

# Estudo do Mecanismo de Locomoção Para Um Caso Prático de Animats - Peixes

IA889A - Sistemas de Cognição Artificial  
Antonio Gilberto de Moura - RA:931943

## Abstract

This paper studies the problem of creating artificial fish for real-time interactive virtual world as an autonomous agent. It presents some related previous studies and give an implementation with some new approaches for a quickly calculation. It is used a simple, two-part model of the locomotion of slender-bodied aquatic animals: kinematics addressing the body deformation and dynamics addressing the parameters that controls how the fish model moves.

## 1 Introdução

Uma parte fundamental e presente em qualquer arquitetura para desenvolvimento de animats (criaturas artificiais dotadas de certo grau de cognição) são os chamados módulos motores. Neste trabalho será apresentado um exemplo prático de como conseguir o módulo motor para um animat específico: peixes.

Como é esperado, a maior parte das pesquisas em desenvolvimento de mecanismos motores para animats, e em animação de locomoção, recaem sobre criaturas dotadas de pernas. Sun e Metaxas [SUN 2001] apresentaram uma revisão da pesquisa na área, incluindo estudos cinemáticos e dinâmicos. Mais relacionado com o estudo de peixes pode ser citado como de relevante interesse, e iniciador de uma linha de desenvolvimento, o trabalho de Miller [MILLER 1988] que modelou a locomoção de cobras e minhocas utilizando sistemas massa-mola. No sistema de Miller as contrações musculares são simuladas variando-se as tensões das molas.

Baseando-se na representação muscular massa-mola proposta por Miller, Terzopoulos e Tu [TERZOPOULOS 1994] apresentaram um artigo, considerado um dos mais importantes no desenvolvimento da locomoção de animats-peixes, onde os movimentos ondulatórios responsáveis pela movimentação dos peixes são

representados através de sistema massa-mola. O trabalho de Terzopoulos e Tu vai além do levantamento necessário para a locomoção de peixes, eles apresentam um framework completo para animação de peixes que inclui modelos de locomoção e comportamento. No modelo de Terzopoulos e Tu (como no modelo de Miller) as contrações musculares são simuladas alterando o comprimento de descanso das molas-músculos. As contrações são governadas por controles motores (motor controllers) que tem os drivers no modelo comportamental. A força de propulsão gerada pela ação dos músculos permite aos peixes virtuais agirem como agentes autônomos.

O modelo de Terzopoulos embora bastante completo e abrangente é de difícil implementação prática pois depende de uma convergência rápida de equações diferenciais para que a animação obtida consiga levar o observador à uma grande sensação de realidade. Gates [GATES 2001] apresenta um sistema de animação bastante simples para representar a cinemática da movimentação de peixes, bem como os cálculos básicos necessários para se tirar da movimentação conseguida a dinâmica que vai possibilitar a movimentação do peixe no meio em que ele está inserido. Gates toma como ponto de partida citações tanto de Miller quanto de Terzopoulos, e também se baseia na literatura etológica sobre movimentações de peixes, para concluir que a movimentação dos peixes garante ao corpo desses uma forma senoidal. Dessa forma Gates modela a movimentação dos peixes através de uma onda senoidal espacial que percorre a coluna vertebral de um peixe cunifome.

Stephens e Wardhani [STEPHENS 2003] utilizam-se do modelo de Gates e apresentam uma arquitetura e sua implementação para simular um peixe autônomo, adicionando módulos comportamental, mental e motivacional ao agente.

O corrente trabalho apresenta uma revisão bibliográfica dos autores citados e também apresenta um implementação baseada no modelo de Gates que foi utilizada para se conseguir a animação de um peixe autônomo. Como contribuição da implementação apresentada podem ser citadas aproximações dinâmicas utilizadas para facilitar os cálculos envolvidos, sem perda de realismo, além de um sistema capaz de transportar as variáveis obtidas em simulação para um mesh 3D desenvolvido separadamente.

## 2 Criaturas de Miller

Miller [MILLER 1988] modelou a musculatura de minhocas e cobras como sendo um sistema massa-mola onde a ondulação necessária ao movimento é obtida através de contração dos músculos-molas existentes. Para que a movimentação ocorra é necessário adicionar a condição de contorno de que as partes em contato com o solo não sofram movimentação para traz (não retornem). Chega-se então a um modelo 1D simples (figura 1) que leva a um sistema simples de equações diferenciais: as equações de Lagrange para movimentação.

Fig.1 - Caso 1D: Massas ligadas por molas



$$f = k (L - l) - D \frac{dl}{dt}$$

$k$  - constante da mola

$L$  - comprimento de repouso (menor energia)

$l$  - comprimento atual da mola

$D$  - fator de amortecimento

As equações de Lagrange são de solução simples e não necessitam de grande poder computacional, mas elas não possuem uma convergência rápida para uma solução o que inviabiliza a sua utilização em ambientes de simulação real-time. Dado o problema de convergência com as equações de Lagrange, Miller propõe que seja utilizado o sistema de integração implícita de Euler para a resolução do sistema (figura 2). Nesse sistema a posição do ponto  $i$  no instante  $n+1$  pode ser calculada como função da posição do ponto  $i$  no instante  $n$  e da velocidade no instante  $n+1$ , sendo a velocidade no instante  $n+1$  calculada como função da velocidade no instante  $n$  e da somatória de todas as forças (devido as molas) agindo no ponto  $i$  no instante  $n$ .

Fig. 2 - Esquema de integração implícita de Euler



$$\mathbf{v}_i^{n+1} = \mathbf{v}_i^n + \mathbf{F}_i^n \frac{dt}{m}$$

$$\mathbf{x}_i^{n+1} = \mathbf{x}_i^n + \mathbf{v}_i^{n+1} dt$$

Miller parte então para o modelamento 3D de suas criaturas, onde cada anel do corpo da criatura é modelado como um cubo sendo cada vértice correspondente a uma massa e cada aresta a uma mola, molas adicionais são adicionadas na diagonal de cada face (figura 3). Esse modelo pode ainda ter uma rápida convergência de solução utilizando o sistema de integração implícito de Euler, adicionando apenas mais complexidade e exigência computacional.

Fig. 3 - Criaturas de Miller

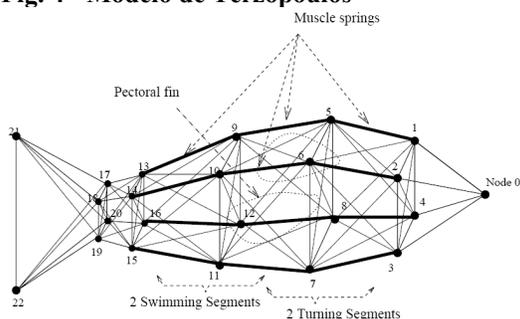


Para modelar a movimentação ondulatória de uma minhoca são sistematicamente contraídos e distendidos os músculos-molas inferiores e superiores (quando um é contraído o outro é distendido) criando-se um perfil ondulatório senoidal vertical. Já para modelar a movimentação ondulatória de uma cobra são sistematicamente contraídos e distendidos os músculos-molas do lado esquerdo e do lado direito da criatura (também de forma inversa) criando-se um perfil ondulatório senoidal horizontal. Em ambos os casos a movimentação é conseguida através de fricção direcional, ou seja, não permitindo que segmentos em contato com o solo retornem.

### 3 Modelo de Terzopoulos para musculatura de peixes

Baseado no modelo de Miller, Terzopoulos [TERZOPOULOS 1994] propôs uma musculatura para peixes formando um sistema massa-mola onde cada segmento do peixe é um cubo com massas nos vértices e molas nas arestas e diagonais. Chega-se assim a um modelo formado por 23 nós (massas) ligadas por molas (figura 4). Nesse modelo é característica de um determinado peixe (indivíduo) o valor atribuído para as massas, o valor da constante de cada mola (força do músculo em questão) e a constante de amortecimento de cada par massa-mola. Peixes de uma mesma espécie possuem características semelhantes com uma certa variabilidade.

Fig. 4 - Modelo de Terzopoulos



Os músculos (molas) quer forma o modelo podem ser divididos em dois conjuntos distintos: 12 músculos controlados de forma autônoma pelo peixe (12 molas laterais de cada segmento, em negrito na figura 4) e os demais músculos que apenas reagem (não são controlados de forma voluntária pelo peixe) utilizados para manter a estrutura. Desta forma o peixe pode testar e aprender o que a combinação de contração e distensão dos seus músculos controláveis pode causar. A mecânica envolvida pode ser dada pelo sistema de equações de Lagrange aplicado a cada nó  $i$  (figura 5). Embora simples as equações de Lagrange não podem ser utilizadas na resolução de animações de tempo real devido ao problema de convergência indicado por Miller, utiliza-se então o sistema de integração implícito de Euler. A integração implícita de Euler para o sistema proposto leva a um conjunto muito grande de equações mas esse conjunto pode ser computacionalmente

solucionado em tempo hábil para garantir o realismo necessário.

Fig. 5 - Equações de Lagrange

$$m_i \frac{d^2x_i}{dt^2} + \rho_i \frac{dx_i}{dt} - w_i = f_i^w \quad i = 0, \dots, 22$$

$m_i$  - massa do nó  $i$

$x_i(t) = [x_i(t), y_i(t), z_i(t)]$  - posição do nó  $i$

$\frac{dx_i}{dt}$  - velocidade

$\frac{d^2x_i}{dt^2}$  - aceleração

$\rho_i$  - fator de amortecimento da mola

$w_i$  - somatória das forças internas no nó  $i$

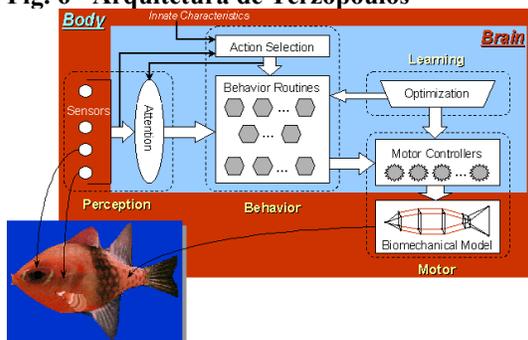
$f_i^w$  - força externa (hidrodinâmica) no nó  $i$

Observa-se no modelo a existência de dois segmentos de orientação (anterior e posterior) e dois segmentos de natação (anterior e posterior), verificando-se que o segmento posterior de orientação também é o próprio segmento anterior de natação. Ondulações do peixe garantem o deslocamento de uma massa de água com conseqüente deslocamento do momento, pela lei de conservação de momento do sistema o momento do peixe deve ser alterado sendo esta alteração aplicada ao centro de massa do peixe. Como a movimentação dos segmentos de natação provocam o deslocamento da calda, o controle dos músculos desses segmentos garantem a força necessária para a movimentação do peixe. O centro de massa do peixe recai entre os segmentos de orientação e sendo o momento resultante no peixe aplicado nesse ponto, alterações nos músculos dos segmentos de orientação ditam para que sentido o peixe se movimentará.

### 4 “Motor Controllers” no modelo de Terzopoulos

No artigo de Terzopoulos de 1994 ele não apresenta de forma direta a arquitetura que está utilizando para o seu animat, fazendo isso apenas de forma indireta através da citação dos módulos que compõem o seu modelo. Um esboço dessa arquitetura pode ser obtida em trabalhos posteriores como no artigo em que analisa as formas de visão possíveis de se trabalhar com um animat [TERZOPOULOS 1997], sendo esta arquitetura apresentada figura 6.

**Fig. 6 - Arquitetura de Terzopoulos**



Nesse modelo é observada a existência de controladores motores (motor controllers) que são módulos que controlam determinados músculos do modelo para obter uma determinada ação, desprendendo dessa forma o peixe de ter que controlar cada um dos seus músculos. Os principais motor controllers seriam: Swim-MC que produz movimentação em linha reta, Left-turn-MC que produz curvas para a esquerda e o Right-turn-MC que produz curvas para a direita.

#### **Swim-MC(speed) → {r1, s1, r2, s2 }**

Converte o parâmetro de velocidade de natação (desejado pelo peixe) em parâmetros de controle: amplitude de deslocamento e frequência de oscilação para os segmentos anteriores (r1,s1) e posteriores (r2,s2). Experimentalmente chega-se então a 4 parâmetros que garantem uma velocidade máxima para um determinado peixe (com determinadas características de distribuição de massa e fatores de amortecimento) em um determinado meio líquido (devido principalmente à viscosidade do líquido): r1m, s1m, r2m e s2m. Consegue-se então variar a velocidade de 0 até a máxima alterando-se os parâmetros (por exemplo um peixe lento pode ser obtido com {0.8r1m,s1m,0.7r2m,s2m}).

#### **Turn-MC(ângulo) → {r0, s0, r1, s1 }**

Converte um ângulo de giro desejado pelo peixe em 4 parâmetros de controle (para os segmentos 0 e 1). Através de experimentação chega-se a valores que possibilitam ao animat realizar rotações que pareçam naturais de 30, 45, 60 e 90 graus. Interpolação desses valores chaves possibilitam qualquer valor de giro menor que 90 graus e valores maiores que 90 graus são composições em sequência de giros.

A literatura etológica (ver [Wilson 1985]) apresenta que a maioria dos peixes utilizam as nadadeiras peitorais para movimentos verticais e horizontais suaves. As nadadeiras peitorais podem ficar junto ao corpo para aumentar a velocidade reduzindo o atrito ou ficarem abertas aumentando o atrito e servindo como freio. Muitos peixes de recife utilizam as nadadeiras peitorais para controle fino de movimentação (inclusive com movimento reverso).

Como observado na figura 4, no modelo de Terzopoulos as nadadeiras peitorais estão dispostas no segmento comum entre os segmentos de natação e segmentos de orientação, agindo tanto na velocidade como na direção do movimento, portanto um controle motor para movimentos finos pode ser criado agindo sobre as nadadeiras peitorais, ou seja, sobre os músculos do segmento comum.

## **5 Modelo Motor de Gates e Stephens**

Gates [GATES 2001] se baseou nas descrições de Miller e de Terzopoulos de que seus modelos adquirem uma forma senoidal ao testarem os músculos que garantem a movimentação, bem como na literatura etológica sobre peixes que garantem a mesma afirmação, para propor um novo modelo para a cinemática envolvida com a animação de peixes: representar a ondulação do peixe por uma onda senoidal espacial viajando no tempo e atravessando a coluna vertebral do peixe. Posteriormente Stephens [STEPHENS 2003] utilizou o modelo de Gates para propor uma arquitetura para um animat-peixe.

No modelo de Gates a matemática envolvida na cinemática (centenas de equações diferenciais do sistema de integração implícita de Euler) foi drasticamente simplificada criando-se um esqueleto para o animat (coluna vertebral do peixe) e tomando o ângulo entre cada uma das vértebras do esqueleto como sendo o ângulo formado pela tangente no ponto desejado de uma onda senoidal espacial viajando no tempo e atravessando o esqueleto (conforme indicado na figura 7). Se, conforme apresentado na figura 7, a amplitude da onda senoidal também é variável de acordo com a posição (máxima ondulação na cauda e sem ondulação na cabeça) tem-se um resultado final prático bastante realista se for mantido amplitude máxima de ondulação baixa e

valores corretos (determinados de forma prática) de frequência e comprimento de onda.

**Fig. 7 - Onda senoidal espacial com amplitude dependente da posição e o ângulo retirado dessa onda para uso no modelo de Gates.**

$$F(x(u), t) = A(x(u)) \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x(u) - \omega t)\right)$$

$$\theta_i = \tan^{-1}\left(\frac{\partial F(x_i(u), t)}{\partial x}\right)$$

Portanto é possível modelar diversas espécies de peixes alterando-se as características da onda (amplitude máxima, comprimento de onda, velocidade angular e janela espacial) bem como característica do peixe (número de vértebras, massa e área da cauda).

A dinâmica envolvida no modelo de Gates é ainda a lei de conservação de momento do sistema que garante um momento **M** a ser aplicado ao peixe na direção do vetor normal **n**, dado o raio de momento **r** (comprimento de cada vértebra) e o movimento lateral ondulatório de frequência angular **w** de cada vértebra **u** de massa **m** (figura 8). Na figura 8 também observa-se a contribuição da área da cauda que provoca um força adicional proporcional ao quadrado da velocidade.

**Fig. 8 Dinâmica do modelo de Gates**

$$\mathbf{f} = -\frac{d}{dt} \int_0^l m(u)w(u)\mathbf{n}du - \sum_{i=1}^k \mathbf{L}_i$$

$$\mathbf{L}_i = c\mathbf{v}_i^2 A_i$$

$$\mathbf{M} = -\frac{d}{dt} \int_0^l m(u)(\mathbf{r} \times w(u)\mathbf{n})du - \sum_{i=1}^k (\mathbf{r} \times \mathbf{L}_i)$$

## 6 Implementação do Modelo de Gates

Para testar o modelo de Gates foi implementado um sistema para experimentalmente levantar as características desejadas para diversas espécies de peixes e também a amplitude de variação dos parâmetros para diferenciar os indivíduos dentre de uma

mesma espécie. Esse sistema pode ser dividido em 3 partes: modo simples, modo comparação e modo aquário.

## 7 Implementação - modo simples

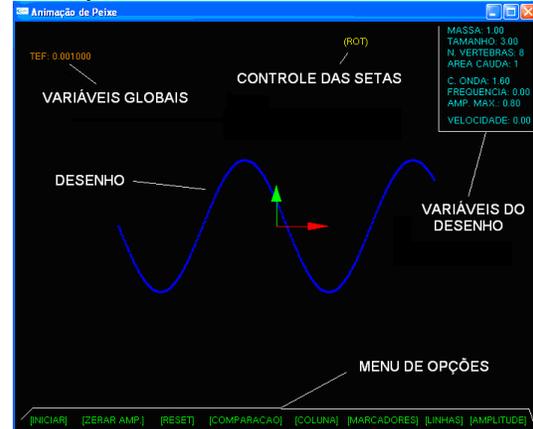
No modo simples é possível mostrar passo a passo o modelo de Gates sendo implementado e então levantar as características cinemáticas que garantem uma animação realista. A figura 9 mostra o sistema no modo simples em cada um dos seus 3 modos de apresentação: onda senoidal, coluna vertebral e peixe único.

**Fig. 9 - Sistema de animação no modo simples**



Na figura 10 já é apresentado a área de trabalho com alguns dos elementos que compõe o sistema.

**Fig. 10 - Área de trabalho do sistema de animação**



Observa-se na figura 10 que o ensaio para levantar as características dos peixes é obtido alterando-se as variáveis globais (características de animação como o TEF - Tempo Entre Frames - e as características do meio como a viscosidade do líquido) ou as variáveis de desenho que são apresentadas na figura 11.

**Fig. 11 - Variáveis de desenho utilizada para montar um determinado modelo de peixe.**

```

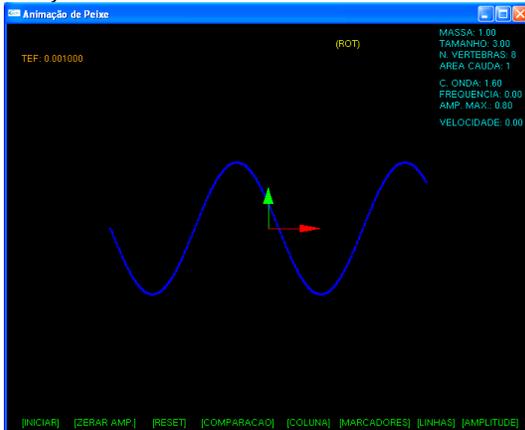
MASSA: 1.00
TAMANHO: 3.00
N. VERTEBRAS: 8
AREA CAUDA: 1

C. ONDA: 1.60
FREQUENCIA: 0.00
AMP. MAX.: 0.80

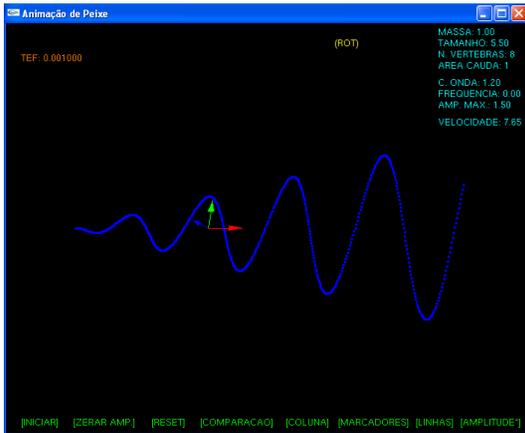
VELOCIDADE: 0.00
    
```

A seqüência apresentada na Fig. 12 mostra o sistema sendo utilizado no levantamento cinemático capaz de criar um peixe com movimento realista.

**Fig.12 - Sequência mostrando o sistema na criação da cinemática do modelo**



1 - Onda senoidal espacial



2 - Amplitude variante com a posição



3 - Amostragem da onda (criação de vértebras)



4 - Escolha do número de vértebras



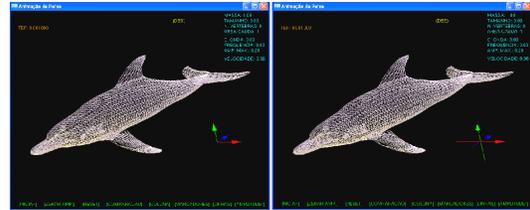
5 - Vértebras como linhas ligando os pontos amostrados



6 - Vértebras como linhas tangentes



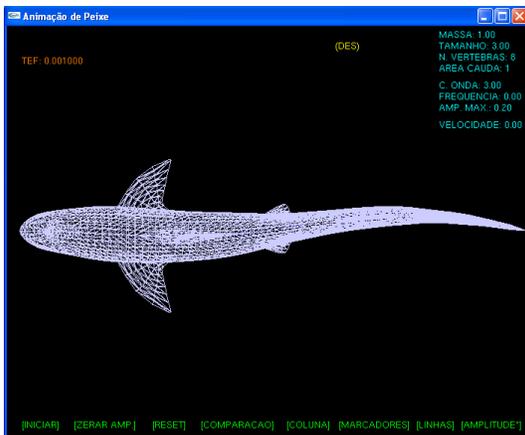
7 - Utilizando o ângulo da tangente entre as vértebras



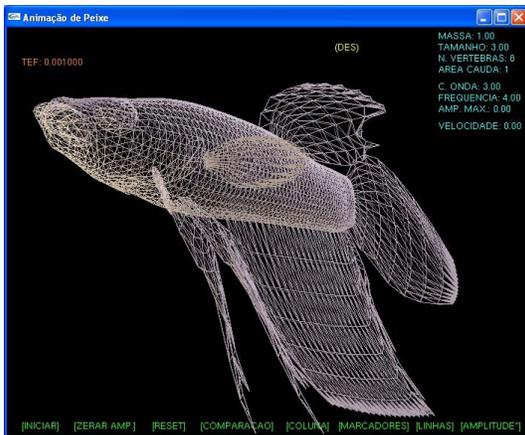
10 - Ajuste de um mesh



10 - Aplicação de textura e iluminação



8 - Mesh de um peixe acompanhando a coluna vertebral



9 - Outro mesh sendo aplicado

## 9 Implementação - Aplicação do Mesh

Para aplicar um mesh sobre a coluna construída de acordo com o modelo de Gates foi montado um carregador que executa a seguinte tarefa: o ângulo calculado pelo modelo é transformado em oscilação lateral que é aplicado em cada ponto do mesh 3D. Desta forma consegue-se uma maneira rápida e eficiente de aplicar o modelo de Gates a qualquer mesh 3D construído em softwares de modelagem 3D (os meshes utilizados foram construídos utilizando-se 3D Studio).

## 10 Implementação - Dinâmica do Sistema

A dinâmica do sistema foi montada considerando as seguintes forças inicialmente agindo sobre o peixe:

$f_p$  - força de propulsão devido ao movimento ondulatório.

$f_a$  - força de arraste devido à correnteza

$f_b$  - força vertical devido à atuação da bexiga natatória

$f_1$  - força resultante que tende a movimentar o peixe

$$f_1 = f_p + f_a + f_b$$

E a seguinte força contra o movimento:

$f_v$  - força viscosa contra o movimento

$$f_v = c_v \cdot v_1^2$$

onde,

$v_1$  - módulo da velocidade na direção de  $f_1$

$c_v$  - constante de viscosidade da água

Tem-se então os seguintes cálculos de forças:

Forças constantes:

$$f_a = k_1$$

$$f_b = k_2 \text{ (inicialmente igual a zero)}$$

Força variável:

$f_p$  - depende dos parâmetros da onda senoidal que origina os ângulos entre as vértebras da coluna do peixe.

## 11 Simplificações no modelo dinâmico de Gates.

As equações diferenciais do modelo de Gates podem ser simplificadas alcançando-se uma equação algébrica aproximada que pode ser utilizada para transformar as características da onda senoidal espacial na força de propulsão que gera o deslocamento do peixe ( $f_p$ ). Para isso é calculado o deslocamento vertical ( $s$ ) de um ponto pertencente à onda senoidal espacial, calculando em seguida a sua velocidade lateral ( $v$ ) e a aceleração devida, seguindo o desenvolvimento a seguir:

$$s = A_{\max}(x) \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$v = ds/dt = \omega \cdot A_{\max}(x) \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$a = dv/dt = -A_{\max}(x) \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

Considerando o valor RMS da aceleração:

$$a_{\text{RMS}} = (-A_{\max}(x) \cdot \omega^2) / (2)^{1/2}$$

Portanto:

$$|fp| = K_p \cdot A_{\max}(x) \cdot \omega^2 \cdot L/n \cdot M/n$$

Sendo:

L - Comprimento total do peixe

M - Massa total do peixe

n - número de vértebras.

No sistema é possível iniciar a simulação, iniciando então os cálculos dinâmicos. Os resultados obtidos mostram-se bastante realistas ratificando que a aproximação alcançada pode ser utilizada para facilitar os cálculos dinâmicos. O resultado alcançado pelos cálculos

dinâmicos está representado em um dos frames da animação apresentado na figura 13 (utilizando-se a visualização de coluna vertebral).

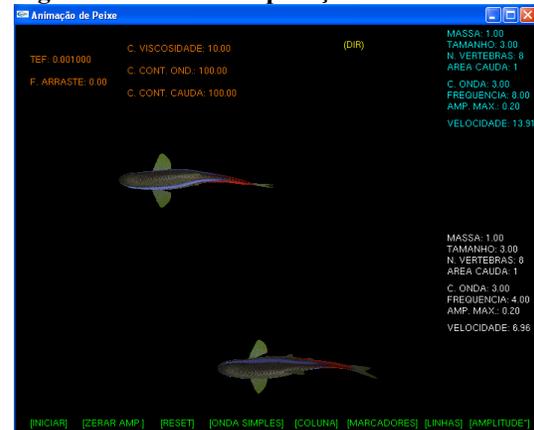
Fig. 13 - Cálculo dinâmico ligado



## 12 Implementação - modo comparação

O sistema de simulação implementado possui um módulo de comparação (figura 14) onde é possível alterar as variáveis tanto dos peixes quanto do sistema para verificar o efeito obtido em comparação com dois indivíduos (da mesma espécie ou de espécies diferentes).

Fig. 14 - Modo de comparação



## 13 Implementação - modo aquário

No sistema implementado existe um modo aquário onde é realizada a detecção de

colisão possibilitando criar um ambiente com os peixes agindo de forma autônoma. As figuras que se seguem mostram o modo aquário:

**Fig. 15 - Modo aquário**



**Fig. 16 - Modo aquário alterando o fundo**



**Fig. 17 - Modo aquário com indivíduos de uma mesma espécie nadando em cardume.**



## 12 Resultados alcançados

O resultado básico pretendido por esse artigo era de apresentar implementações possíveis para o módulo motor de animats-peixe. Acredita-se ter alcançado esse objetivo com um breve relato das pesquisas desenvolvidas para essa finalidade específica, alcançando-se então o modelo criado por Gates e implementado por Stephens.

Este artigo também apresenta uma modificação no modelo de Gates de forma a transformar o ângulo entre vértebras do esqueleto do peixe em deslocamentos laterais que podem ser aplicados diretamente nos vértices de um modelo 3D, facilitando o carregamento de meshes 3D para o ambiente do animat. As experiências realizadas no sistema de simulação implementado mostraram que essa modificação permite uma resposta bastante realista da cinemática da movimentação de peixes.

Este artigo também adiciona uma simplificação no cálculo dinâmico apresentado por Gates transformando as equações diferenciais envolvidas em equações algébricas. A simulação no modo comparação com as respectivas velocidades limites obtidas mostram que a simplificação é possível de ser utilizada escolhendo uma constante  $K_p$  adequada.

## 13 Conclusão

Todo animat precisa se locomover no meio simulado no qual está inserido. Para o caso de peixes é possível utilizar duas abordagens básicas encontradas em artigos publicados que possibilitam uma convergência rápida para uma solução. A convergência rápida é vital para que seja implementado um sistema para simulação em tempo real. É possível adicionar simplificações nas abordagens básicas de forma a melhorar a performance do sistema sem fugir muito do comportamento realístico desejado para a movimentação dos animats.

Conseguindo-se parâmetros de controle sobre a movimentação do animat é possível ter uma arquitetura cognitiva de alto nível capaz de testar o mecanismo básico de locomoção de forma a alcançar objetivos básicos. Embora módulos superiores de cognição (módulo comportamental, módulo de percepção, módulo de aprendizado, módulo de memória, etc) foram

verificados na bibliografia apresentada, eles não fazem parte desse estudo básico sobre o módulo motor de animats-peixes.

## 14 Bibliografia

GATES, William F. - 2001 - *Animation of Fish Swimming* (Technical report): Department of Computer Science, University of British Columbia.

MILLER, Gavin S. P. The motion dynamics of snakes and worms. Em *Computer Graphics* (SIGGRAPH 88), volume 22, páginas 169-178, 1988.

STEPHENS, Kingsley; Wardhani, Aster - *Modelling Fish Behaviour* - School of Software Engineering and Data Communications, Queensland University of Technology. 2003

SUN, Harold C., METAXAS, Dimitris. Automating gait animation. Em *Proceedings of SIGGRAPH 2001*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, pages 261-270. ACM Press / ACM SIGGRAPH, 2001.

TERZOPOULOS, Demetri; TU, Xiaoyuan. Artificial Fishes: Physics, locomotion, perception, behavior. Em *Proceedings of SIGGRAPH 94*, Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, pages 43-50. ACM SIGGRAPH 1994.

TERZOPOULOS, Demetri; Rabie - Animat Vision: Active Vision in Artificial Animals - Em *Videre: Journal of Computer Vision Research (MIT)* - 1997

WILSON R.; WILSON J.Q. Watching Fishes. Harper and Row, New Yourk, 1985.