz. Meça a magnitude das harmônicas até 200 kHz. Faça uma tabela comparando os valores práticos com os teóricos e comente. **Guarde esta tabela para uso posterior.**

Repita o procedimento para uma onda triangular de frequência de 100 kHz.

4 Pulsos

Selecione no gerador de funções uma onda tipo pulso de 0,1 V e frequência 100 kHz. Faça o fator de ocupação (duty cycle) igual a 10%. Avalie os tempos τ e T_0 no osciloscópio. Meça, então, a magnitude das harmônicas até 1 MHz no analisador de espectro. Compare os resultados medidos com a teoria e comente. Altere adequadamente a CENTER FREQ e o SPAN, com o intuito de observar a função sinc (ou sampling). Interprete o resultado e comente o que está ocorrendo. Se o duty cycle for igual a 20%, o que se espera? E se for 50%? E se for 90%? Verifique estes casos na prática.

5 Distorção no Cruzamento do Zero

Monte o circuito da fig. 3. Observe que o resistor de 50 Ω indicado na figura corresponde ao cabo coaxial com o conector *feed-through* (no caso do osciloscópio) ou com o próprio resistor interno de entrada (no caso do analisador de espectro).

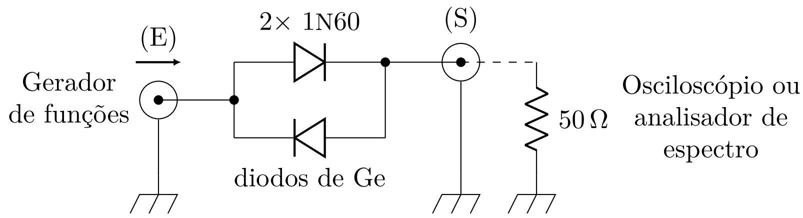


Figura 3: Circuito com distorção cross-over.

Gere uma tensão senoidal de 1 MHz e aplique ao circuito. Anote a forma de onda na saída, bem como o espectro obtido, para três valores de amplitudes (declaradas no gerador): 0,25 V, 0,5 V e 1,0 V. Obtenha, para os três casos, a distorção harmônica total (DHT) percentual, em relação à onda senoidal "pura," utilizando a relação:

$$\text{DHT} = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \ldots + A_n^2}}{A_1} \tag{9}$$

em que A_1 é a amplitude da componente fundamental (em 1 MHz) e $A_2, A_3, \ldots, A_n$ são as amplitudes das harmônicas.

Avalie a distorção até 10 MHz, pelo menos. Compare os três casos investigados e comente.

O valor teórico da distorção harmônica de uma onda quadrada é dado por $\sqrt{\frac{\pi^2}{8} - 1}$ (Como foi obtido esse valor teórico?). Idealmente, a distorção harmônica da onda quadrada independe da frequência utilizada. Na prática, isso pode não ser verdade. Por quê? Utilize as tabelas da seção 2 e calcule a distorção harmônica para as duas frequências. Compare com o valor teórico e comente os resultados.

Meça a distorção harmônica de uma onda triangular. Compare com o valor teórico de $\sqrt{\frac{\pi^4}{96} - 1}$. Como antes, esse valor teórico independe da frequência. Utilize as tabelas da seção 3 e calcule a distorção harmônica para as duas frequências.