IA-725 - Primeira Prova

16/04/2004 - 10:00 - 11:50
Profa. Ting

NOME:
RA:

Introdução :

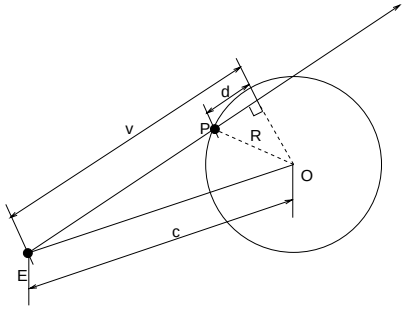
1. (0.5 pt) Dada uma função $f: R^3 \rightarrow R$ que mapeia cada ponto de um espaço tridimensional num valor real. Explique com uso desta função o que você entende por **amostragem** e por **quantização**.
2. (0,5 pt) Qual é a diferença entre uma saída vetorial e uma saída digital em termos do formato de dados utilizados nos dispositivos de saída de tecnologia de tubos de raios catódicos (CRT)?

Matemática em Computação Gráfica :

1. (1.0 pt) Mostre que o baricentro de um triângulo é uma combinação convexa dos vértices de um triângulo. O baricentro está sempre localizado no interior de um triângulo? Justifique.
2. (1.5 pt) Mostre que o ponto de interseção $\mathcal{P}$ de um raio $\vec{r}$, que sai do ponto E na direção $\vec{V}$, com uma esfera, de raio R e centrada em $\mathcal{O}$, pode ser determinado através da seguinte expressão:

$$\mathcal{P} = E + (v - d)\vec{V},$$

desde que $\vec{r}$ não tangencie a esfera. Escreva v e d em função dos pontos E, O, do vetor $\vec{V}$ e do raio R. (Dica: Utilize o teorema de Pitágoras e o produto escalar na dedução.)



Modelos Geométricos :

1. (1.0 pt) Mostre que o vetor normal no ponto $\mathcal{P} = (x, y, z, 1)$ de uma superfície quádrica

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dxy + Eyz + Fxz + Gx + Hy + Jz + K = 0$$

pode ser dado pelo vetor $\vec{N} = (N_x, N_y, N_z)$, onde

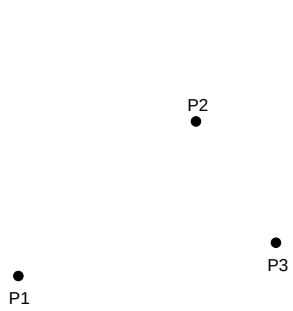
$$\begin{aligned} N_x &= 2(Ax + \frac{D}{2}y + \frac{F}{2}z + \frac{G}{2}) \\ N_y &= 2(\frac{D}{2}x + By + \frac{E}{2}z + \frac{H}{2}) \\ N_z &= 2(\frac{F}{2}x + \frac{E}{2}y + Cz + \frac{J}{2}) \end{aligned}$$

2. (1.0 pt) Mostre que uma superficie de Bézier $P(u,v)$ é invariante sob transformações afins, isto é:

$$\begin{aligned} TP(u,v) &= \sum\sum (TP_{ij}) B_i^m(u) B_j^n(v) \\ P(u,v) + \vec{d} &= \sum\sum (P_{ij} + \vec{d}) B_i^m(u) B_j^n(v) \end{aligned}$$

onde T é uma transformação linear e d é um vetor de deslocamento.

3. (1.5 pt) Dados 4 pontos de controle P_1, P_2, P_3 e P_4 e o vetor de nós $\{0,0,0,1,1,3,3,3\}$. Utilize o esquema de de Boor para determinar os pontos $P(0.5)$ e $P(1.0)$ da curva de B-Spline quadrática (de ordem 3).



Explique o procedimento, passo a passo.

Transformações Geométricas :

1. (1.5 pt) Qual é a matriz de transformação que deve ser aplicada sobre um cubo de lado unitário centrado no ponto $(5,5,5)$ de forma que ele rotacione 45^0 em torno do seu centro?
2. (1.5 pt) Derive a matriz de rotação em torno da direção (u_x, u_y, u_z) por um ângulo θ. (Lembrete: Dados dois quatérnios $q_1 = a_0 + ia_1 + ja_2 + ka_3$ e $q_2 = b_0 + ib_1 + jb_2 + kb_3$. $q_r = (a_0 + b_0 - (\vec{a} \cdot \vec{b})) + (a_0\vec{b} + b_0\vec{a} + \vec{a} \times \vec{b})$ ou, em notação matricial,

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} q_{0,r} \\ q_{1,r} \\ q_{2,r} \\ q_{3,r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_0 & -a_1 & -a_2 & -a_3 \\ a_1 & a_0 & -a_3 & a_2 \\ a_2 & a_3 & a_0 & -a_1 \\ a_3 & -a_2 & a_1 & a_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \\ -b_1 & b_0 & -b_3 & b_2 \\ -b_2 & b_3 & b_0 & -b_1 \\ -b_3 & -b_2 & b_1 & b_0 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$