



EA 044 Planejamento e Análise de Sistemas de Produção

Modelos de Otimização e Simulação

P.Drosa Ltda comercializa pedras preciosas. Para repor o estoque a empresa envia um funcionário várias vezes durante o ano a Diamantina. O preço médio das pedras no atacado é de aproximadamente \$700 por quilate, mas o mercado de Diamantina requer que seja adquirido no mínimo 100 quilates de pedras por viagem. As pedras são revendidas a joalheiros com um lucro de \$200 por quilate. Cada viagem de compras a Diamantina requer uma semana e custa \$2000. A demanda atingiu a média de 55 quilates por semana no ano passado.

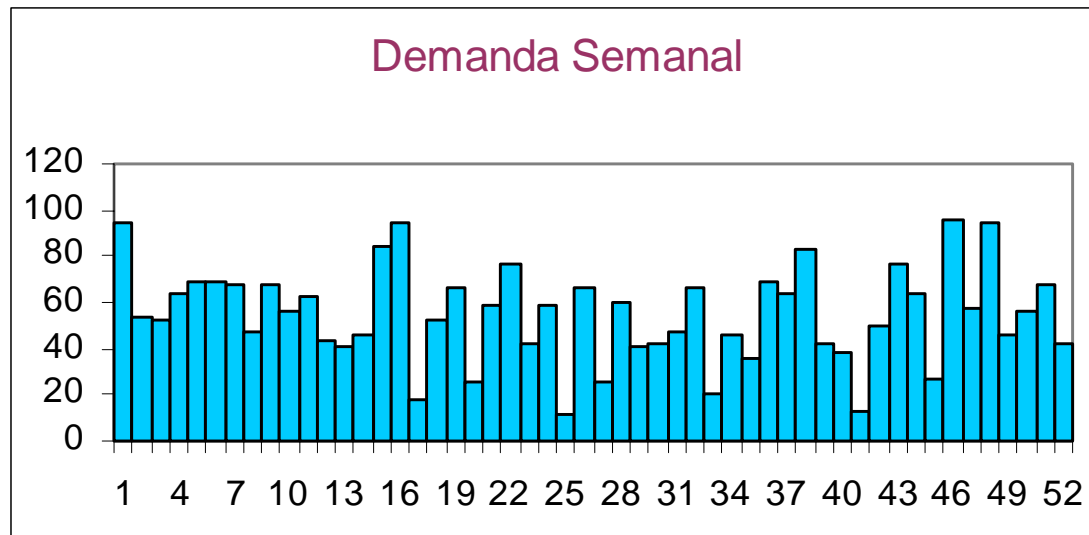
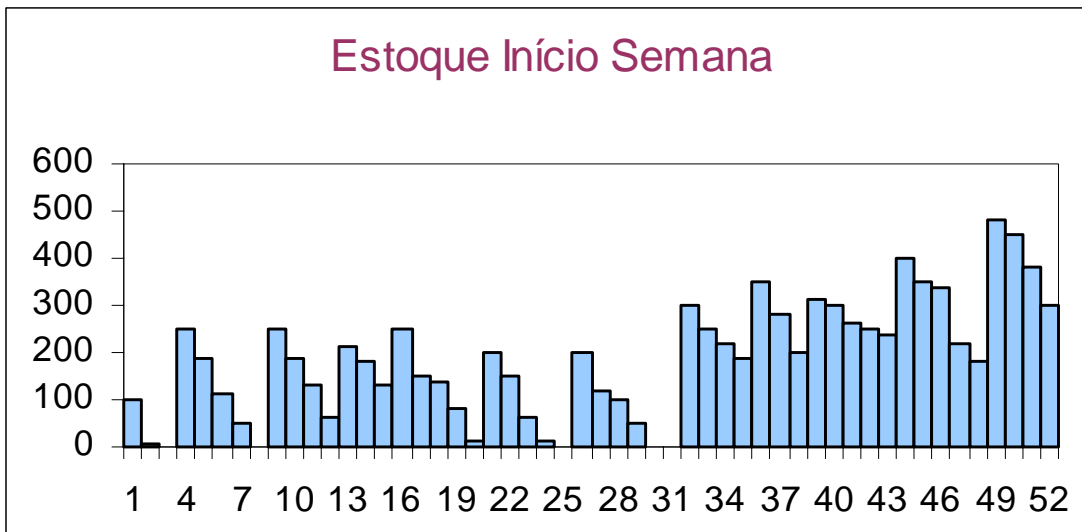
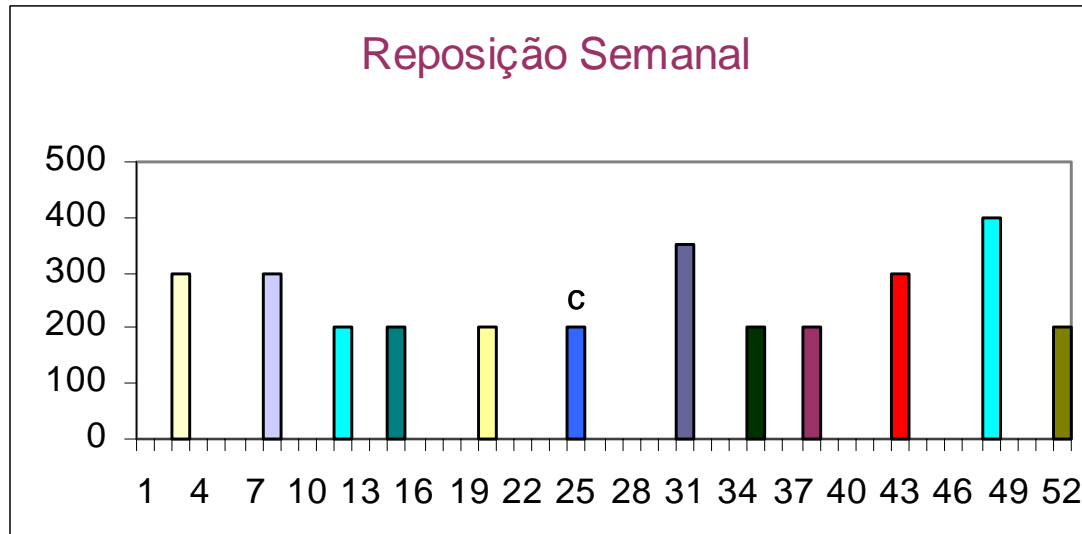


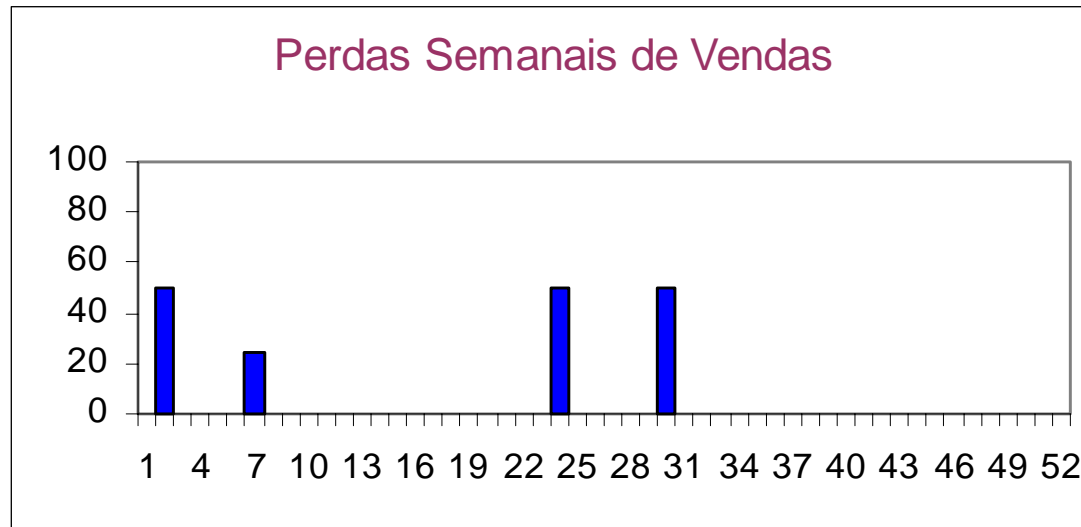
Figura 1

Média: 55 quilates por semana

Estoques início semana dependem das vendas e reposições



- Custo estoque (seguro + capital) = 0.5% do preço no atacado
 - Custo estoque = $0.05 \times \$700 = 3.50$ por quilate, por semana
- Perdas de vendas (estoque vazio): \$200



- Resumo estimativas de custos:
 - Custo estoque: \$38.409
 - Perda vendas: \$31.600
 - Reposição: \$24.000

É possível melhorar desempenho anual?

Modelo de otimização para decisão

- **Variáveis de decisão**

q = quantidade de reposição

r = ponto de reposição

- **Restrições**

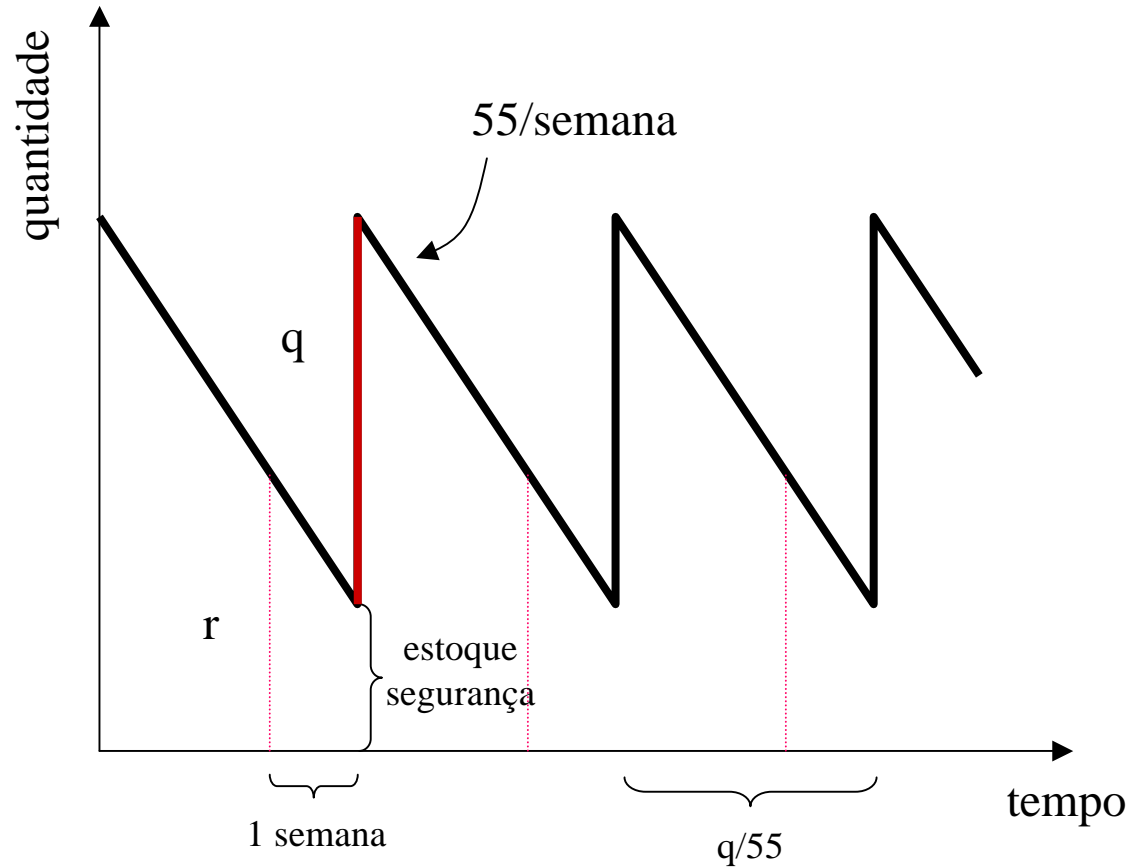
$$q \geq 100$$

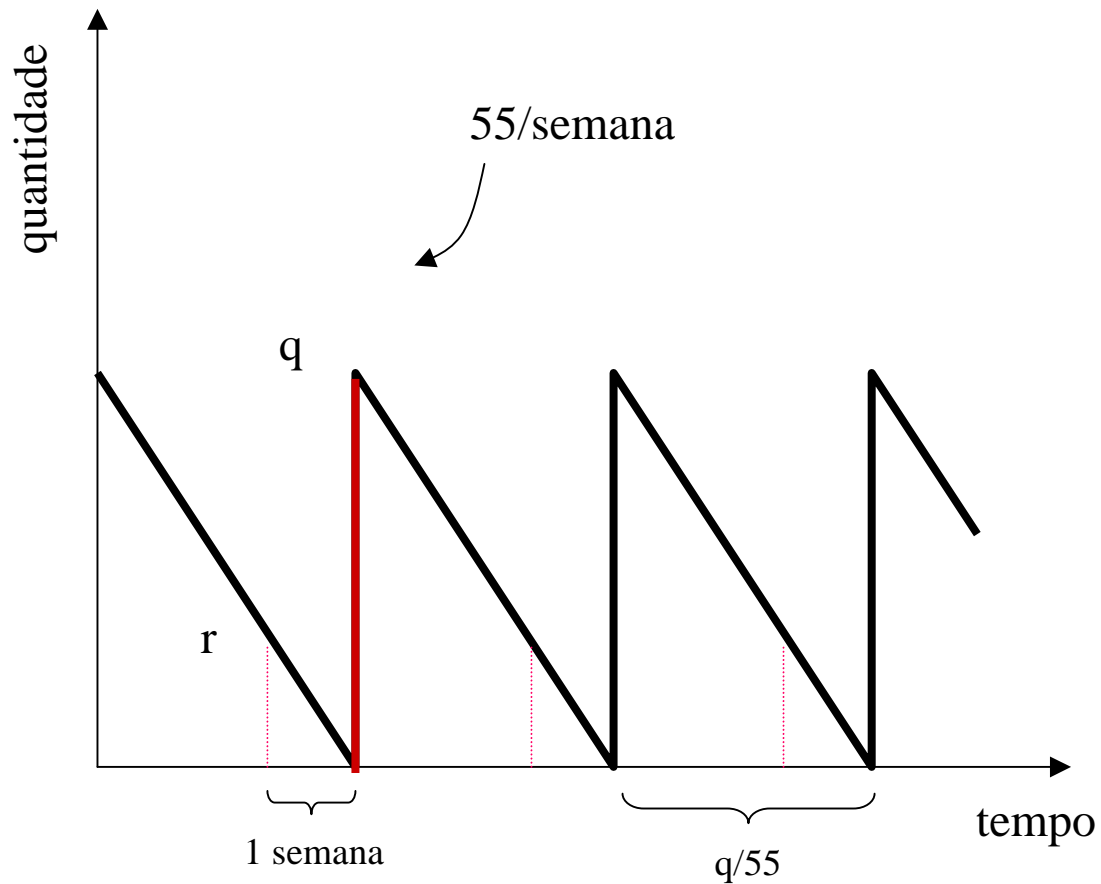
$$r \geq 0$$

- **Função objetivo:** $c(q,r)$ custo total (estoque+reposição+perdas)

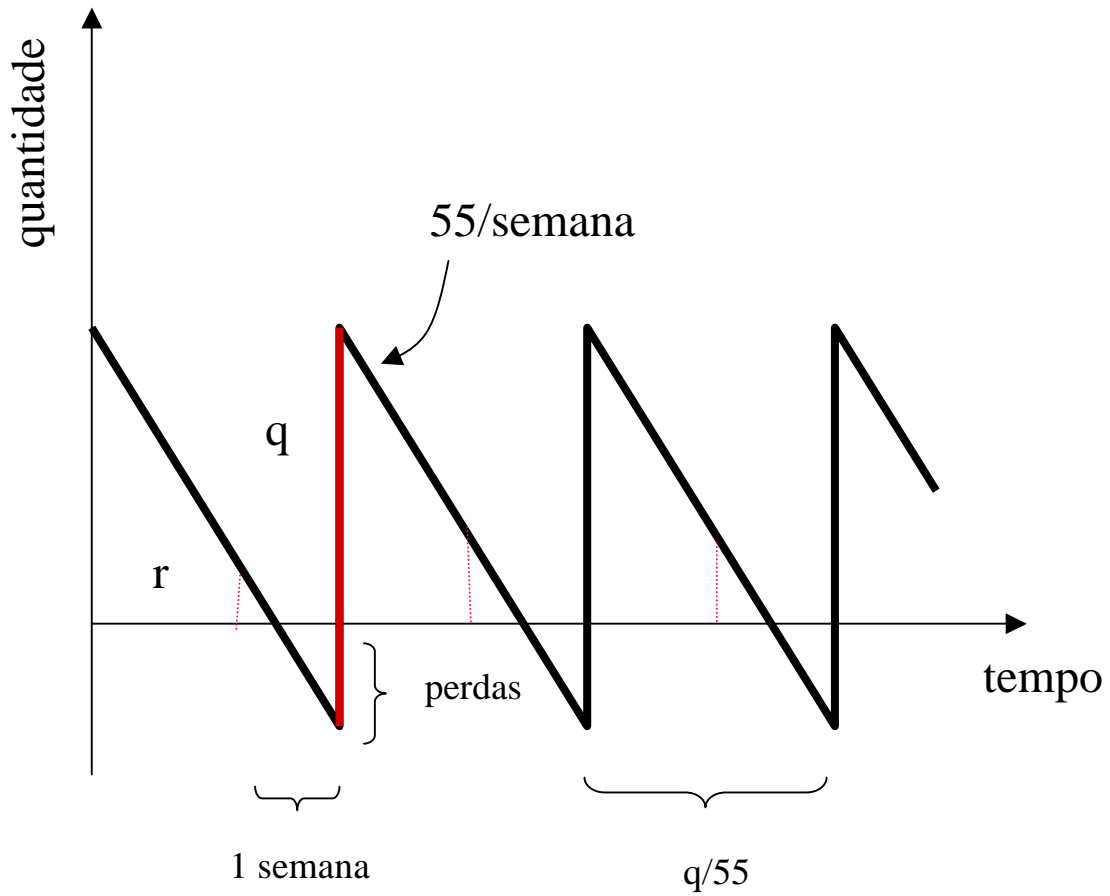
- **Idéia:** minimizar custo total sujeito às restrições

- hipótese: demanda constante = 55 quilates/semana





Estoque segurança = 0



Análise e modelagem

• Hipótese: não há perdas de vendas

– custo perdas/custo estoque = $\$200/3.5 = 57.1$ semanas

- Se $r \leq 55$ perdas de $(55 - r)$ em cada ciclo $r \geq 55$ para evitar perdas
- Se $r \geq 55$ $(r - 55)$ é o estoque de segurança Ciclo = $q/55$
- Estoque varia entre $(r - 55)$ e $(r - 55) + q$ Média = $(r - 55) + q/2$
- Custo de estocagem por semana: $\$3.50$ Total = $3.50 [(r - 55) + q/2]$
- Custo de reposição: $\$ 2000$ por vez Total = $2000 / (q/55)$

$$r \geq 0$$

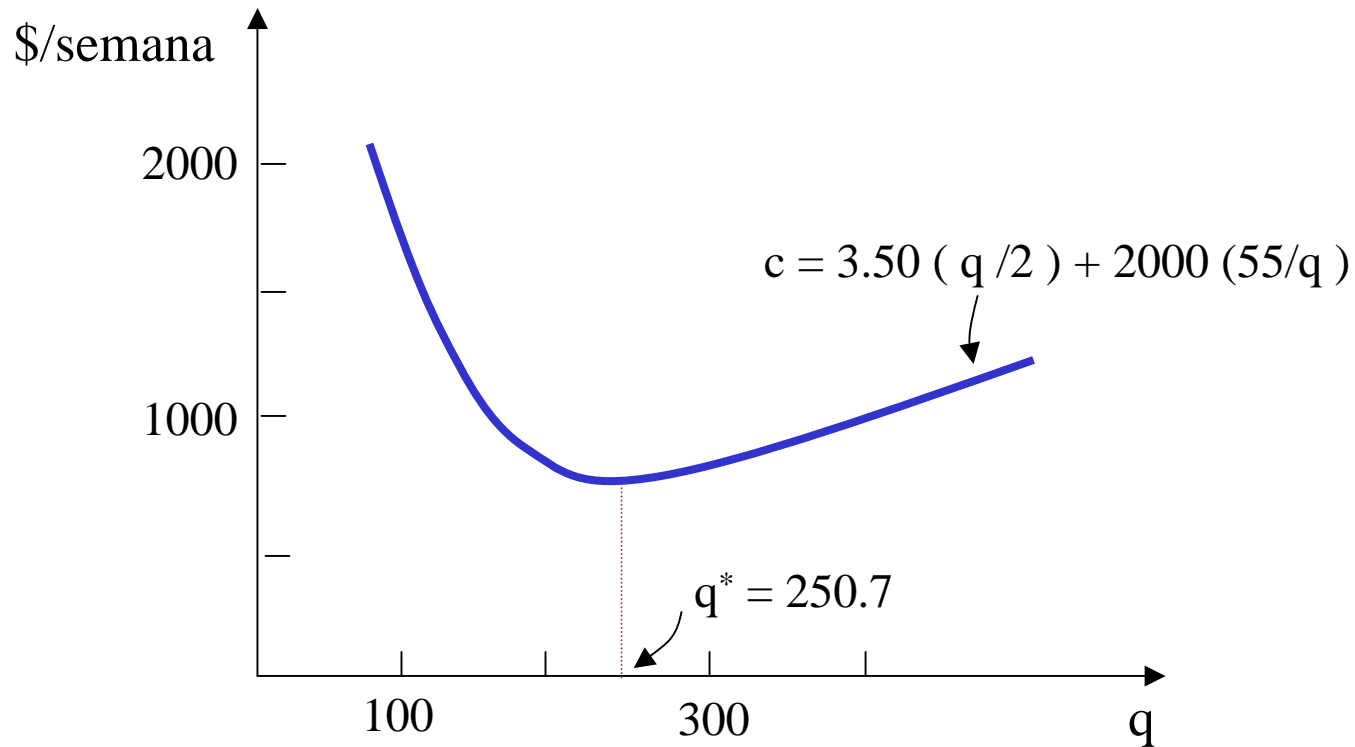
Modelo de otimização

Minimizar $c = 3.50 [(r - 55) + q/2] + 2000 / (q/55)$

sujeito a $q \geq 100$

$r \geq 55$

Objetivo é determinar quando e quanto repor para que os custos de estoque, de reposição e as perdas sejam mínimos. Isto é, minimizar custo total.



$$r^* = 55$$

$$c = 3.50 (q / 2) + 2000 (55 / q)$$

$$\partial c / \partial q = 0$$

$$q^* = \pm \sqrt{ [2 (2000) (55)] / 3.50 } \approx 250.7$$

$$c = \$ 45.630$$

Solução factível

Solução ótima

Controle de estoque com demanda constante

quantidade de reposição: $q^* = \sqrt{\frac{2fd}{h}}$

ponto de reposição: $r^* = ld$

$$q^* \geq m, q^* \geq ld$$

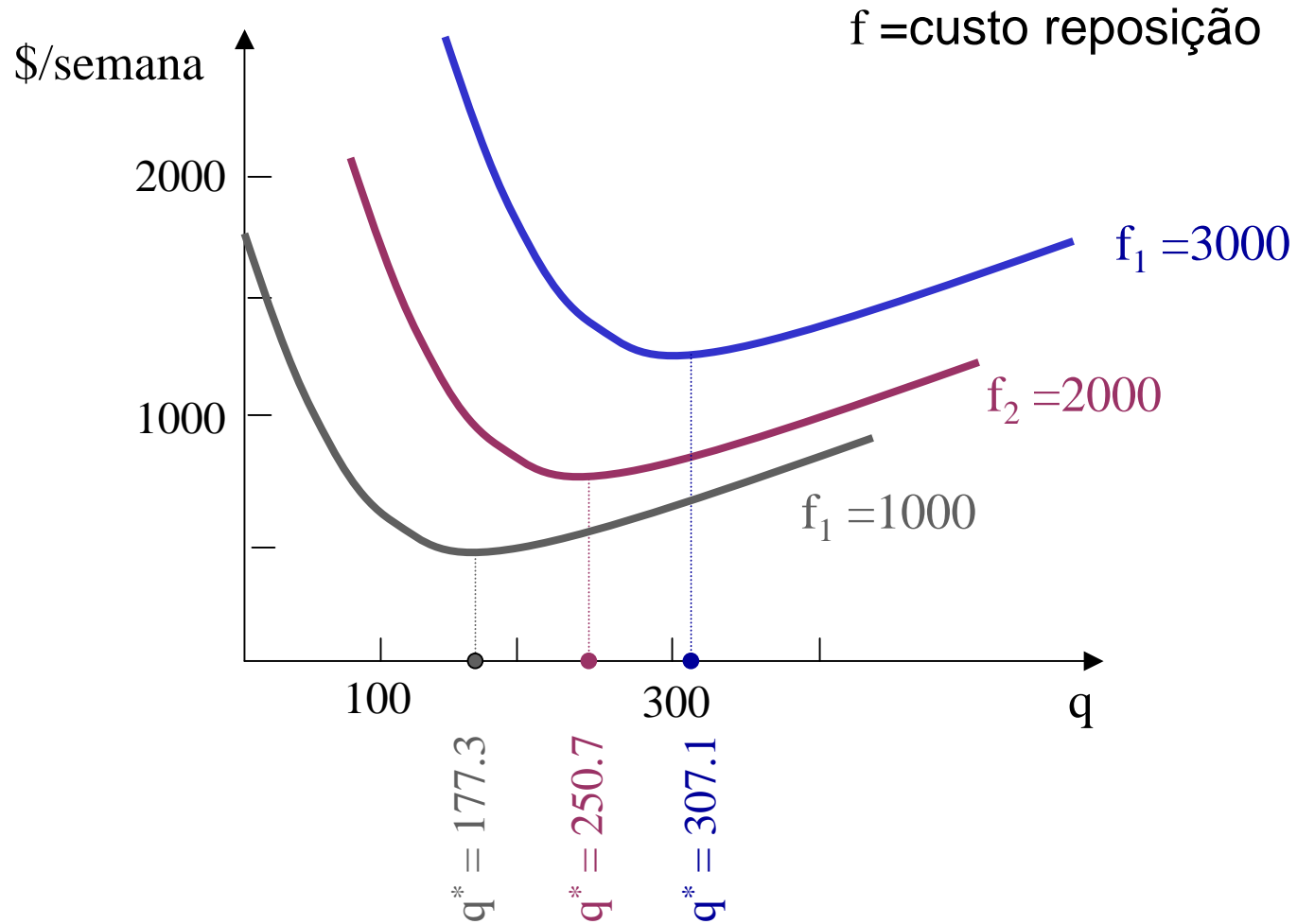
f: custo fixo de reposição

d: demanda por período de tempo

h: custo do estoque por unidade de demanda e tempo

l: constante de reposição (lead time)

Análise de Sensibilidade



Análise de sensibilidade: exploração de resultados de modelos matemáticos para avaliar como eles dependem dos valores escolhidos para os parâmetros

Tratabilidade: em modelagem significa o grau com que o modelo admite uma análise conveniente - o quanto a análise é prática

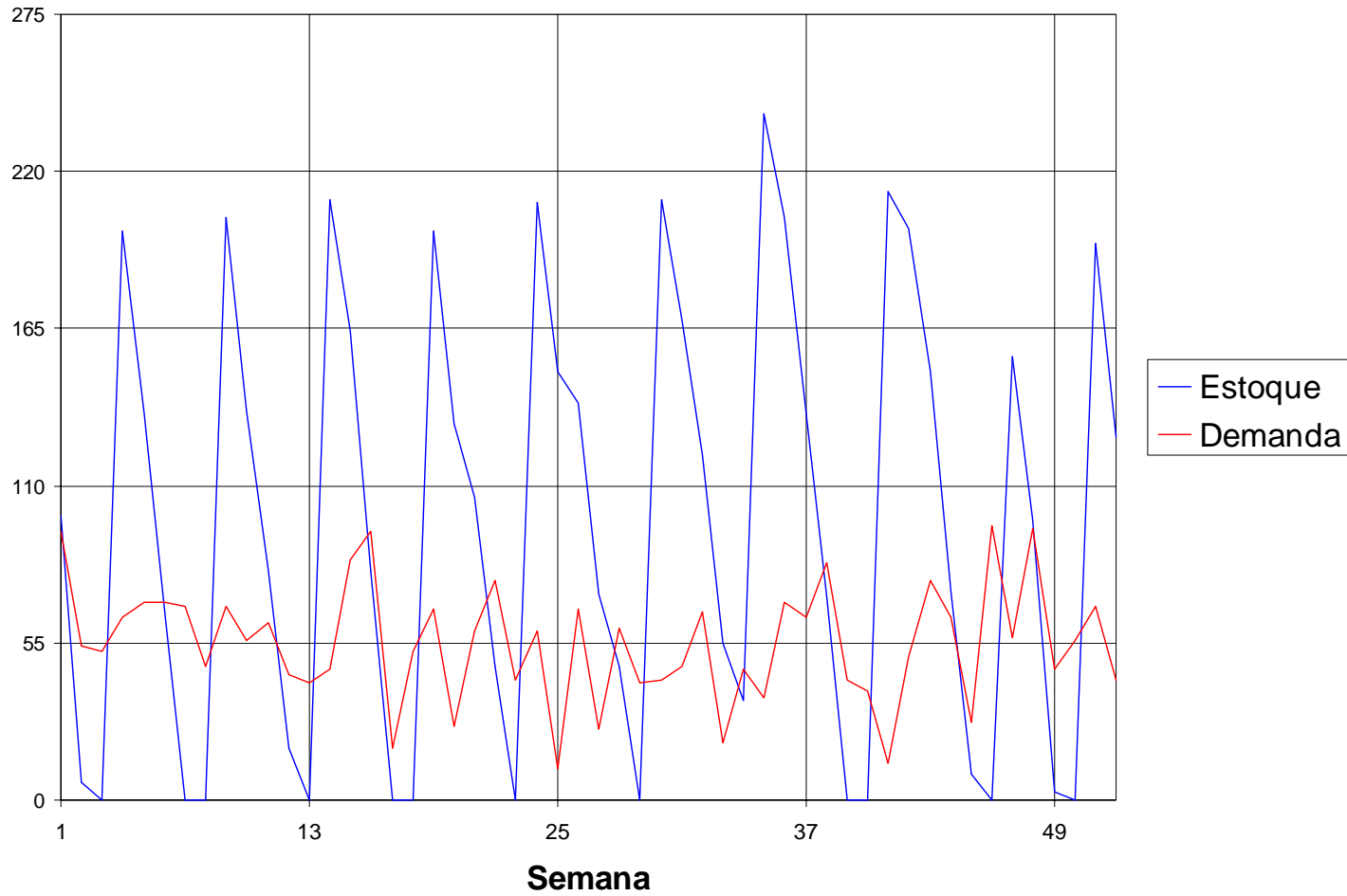
Validade: de um modelo é o grau em que inferências derivadas do modelo são consistentes com o sistema real

Modelo de Simulação

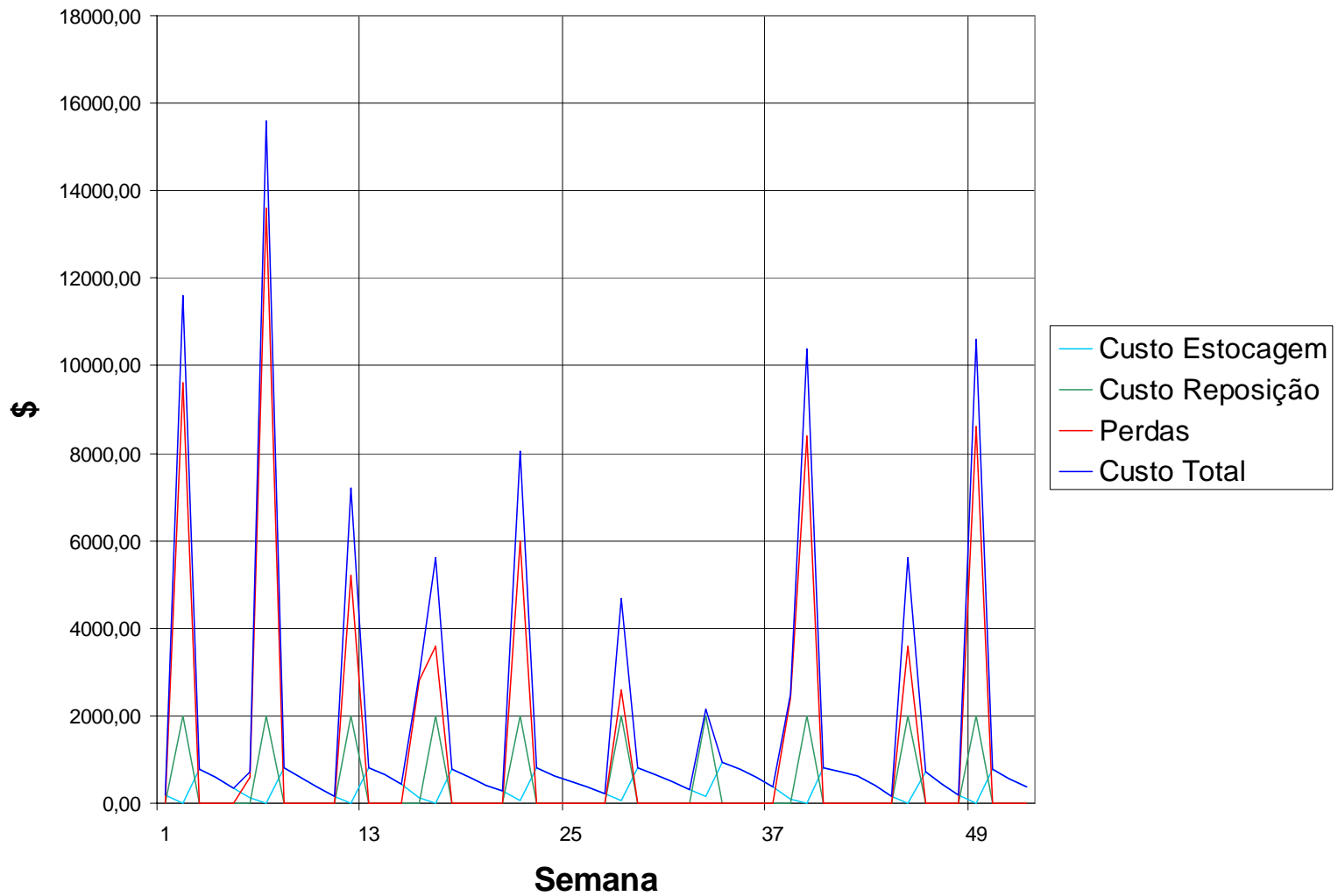
Custo: \$108.621

Semana t	Estoque (início de t)	Demanda	Ação simulada	Custo estocagem	Custo reposição	Perdas \$
1	100	94	vender 94	185.5	0	0
2	6	54	menor que 55, repor, vender 6	1.2	2.000	9.600
3	0	52	q=251 repostado, vender 52	787.5	0	0
4	199	64	vender 64	584.5	0	0
5	135	69	vender 69	353.5	0	0
6	66	69	vender 66	110.5	0	600
7	0	68	menor que 55, repor, vender 0	0	2000	13.600
8	0	47	q=251 repostado, vender 47	798.0	0	0
9	204	68	vender 68	595	0	0
10	136	56	vender 56	378	0	0
11	80	62	vender 62	171.5	0	0
12	18	44	menor que 55, repor, vender 18	12.9	2000	5.200
13	0	41	q=251 repostado, vender 41	808.5	0	0
14	210	46	vender 46	654.5	0	0
15	164	84	vender 84	427.0	0	0
16	80	94	vender 80	119.1	0	2.800
17	0	18	menor que 55, repor, vender 0	0	2.000	3.600
18	0	52	q=251 repostado, vender 52	787.5	0	0
19	199	67	vender 67	581.0	0	0
20	132	26	vender 26	416.5	0	0
21	106	59	vender 59	269.5	0	0
22	47	77	menor que 55, repor, vender 47	50.2	2.000	6.000
23	0	42	q=251 repostado, vender 42	805.0	0	0
24	209	59	vender 59	630	0	0
25	150	11	vender 11	507.5	0	0
26	139	67	vender 67	371.0	0	0
27	72	25	vender 25	210.0	0	0
28	47	60	menor que 55, repor, vender 47	64.4	2.000	0
29	0	41	q=251 repostado, vender 41	808.5	0	0
30	210	42	vender 42	661.6	0	0
31	168	47	vender 47	507.5	0	0
32	121	66	vender 66	308.0	0	0
33	55	20	igual a 55, repor, vender 20	157.5	2.000	0
34	35	46	q=251 repostado, vender 46	920.5	0	0
35	240	36	vender 36	777.0	0	0
36	204	69	vender 69	595.0	0	0
37	135	64	vender 64	360.5	0	0
38	71	83	vender 71	106.3	0	0
39	0	42	menor que 55, repor, vender 0	0.0	2.000	8.400
40	0	38	q=251 repostado, vender 38	812.0	0	0
41	213	13	vender 13	724.5	0	0
42	200	50	vender 50	612.5	0	0
43	150	77	vender 77	392.0	0	0
44	73	64	vender 64	143.5	0	0
45	9	27	menor que 55, repor, vender 9	5.2	2.000	3.600
46	0	96	q=251 repostado, vender 96	710.5	0	0
47	155	57	vender 57	444.5	0	0
48	98	95	vender 95	178.5	0	0
49	3	46	menor que 55, repor, vender 3	0.3	2.000	8.600
50	0	56	q=251 repostado, vender 56	780.5	0	0
51	195	68	vender 68	563.5	0	0
52	127	42	vender 42	371.0	0	0

Dados Simulação



Resultado de Simulação



Otimização Heurística × Exata

Passo	q	r	custo
0	251	55	108.621
1	251	65	108.421
2	251	75	63.254
3	251	85	63.054
4	251	95	64.242
5	261	85	95.193

Passo	q	r	custo
0	251	145	56.904
1	251	155	59.539
2	251	135	56.900
3	251	125	59.732
4	261	135	54.193
5	271	135	58.467

Análise dos Resultados

Controle de estoque com demanda constante

Custo estimado “experiência”:	\$94.009
Custo modelo de otimização:	\$45.630
Custo modelo de simulação:	\$108.621
Custo solução heurística 1:	\$63.054
Custo solução heurística 2:	\$54.193

Observação

Este material refere-se às notas de aula do curso EA 044 Planejamento e Análise de Sistemas de Produção da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Unicamp. Não substitui o livro texto, as referências recomendadas e nem as aulas expositivas. Este material não pode ser reproduzido sem autorização prévia dos autores. Quando autorizado, seu uso é exclusivo para atividades de ensino e pesquisa em instituições sem fins lucrativos.