

um ponto da superfície é chamado **modelo de iluminação local** (seção 7.3) e o modelo que tenta levar em consideração as interações deste feixe com todas as superfícies existentes num ambiente é conhecido como **modelo de iluminação global** (seção 7.4). Tais modelos são fundamentados em teoria de Óptica. Na seção 7.5 apresentamos alguns algoritmos eficientes para determinar os pontos de interseção dos raios com as superfícies da cena ao longo do seu percurso de propagação. Viremos ainda na seção 7.6 que, por eficiência, é comum aplicar somente o modelo de iluminação numa amostra de pontos e interpolar os valores obtidos para o resto dos pontos da superfície. Este processo é conhecido por **tonalização**. Sintetizaremos na seção 7.7 as quatro principais classes de modelos de iluminação utilizados em Computação Gráfica. Finalmente, na seção 7.8 faremos uma breve introdução à modelagem de sombras.

7.1 Luz

Existem vários modelos para descrever o comportamento da luz. A maioria dos algoritmos utilizados em Computação Gráfica é o modelo de ondas eletromagnéticas. Neste modelo, a luz é constituída por ondas eletromagnéticas transversais que se propagam no vácuo com uma velocidade aproximada de 3.0×10^8 m/s. O comprimento de onda, λ , determina a cor que percebemos.

Uma onda eletromagnética é constituída de dois campos oscilantes perpendiculares entre si: elétrico e magnético. Ambos são perpendiculares à direção de propagação da onda. A energia da onda é proporcional ao quadrado da amplitude da onda.

Chamamos de **fluxo (de energia) luminoso** Φ (em lúmens) de um objeto a quantidade de energia radiante que um objeto emite durante um certo intervalo de tempo. A **intensidade luminosa** (em candelas) de um objeto em uma determinada direção refere-se ao fluxo luminoso que ele emite através de um pequeno ângulo sólido cujo eixo é a direção considerada. A **luminância** ou **brilhança** I de um objeto em uma determinada direção é a razão entre a intensidade luminosa $\frac{\Phi}{\omega}$ do objeto na direção considerada e a área A_p da projeção do objeto sobre um plano perpendicular a esta direção

$$I = \frac{\Phi}{A_p \omega}$$

Observação 7.1 Se o fluxo não for perpendicular à superfície, isto é ter em relação ao vetor normal da superfície um ângulo $\theta \neq 0$, a luminância

Capítulo 7

Iluminação

Uma imagem planar (bidimensional) pode ser modelada como uma função f que depende de duas variáveis (duas coordenadas u e v). Para a percepção visual, é suficiente que a função seja uma função de luminância/brilhança. Se a luminância/brilhança em cada ponto for próxima à luminância/brilhança que a superfície emite em cenas reais, a imagem produzirá um efeito visual próximo o de uma foto obtida por uma câmara fotográfica. Portanto, entender o processo físico de propagação da luz emitida por fontes de luz é essencial para gerar **imagens foto-realísticas**.

A luz é um conjunto de radiações capazes de impressionar o olho humano. O estudo da luz pode ser dividido em três partes:

- 1. óptica geométrica: estuda as consequências do princípio de propagação retilínea dos raios luminosos;
- 2. óptica energética: estuda o comportamento radiante dos raios luminosos e sua interação com a matéria.
- 3. óptica física: estuda a dispersão, a interferência, a difração e a polarização da luz.

Na seção 7.1 sintetizamos alguns principais conceitos físicos relacionados com a luz.

Viremos que as interações entre os raios luminosos e os objetos de interesse é um processo complexo. Em Computação Gráfica, denominamos como um **modelo de iluminação** o procedimento que nos permite determinar/aproximar a **luminância/brilhança** de um ponto que devemos perceber na realidade sob o efeito de uma ou mais fontes de luz (seção 7.2). O modelo de iluminação que considera a interação de um feixe luminoso com

será dada por

$$I = \frac{\Phi}{A_p \cos \theta_p} \tag{7.1}$$

(Ver Fig. 16.40 do livro-texto de Foley.)

Observação 7.2 A Fotometria estuda as grandezas relativas à emissão e à recepção de radiações luminosas (visíveis) e a medição dessas grandezas. A Radiometria, por sua vez, estuda as radiações, sejam elas visíveis ou não. Neste caso, o qualitativo “luminoso” é trocado para “energético” ou “radiante”; a unidade energética como **watts** (W), ou outra unidade usual de potência, é utilizada para medir o **fluxo radiante** no lugar de lumens; a intensidade radiante passa a ser medida por $\frac{W}{sr}$, onde sr é em esferomadianos; e a radiação por $\frac{W}{m^2}$.

Observação 7.3 Existem várias aproximações para ângulos sólidos ω .



Uma das mais conhecidas é considerar a razão da área esférica subentendida pelo ângulo sólido e o quadrado do raio:

$$d\omega = \frac{dA_p}{r_0^2} = \sin \phi d\phi d\theta,$$

onde A_p é a área projetada da superfície do objeto (contida no ângulo sólido) sobre um plano numa determinada direção, r_0 é a distância do objeto em relação ao plano e ϕ e θ as coordenadas polares. Por exemplo, o ângulo sólido de uma esfera é 4π .

(Ver Fig. 16.39 do livro-texto de Foley.)

Exercício 7.1 Considere uma fonte luminosa esférica emitindo uma intensidade luminosa constante em todas as direções totalizando $I = 100$ candelas. Qual é o fluxo luminoso total que ela emite?

Exercício 7.2 O fluxo total emitido por uma fonte luminosa de intensidade constante em todas as direções é 628 lumens. Qual é a intensidade luminosa da fonte?

Exercício 7.3 Qual é o ângulo sólido de uma semi-esfera?

As propriedades elétricas do meio por onde a luz passa afetam a trajetória de propagação da luz. O campo magnético da onda afeta os elétrons no material e produz diferentes efeitos ópticos. De acordo com o movimento dos elétrons, distinguem-se duas classes de materiais:

1. **dielétricos**: os elétrons são bastante estáveis; portanto, afeta muito pouco a direção de propagação e desloca a velocidade de propagação da onda e
2. **condutores**: há muitos elétrons livres; portanto, novas ondas eletromagnéticas podem ser geradas e emitidas.

Os **índices de refração** e de **absorção** são utilizados para caracterizar as propriedades ópticas dos meios. O **índice de refração absoluto** de um meio é a razão entre a velocidade de propagação da luz no vácuo e a velocidade de propagação da luz no meio considerado.

Exercício 7.4 Uma dada radiação se propaga num meio de índice de refração absoluto igual a 1.5. Qual é a velocidade de propagação da radiação neste meio?

A mudança dos meios de propagação da luz provoca fenômenos conhecidos como **reflexão** e **refração** na superfície de separação S dos dois meios. O comportamento da onda em cada ponto P segue as leis de Descartes-Snell:

Reflexão : os raios incidente, refletido e o vetor normal de S em P estão no mesmo plano e o ângulo de incidência θ_i e o ângulo de reflexão θ_r são iguais.

Refração : os raios incidente, refratado e o vetor normal de S em P estão no mesmo plano e $n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r$, onde θ_i é o ângulo de refração e n_i e n_r os respectivos índices de refração.

Exercício 7.5 Se um raio luminoso incide com um ângulo de 45° na face superior de um cubo de vidro, cujo índice de refração é $\sqrt{2}$, qual é o ângulo de emergência do raio se o cubo estiver imerso no ar ($n \approx 1.0$)? e num meio cujo índice de refração é $n = 1.2$?

Exercício 7.6 Um raio de luz monocromática ao se refletir forma um ângulo de incidência cujo seno é 0.60 e um ângulo de refração igual a 30° . Qual é o índice de refração do meio que contém o raio refratado em relação ao meio que contém o raio incidente?

A relação entre as energias dos raios incidentes Φ_i , refletidos Φ_r e refratados Φ_t obedece o princípio da conservação da energia, isto é

$$\Phi_i = \Phi_r + \Phi_t.$$

Observação 7.4 *O fator de radiação de um objeto é diretamente proporcional ao seu fator de absorção.*

As relações $F_r = \frac{\Phi_r}{A_i}$ e $F_t = \frac{\Phi_t}{A_i}$ dependem dos índices de refração dos meios, da polarização da luz incidente e do ângulo de incidência. Estas relações para superfícies de separação “idealmente polidas” são estabelecidas pelas **equações de Fresnel**. F_r e F_t são conhecidas, respectivamente, como **refletância de Fresnel** e **transmitância de Fresnel**.

Um importante resultado das equações de Fresnel é a **lei de reciprocidade** que garante que as relações de reflexão e refração são independentes da direção de propagação da luz.

Os fluxos refletidos e refratados podem ser ainda decompostos em duas partes: a parte **coerente** e a parte **incoerente** ou **difusa**. A parte coerente corresponde à incidência de fluxos coerentemente orientados e a parte incoerente corresponde à incidência incoerente de fluxos em relação à superfície (de separação de dois meios). É de se esperar que a luminância de superfícies bem polidas seja predominantemente coerente.

O comportamento incoerente dos raios luminosos é o que ocorre na maioria dos fenômenos observados na natureza. A superfície de separação de dois meios nunca é perfeitamente polida. O comportamento difuso de raios luminosos é, entretanto, muito complexo para ser modelado e analisado.

(Ver Fig. 16.42 do livro-texto de Foley.)

Exercício 7.7 *Dadas duas superfícies cuja única diferença entre elas reside no polimento. Qual das duas possui maior “fator de absorção”? Qual delas emite mais radiações?*

A **luminância** (ou **aclaramento**) i (em lux ou lumen/m²) de uma superfície é a razão entre o fluxo luminoso que incide sobre ela e a sua área. Segundo a **lei de Lambert**, a luminância produzida numa superfície é expressa por

$$i = \frac{I \cos \theta}{d^2},$$

onde θ é o ângulo de incidência e d é a distância entre a superfície e a fonte.

Exercício 7.8 *Dois fontes de intensidade constante em todas as direções ($I_1 = 100$ candélas e $I_2 = 25$ candélas) se encontram a 6 m uma da outra. Em que posição, entre elas, devemos colocar um anteparo para que seja igualmente iluminado dos dois lados?*

Exercício 7.9 *Uma lâmpada de 90 candélas está a 3 m acima de um piso. Uma outra, de 630 candélas, também se encontra a 3 m do mesmo piso. O iluminamento no ponto A do piso, equidistante das duas lâmpadas, é 11,0 lux. Qual é a distância entre as duas lâmpadas?*

Finalmente, a **emissão luminosa** (ou **radiação luminosa**) de uma fonte é a razão entre o fluxo luminoso que ela emite e a área da sua superfície.

Observação 7.5 *Os raios de um feixe luminoso são independentes. Quando eles se cruzam, os efeitos se sobrepõem.*

7.2 Modelos de Fontes de Luz

Em Computação Gráfica as fontes de luz são tratadas de forma diferenciada dos objetos geométricos. Os objetos não são capazes de produzir fluxos luminosos, enquanto as fontes são os emissores de raios.

Uma fonte de luz pode ser classificada em:

distante : a energia luminosa flui uniformemente no espaço numa direção específica. Neste caso, o fluxo luminoso/luminância irradiado por ela é constante.

pontual : (ou fonte puntiforme) distribui radialmente o fluxo luminoso/luminância que atema à medida que se afasta da fonte através de um **fator de atenuação** f_{at} . As duas expressões mais usuais para computar este fator em função da distância d são

$$\bullet f_{at} = \frac{1}{d^2}, \text{ e}$$
$$\bullet f_{at} = \min\left(\frac{1}{c_1 + c_2 d + c_3 d^2}, 1\right).$$

spot : simula um feixe cônico ou pencil de raios luminosos apontado para uma direção específica d com a abertura γ . O controle do decaimento da luminância I é através do **expoente da fonte spot** c

$$I \cos^c \theta \quad \theta \in [0, \gamma].$$

Como a fonte pontual, a luminância pode ser atenuada à medida que aumenta a distância do objeto em relação à fonte através de um fator de atenuação.

(Ver Figs. 16.13 – 16.16 do livro-texto de Foley)

extensa : (ou distribuída) simula uma área de luminância. Este tipo de fonte pode gerar efeitos de penumbra ao interagir com um objeto.

(Ver Figs. 16.48 e 16.49 do livro-texto de Foley)

7.3 Modelos de Iluminação Local

De acordo com o modelo físico da propagação de um feixe luminoso, a luminância/brilhança em um ponto da superfície pode ser determinado com uso da lei de Descartes-Snell e equações de Fresnel. Como a lei de Descartes-Snell depende da direção do vetor normal à superfície, a complexidade da função de luminância/brilhança $f(u, v)$ cresce com o grau de rugosidade de uma superfície. Além disso, quando aumenta a rugosidade, os raios de um feixe luminoso podem ser bloqueados pela própria superfície, reduzindo o fluxo luminoso por área. Embora possamos encontrar na literatura propostas para modelar a rugosidade da superfície e os coeficientes de Fresnel, elas são pouco aplicadas em Computação Gráfica quando analisadas sob o ponto de vista do compromisso entre a complexidade e a qualidade da imagem produzida.

(Ver Figs. 16.41, 16.43, 16.44 e 16.46 do livro-texto de Foley.)

Em Computação Gráfica uma forma usual para modelar a luminância/brilhança é decompor o raio incidente i em quatro componentes: (1) três componentes devido à uma fonte luminosa i específica – ambiente ($I_{a,i}$), difusa ($I_{d,i}$) e especular ($I_{s,i}$) – e (2) uma componente I_A devido ao resto do fluxo luminoso que não se originou de nenhuma fonte i particular. Assim, a luminância/brilhança I em cada ponto $[x\ y\ z]^T$ é obtida por

$$I = k_0(I_A + \sum_i I_{a,i}) + k_d \sum_i I_{d,i} (\vec{N} \cdot \vec{L}_i) + k_s \sum_i I_{s,i} f_s(\vec{V}, \vec{L}_i, \vec{N}), \quad k_0, k_s, k_d \in [0, 1] \quad (7.2)$$

onde $\vec{N}$, $\vec{L}_i$ e $\vec{V}$ são, respectivamente, a direção do vetor normal, do raio incidente i e do observador em relação ao ponto da superfície. Os coeficientes k_0 , k_d e k_s são denominados **coeficiente de reflexão (dos raios do ambiente)**, **coeficiente de reflexão difusa** e **coeficiente de reflexão**

especular do material. Estes coeficientes emulam os coeficientes de Fresnel, definindo a percentagem dos raios incidentes que são refletidos.

(Ver Figs. 16.3 – 16.5 do livro-texto de Foley.)

Observação 7.6 A componente $I_{d,i}(\vec{N} \cdot \vec{L}) = I_{d,i} \cos \theta$, onde θ é o ângulo de incidência, é a **iluminância no ponto segundo a Lei de Lambert sem o fator de atenuação** $\frac{1}{r^2}$.

(Ver Fig. 16.2 do livro-texto de Foley.)

A distinção de raios luminosos em três partes decorre do fato de que em Computação Gráfica somente os objetos capazes de irradiar energia luminosa independentemente das condições luminosas do ambiente são considerados fontes de luz (seção 7.2). A reflexão e a refração destes objetos são normalmente ignoradas. Isso nos leva a distinguir os raios incidentes em dois grupos: raios oriundos diretamente das fontes luminosas (I_d e I_s) e raios provenientes dos outros objetos. A distinção em I_d e I_s é para diferenciar comportamentos de um raio em relação à superfície de separação de diferentes meios: I_d é a parcela idealmente difusa (fluxo refletido é igual em todas as direções) e I_s é a parcela do fluxo refletido na direção do observador.

(Ver Fig. 16.8 do livro-texto de Foley.)

O fator de atenuação f_s é outro parâmetro empírico para atenuar o fluxo especular refletido $\vec{R}$ à medida que este se afasta da direção do observador $\vec{V}$. Entre as equações propostas para calcular este parâmetro, citamos:

Romney: $f_s = \frac{(\vec{N} \cdot \vec{L})^2}{d^2}$.

Phong: $f_s = (\vec{V} \cdot \vec{R})^n$,
sendo $\vec{R} = 2\vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{L}) - \vec{L}$.

(Ver Figs. 16.9 do livro-texto de Foley.)

Blinn: $f_s = \frac{(\vec{V} \cdot \vec{H})^n}{\ln(2)}$,
com $n = -\frac{\ln(2)}{\ln(\vec{N} \cdot \vec{H})}$ e $\vec{H}$ o bissetor dos vetores $\vec{L}$ e $\vec{V}$.

(Ver Figs. 16.12 do livro-texto de Foley.)

O escalar n é chamado **expoente de reflexão especular**.

Exercício 7.10 Derive a expressão $\vec{R} = 2\vec{N}(\vec{N} \cdot \vec{L}) - \vec{L}$, utilizando as relações geométricas entre os vetores $\vec{N}$, $\vec{L}$ e $\vec{R}$.

O modelo de iluminação local mais popular para determinar a intensidade luminosa de objetos refletores não-perfeitos como maçãs é o de Phong

$$I = k_a(I_A + \sum_i I_{a,i}) + f_w \sum_i I_i \{k_d(\vec{N} \cdot \vec{L}_i) + k_s(\vec{R} \cdot \vec{V})^n\}, \quad k_w, k_s, k_d \in [0, 1]. \quad (7.3)$$

Observação 7.7 Se a fonte de luz for uma fonte distante, o termo $\vec{N} \cdot \vec{L}$ é constante.

Exercício 7.11 Seja um ponto $P = [2 \ 4 \ 0]^t$ de uma superfície cujo vetor normal naquele ponto é $\vec{n} = [\frac{1}{\sqrt{2}} \ \frac{1}{\sqrt{2}} \ \frac{1}{\sqrt{2}}]^t$. Considere ainda que haja uma fonte puntiforme situada em $F = [4 \ 5 \ 3]^t$ com uma intensidade igual a 100 unidades em todas as direções. Utilize o modelo de Phong para determinar a intensidade percebida por um observador localizado em $O = [5 \ 5 \ 0.5]^t$ para o caso de

1. a superfície ser uma superfície lambertiana “perfeita”.
2. a superfície ser um refletor não perfeito com pontos de brilho de grande extensão.
3. a superfície ser um refletor não perfeito com pontos de brilho de extensão bem limitada.

Exercício 7.12 Se o meio de propagação no Exercício 7.11 tiver um fator de atenuação $f_w = \frac{1}{\vec{r}^2}$, qual seria a intensidade percebida pelo observador em cada um dos casos?

Um outro modelo alternativo, apropriado para casos em que ambos o observador e a fonte serem distantes, é substituir o termo $(\vec{R} \cdot \vec{V})$ por $(\vec{N} \cdot \vec{H})$

$$I = k_a(I_A + \sum_i I_{a,i}) + f_w \sum_i I_i \{k_d(\vec{N} \cdot \vec{L}_i) + k_s(\vec{N} \cdot \vec{H})^n\}, \quad k_w, k_s, k_d \in [0, 1]. \quad (7.4)$$

Exercício 7.13 Mostre que α e β da Figura 16.12 do livro-texto de Foley guarda a relação $\alpha = 2\beta$ quando os vetores $\vec{N}$, $\vec{R}$ e $\vec{V}$ jorem coplanares. Essa igualdade vale também para casos em que estes vetores não serem coplanares?

Exercício 7.14 Por que o modelo expresso pela Eq. 7.4 é considerado mais eficiente nos casos em que ambos o observador e a fonte estiverem muito distantes da superfície de interesse?

Observação 7.8 Tanto os coeficientes de reflexão quanto o expoente de reflexão são valores empíricos. Infelizmente, não há ainda nenhum procedimento que nos ajude na escolha dos valores destes parâmetros para obter um efeito visual específico. Uma regra muito utilizada é:

- $k_a \approx k_d$.
- $k_d + k_s = 1$.

Um outro paradigma para computar a iluminação/brilância seria, ao invés da análise do comportamento ondulatório, utilizar o princípio de equilíbrio de energia

$$\phi_k = \phi_{E,k} + \rho_k \phi_{H,k} = \phi_{E,k} + \rho_k \phi_k F_{kk} + \sum_{j \neq k} \rho_k \phi_j F_{jk}, \quad (7.5)$$

isto é, o fluxo ϕ_k (radioidade) emitido pela superfície k é igual à soma do fluxo $\phi_{E,k}$ irradiado (se a superfície k não for uma fonte luminosa, $\phi_{E,k} = 0$) e o fluxo $\phi_{H,k}$ refletido pela superfície. O fluxo refletido é, por sua vez, dependente da refletividade da superfície k e de uma percentagem F_{jk} dos fluxos emitidos pelas superfícies j que cheguem à superfície k . O parâmetro F_{jk} é conhecido como **fator de forma** entre as áreas A_j e A_k . (Ver Figs. 16.65 e 16.66 do livro-texto de Foley.)

Para simplificar as expressões algébricas, o “ambiente envolvente” de cada elemento irradiador é aproximado por uma **semi-esfera** ou um **semi-cubo**. Quando a aproximação é por uma semi-esfera de raio r , o fluxo luminoso é

$$\phi = \int d\phi = I \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \gamma \sin \theta d\theta d\theta = 4\pi \quad (7.6)$$

e o fator de forma

$$F_{jk} = \frac{1}{A_j} \int_{A_j} \int_{A_k} \frac{\cos \gamma \cos^3 \theta}{\pi r^2} dA_k dA_j,$$

A aproximação do envoltório mais utilizada é o semi-cubo. Nesta aproximação, considera-se que cada retalto de superfície irradiador dA_j é envolvido por um semi-cubo centrado nele com o vetor normal $\vec{N}_j$ passando pelo baricentro da face superior do semi-cubo. O fator de forma dos pares formados por dA_j e cada célula p do semi-cubo fica reduzido em

$$\Delta F_{dA_j dA_j} = \frac{\cos \theta_j \cos^3 \theta_p}{\pi r^2} \Delta A, \quad (7.7)$$

onde θ_p é o ângulo entre o vetor normal da célula p do semi-cubo e o vetor $\vec{r}$ de dA_i para p e θ_i é o ângulo entre o vetor normal de dA_i e $\vec{r}$. ΔA é a área de cada célula p .

(Ver Figs. 16.67 e 16.68 do livro-texto de Foley.)

Com esta aproximação, a expressão de fatores de forma para cada par F_{ij} , onde j denota uma célula de coordenadas $[x_p \ y_p \ 1]^T$ na face de topo do semi-cubo, é dada por

$$\Delta F_{dA_i dA_j} = \frac{1}{\pi(x_p^2 + y_p^2 + 1)^2} \Delta A_j$$

$$\Delta F_{dA_i dA_j} = \frac{z_p}{\pi(y_p^2 + z_p^2 + 1)^2} \Delta A_j,$$

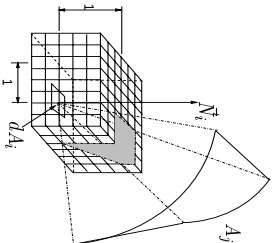
e quando a célula j pertence a uma face de lado do semi-cubo, temos

onde h_p pode ser x_p ou y_p , de acordo com o lado considerado.

Quando o objeto receptor de energia tem uma área projetada maior que a de uma célula, por exemplo $A = \sum A_j$, então o fator de forma F_{ij} obtido como a somatória dos fatores de forma de cada célula

$$\sum \Delta F_{dA_i dA_j} = \Delta F_{dA_i A_j}.$$

Exercício 7.15 Supondo que o fator de forma seja $\Delta F_{dA_i dA_j} = 0.03$, constante para cada célula do semi-cubo. Qual é o fator de forma F_{ij} entre os retângulos A_i e A_j ?



Observação 7.9 Para obter bons efeitos visuais, recomenda-se que os valores F_{jk} sejam escolhidos de tal forma que

- $\sum_k F_{jk} = 1$,
- $\phi_j F_{jk} = \phi_k F_{kj}$ e
- $F_{jj} = 0$ (semi-esfera e semi-cubo são superfícies convexas).

7.4 Modelos de Iluminação Global

Dois paradigmas são utilizados em Computação Gráfica para descrever as interações entre as superfícies e fontes de luz num ambiente:

Traçado de raio : a partir da posição do observador, um raio é propagado

“no sentido inverso” até a fonte de luz ou até um nível de propagação pré-estabelecido, obedecendo a lei de Descartes-Snell. A propagação do raio pode ser representado por uma árvore binária onde os nós denotam as superfícies encontradas e um dos ramos os raios refletidos e outro, raios refratados. Entendemos por um nível de propagação o percurso de um raio entre as superfícies de dois objetos. Este paradigma é classificado como **dependente do observador**.

(Ver Figs. 16.54 e 16.55 do livro-texto de Foley.)

Radiosidade : a interação, para a par, do fluxo luminoso entre todos os

retângulos de superfícies no ambiente é avaliada. A análise pode iniciar a partir das fontes emissoras de energia luminosa. A energia se propaga pelo ambiente e interage com as superfícies j visíveis por elas. Estas, por sua vez, irradiam parte da energia incidente que podem iluminar outras superfícies visíveis por elas. E, assim, sucessivamente, até que as relações do fluxo de energia em cada superfície fiquem em equilíbrio. Detalhes das diferentes alternativas iterativas para obter o estado de equilíbrio fogem do escopo desta disciplina. Uma outra alternativa para obter o fluxo de energia ϕ_k em cada retângulo de superfície é resolver o sistema de equações lineares (Eq. 7.5), cada qual corresponde a um retângulo k de superfície da cena, por um método numérico, como o de iteração de Gauss-Seidel. A partir de fluxos dos retângulos de superfície adjacentes a um vértice, pode-se determinar por média aritmética a radiosidade do vértice. E, com uso da Eq. 7.1, chega-se à luminância/brilhança em cada vértice ao fixarmos a direção de radiação. Como o procedimento utilizado para computar o fluxo luminoso irradiado por cada retângulo k não depende da posição do observador, este modelo de iluminação global é classificado como **independente do observador**.

(Ver Fig. 16.64 do livro-texto de Foley.)

Exercício 7.16 Considerando que o fluxo total irradiado igualmente em todas as direções por uma superfície esférica centrada na origem seja 2.52×10^3 lumens, qual é a intensidade luminosa na direção $[1 \ 1 \ 1]^T$?

7.5 Algoritmos de Interseções entre Raios e Superfícies

Uma das funções críticas na implementação de um modelo de iluminação global é a determinação de interseção entre um raio (direção de um raio luminoso ou direção do observador) e a superfície de interesse. Esforços tem sido feitos no sentido de desenvolver algoritmos de baixa complexidade:

com um plano arbitrário definido pelo vetor normal $\vec{n} = [x_n \ y_n \ z_n]^t$ e por um ponto $P_0 = [x_0 \ y_0 \ z_0]^t$ sobre o plano. Seja um raio na direção $\vec{d} = [x_d \ y_d \ z_d]^t$ que sai do ponto $P_s = [x_s \ y_s \ z_s]^t$. Então, o ponto $P(t_s) = P_s + t_s \vec{d}$ deve satisfazer

$$(P(t_s) - P_0) \cdot \vec{n} = \vec{n} \cdot (P_s + t_s \vec{d}) - \vec{n} \cdot P_0 = t_s \vec{n} \cdot \vec{d} - \vec{n} \cdot (P_s - P_0) = 0.$$

Segue-se que

$$t_s \vec{n} \cdot \vec{d} = \vec{n} \cdot (P_s - P_0)$$

e

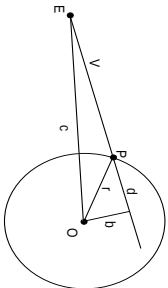
$$t_s = \frac{\vec{n} \cdot (P_s - P_0)}{\vec{n} \cdot \vec{d}}.$$

Portanto, para $\vec{n} \cdot \vec{d} \neq 0$ (raio não paralelo ao plano), o raio intersecta com o plano no ponto $P = P_s + t_s \vec{d}$ quando $t_s > 0$.

com uma esfera de raio r centrado em O , então o ponto P da sua interseção com um raio $P(t) = E + tV$ é

$$P = E + (v - d)V,$$

onde $v = \vec{EO} \cdot V$ e $d = \sqrt{r^2 - ((\vec{EO} \cdot \vec{EO}) - v^2)}$, se $r^2 - ((\vec{EO} \cdot \vec{EO}) - v^2) > 0$.



com uma superfície implícita em forma de $f(x, y, z) = 0$. Neste caso, determinam-se as raízes da equação $f(x_s + tx_d, y_s + ty_d, z_s + tz_d) = 0$.

com uma superfície quadrática dada em forma quadrática $\vec{x}Q\vec{x}^t = 0$.

Exprimindo o raio, na direção $\vec{d}$ a partir de um ponto P_0 , por $\vec{r} = P_0 + t\vec{d}$, o problema pode ser reduzido num problema de solução de uma equação quadrática de uma variável t ao substituímos $\vec{r}$ por $P_0 + t\vec{d}$ na forma quadrática, ou seja, $[P_0 + t\vec{d}]Q[P_0 + t\vec{d}]^t = 0$.

Exercício 7.17 Determine a interseção de um raio $P(t) = P_s + t\vec{d}$ com um plano xy .

Exercício 7.18 Determine a interseção de um raio $P(t) = P_s + t\vec{d}$ com um triângulo sobre o plano xz .

Exercício 7.19 Verifique se o raio

$$P(t) = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

intersecta com um plano definido pelo ponto $P_0 = [1 \ 1 \ 0]^t$ e o vetor normal $\vec{n} = [1 \ 1 \ 2]^t$.

Exercício 7.20 Determine a interseção entre uma esfera de raio 8 centrado em $P = [2 \ 4 \ 1]^t$ e o raio

$$P(t) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{bmatrix}$$

7.6 Tonalização

Sendo o processo de determinação de brilho uma um processo complexo, é comum em Computação Gráfica determinar a brilho com uso da Eq. 7.2 ou da Eq. 7.5 somente num ponto de cada face e atribuí-la para o resto dos pontos da face (**tonalização constante** ou **Bonkingth**).

Uma segunda alternativa é computar a brilho nos vértices e interpolar a brilho dos pontos das arestas a partir dos seus vértices e a dos pontos das faces a partir das brilho das suas arestas. Este tipo de interpolação é conhecido como **tonalização de Gouraud**.

(Ver Fig. 16.19 do livro-texto de Foley.)

Exercício 7.21 *Exceto para facetas triangulares, o valor interpolado depende da ordem de interpolação, como ilustra a Fig. 16.20 do livro-texto de Foley. Por que para as facetas triangulares, duas interpolações lineares sucessivas resultam sempre no mesmo valor, independentemente da sequência da interpolação?*

Observação 7.10 *Um dos problemas de tonalização de Gouraud é a perda de pontos de brilho no meio de uma superfície. Para evitar isso, recomenda-se aumentar o número de vértices na malha que a representa.*
(Ver Fig. 16.21 do livro-texto de Foley.)

Um terceiro tipo de interpolação utilizada é a interpolação dos vetores normais de alguns pontos escolhidos e determinar a brilhancia do resto dos pontos com uso destes vetores normais. Chamamos este tipo de interpolação **tonalização de Phong**.
(Ver Fig. 16.20 do livro-texto de Foley.)

Observação 7.11 *A tonalização de Phong pode falhar quando a superfície não é suave, com descontinuidades nos vetores normais.*
(Ver Fig. 16.24 do livro-texto de Foley.)

7.7 Classes de Modelos de Iluminação

Em termos de implementação, distinguem-se quatro formas para geração de imagens com um certo grau de realismo:

Incremental: os modelos de iluminação locais, com base no paradigma da Óptica Geométrica, são computados para alguns vértices de relevância, levando em consideração somente os objetos dentro do volume de visualização de interesse. Técnicas incrementais que exploram a coerência entre os pontos de cada linha de varredura (*scanline*), utilizadas pelos algoritmos de visibilidade (Capítulo 10), são aplicadas para interpolar no espaço de imagem a intensidade do resto dos pontos visíveis da superfície, como vimos na seção 7.6).

Traçado de Raios: os modelos de iluminação locais, com base no paradigma da Óptica Geométrica, são aplicados para todos os pontos visíveis das superfícies, na precisão da resolução da imagem de saída.

Radiosidade: os modelos de iluminação locais, com base no paradigma da Óptica Energética, são aplicados para todos os detalhes de superfícies existentes num cena, independente da posição do observador.

Híbrida: Combinação das técnicas de traçado de raios e radiosidade.

7.8 Sombras

Sombras sobre superfícies consistem em regiões sobre as quais não incide nenhum raio luminoso, ou seja, regiões não visíveis pelas fontes luminosas. O problema se reduz então na classificação de cada ponto visível pelo observador em ponto visível ou não por uma ou mais fontes luminosas, podendo aplicar os algoritmos de visibilidade apresentados no Capítulo 10.

Para os modelos de iluminação de traçado de raios, radiosidade ou da combinação dos dois, 3 a 4 níveis de iterações de um raio com as superfícies de uma cena são usualmente suficientes para gerar sombras fotorealísticas. Nesta seção apresentaremos algumas técnicas desenvolvidas para adicionar sombras em modelos incrementais, nos quais só é considerada a interação direta entre as fontes luminosas e as superfícies dentro do volume de visualização. Veremos como alguns deles tentam otimizar o processo, evitando cálculos desnecessários.

Algoritmo de sombra por varredura: são intervalados os algoritmos de visibilidade e de sombra no processamento de cada linha de varredura durante a geração de imagens. São calculadas as projeções dos $(n - 1)$ polígonos sobre n polígonos da cena tendo a fonte de luz como o centro de projeção. Toda vez que a borda de uma das projeções for cruzada, deve-se avaliar se a intensidade da cor computada para o polígono que está sendo rasterizado deve ou não ser modificada. Brookingt e Kelley propuseram introduzir um pré-processamento no qual são descartados os polígonos que não são visíveis pelas fontes de luz.

(Ver Fig. 16.27 do livro-texto de Foley.)

Algoritmo de Ahterton, Welser e Greenberg: eles aplicaram os algoritmos de visibilidade duas vezes: uma em relação à fonte luminosa e a outra em relação ao observador. Depois os dois resultados são combinados através da transformação do sistema de referência da fonte de luz para o do observador. Note que as sombras são independentes das posições do observador; portanto pode-se utilizar os resultados da visibilidade das fontes luminosas para diferentes posições do observador.

(Ver Figs. 16.28 e 16.29 do livro-texto de Foley.)

Algoritmo de Crow: foi introduzido o conceito de volume de sombra (con-vexo). Um volume de sombra é definido por uma fonte de luz e pelos

raios luminosos que partem dela tangenciando as arestas do polígono da cena que seja visível por ela. Com isso, reduz-se o problema de sombra a um problema de classificação de pontos em relação a um poliedro: se ele estiver dentro de um poliedro (volume de sombra) ele não recebe nenhum raio luminoso; do contrário, ele é visível por uma fonte de luz.

(Ver Figs. 16.30 e 16.31 do livro-texto de Foley.)

Mapa de Sombra: é gerada uma imagem (mapa) da cena com o observador posicionada na fonte de luz. Esta imagem é utilizada durante a rasterização da cena com o observador em qualquer posição como modificador (textura) da intensidade luminosa em cada *pixel* da imagem final.

(Ver Figs. 16.32 e 16.33 do livro-texto de Foley.)

Exercício 7.22 *Para utilizar o mapa de sombra, é necessário determinar o *pixel* pM no mapa de sombra correspondente a cada *pixel* pI da imagem para obter a sua intensidade. Qual é a relação entre as coordenadas destes dois *pixels*?*