

Capítulo 9

Quantização

As luminâncias ou brilhâncias associadas a uma amostra de tamanho NM de uma imagem contínua são em valores reais. Na prática, a exibição destes valores depende da capacidade de reprodução ou da resolução de cada dispositivo *raster*. Usualmente, essa resolução depende da quantidade de *pixels* NM (**resolução espacial**) e do número de bits $m = \log_2 k$ alocado para representar os valores da luminância. Vimos no Capítulo 8 que quando reduz a resolução espacial, aparece os efeitos de **serrilhamento**

(Ver Fig. 2.9 do livro-texto de Gonzalez.)

e neste capítulo nós nos ocuparemos com o problema da exibição de valores de luminância (**resolução radiométrica**).

A transformação de um intervalo real de valores para uma quantidade finita de valores é conhecida em sistemas gráficos como **quantização**. Se o nível de quantização for próximo da resolução visual humana (≈ 50 níveis de cinza ou seja na escala de variação de preto para branco), poderemos reproduzir uma imagem equivalente à percebida pela nossa visão, sem nenhuma degradação perceptível.

Observação 9.1 *A resolução radiométrica do olho humano varia com o indivíduo e com o comprimento de onda.*

Observação 9.2 *Neste capítulo estaremos considerando somente imagens em tons de cinza (resolução radiométrica). As técnicas para imagens coloridas levam em consideração não só a resolução radiométrica como também a resolução espectral. Embora elas se baseiam nos mesmos princípios, os seus algoritmos são muito mais complexos e fogem do escopo desta disciplina.*

O processo de quantização em k níveis de cinza consiste essencialmente em particionar o intervalo real de valores de luminância/brilhância em

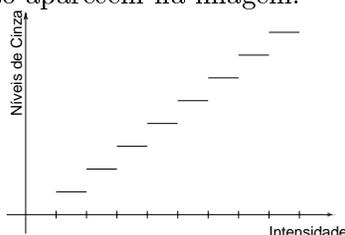
k subintervalos e associar a cada subintervalo i -ésimo nível de cinza. Um dos problemas que surgem durante a quantização é o aparecimento de **bordas falsas** ou **contornos falsos** por falta de níveis de cinza para produzir dégradé com variações bem suaves.

(Ver Fig. 2.10 do livro-texto de Gonzalez, Figs. 13.2 – 13.4 do livro-texto de Foley.)

Os efeitos perceptuais do contorno falso decorrente da quantização podem ser amenizados por quatro classes de técnicas no domínio espacial: particionamento orientado a **histograma**, ou seja de acordo com a ocorrência das luminâncias na imagem; uso de técnicas de aproximação do meio-tom; uso de técnicas de meio-tom digital ou *dithering*; e uso de técnicas de difusão de erro.

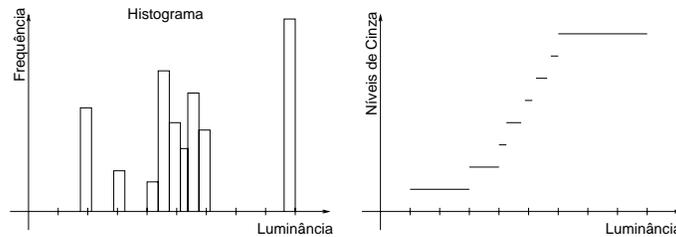
9.1 Particionamento em Subintervalos

Uma forma mais simples e intuitiva para particionar o intervalo real $\mathcal{I} = [a, b]$ de luminância em k subintervalos é utilizar a razão $\Delta I = \frac{I}{k}$, de forma que $\mathcal{I} = [a, a + \Delta I) \cup [a + \Delta I, a + 2\Delta I) \cup \dots \cup [a + i\Delta I, a + (i + 1)\Delta I) \cup \dots \cup [a + (k - 1)\Delta I, a + k\Delta I = b]$. Este tipo de particionamento é conhecido como **uniforme**. Entretanto, dependendo da distribuição de frequências das luminâncias, podemos ter um ou mais subintervalos de luminância associados a níveis de cinza que não aparecem na imagem.

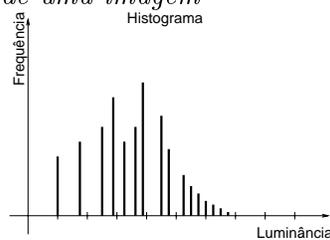


Para um uso mais eficiente da quantidade de *bits* suportada pelo dispositivo de exibição para cada *pixel*, podemos fazer um particionamento em subintervalos não uniformes de forma que todos os subintervalos contenham algumas luminâncias da imagem original e fazer uma transformação não-linear entre as luminâncias da imagem original e os níveis de cinza a serem utilizados para exibí-la.

A seleção dos limiares de cada subintervalo pode ser feita de forma **orientada a histogramas**. Quando o histograma apresenta um número finito de luminâncias comparável com o número de *bits* por *pixel* suportado, a seleção é relativamente simples. Basta associar a cada grupo um nível de cinza monotonicamente.



Exercício 9.1 Dado um dispositivo de exibição que suporta 4 bits por pixel e o seguinte histograma de uma imagem



Quantize as intensidades existentes na imagem.

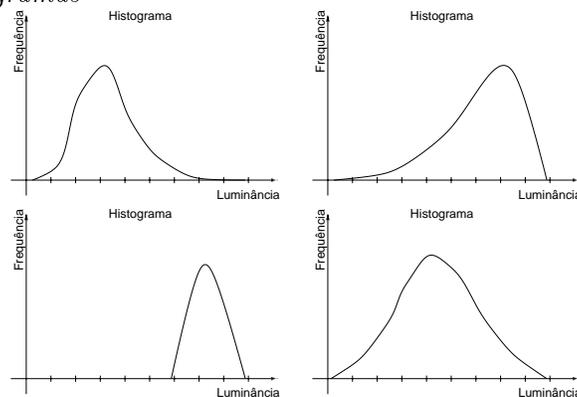
Na prática, a maioria das imagens não apresenta uma distribuição tão ideal, o que dificulta o processo de determinação dos limiares.

(Ver Fig. 4.13 do livro-texto de Gonzalez)

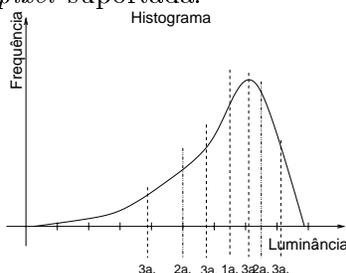
Em termos da configuração dos histogramas, existem essencialmente quatro tipos básicos de imagens: os níveis de cinza concentrados em direção à extremidade escura (esquerda) ou concentrados em direção à extremidade clara (direita), concentrados numa faixa muito estreita ou numa faixa muito larga.

(Ver Fig. 4.10 do livro-texto de Gonzalez)

Exercício 9.2 Classifique as imagens quanto à claridade e ao realce a partir dos seus histogramas



Há procedimentos que ajudam na detecção dos limiares para cada subintervalo de valores de luminância com base na distribuição das frequências das luminâncias. Uma técnica iterativa é subdividir recursivamente os subintervalos pela mediana até que o número de subintervalos seja igual à quantidade de *bits* por *pixel* suportada.



Exercício 9.3 *Seja uma imagem de 32 níveis de cinza:*

31	31	10	29	13	6	6	4	4
10	16	15	12	12	5	24	11	11
10	16	14	0	0	0	0	8	10
9	24	0	0	0	0	8	8	10
13	5	0	0	0	0	8	8	21
28	24	24	24	24	24	21	21	21

e um dispositivo que suporta 2 bits por pixel. Quantize a imagem pelo método mediano.

9.2 Aproximação do Meio-Tom

A técnica de meio-tom (*halftoning*) é uma técnica tradicionalmente utilizada para impressão de jornais, revistas e livros com apenas dois tons: preto e branco. A técnica consiste essencialmente em utilizar pontos pretos de tamanhos variados sobre o fundo branco de tal sorte que, quando olhados a uma certa distância, dão a sensação de vários níveis de tons de cinza. Nos jornais a densidade dos pontos varia de 60 a 80 pontos por polegada e na impressão de revistas e livros de qualidade melhor, é comum encontrar densidade entre 110 a 200 pontos por polegada.

(Ver Fig. 13.7 do livro-texto de Foley)

O processo de meio-tom analógico é obtido utilizando-se uma câmera fotográfica especial. A imagem é refotografada num filme de alto contraste sobrepondo a ela uma tela reticulada, de forma que o filme só é sensibilizada nos pontos correspondentes aos nós do reticulado. Cada nó do reticulado,

por sua vez, atua como uma lente que focaliza a luz proveniente da imagem. Assim, (o tamanho da) área a ser sensibilizada depende do valor da luminância recebida.

Os dispositivos utilizados para exibição de imagens digitais só conseguem, de modo geral, produzir pontos de mesmo tamanho, como os *pixels* dos monitores CRT e os pontos de uma impressora matricial. Uma solução adotada é simular o método de meio-tom através da **aglomeração de *pixels*** (*clustered-dots* em diferentes padrões de níveis de cinza. Um grupo de $n \times n$ *pixels* consegue emular $n^2 + 1$ níveis de cinza. Por exemplo, um aglomerado de 2×2 e 3×3 *pixels* consegue emular 5 e 10 níveis de cinza, respectivamente. Observe que há um compromisso entre a resolução espacial e a resolução radiométrica a ser emulada, uma vez que a sensação de diferentes tons se deve a diferentes relações entre áreas escuras e áreas brancas.

(Ver Fig. 13.8 e 13.10 do livro-texto de Foley)

Certamente, para $n \times n$ *pixels* há uma grande variedade na forma de aglomerar estes *pixels* para formar os $n^2 + 1$ padrões de cinza. Algumas regras úteis para dispor estes *pixels* num padrão são:

1. não devem produzir artefatos visuais numa área grande de mesma intensidade;

(Ver Fig. 13.11 do livro-texto de Foley)

2. o aglomerado dos *pixels* deve formar uma sequência monotônica crescente. Um *pixel* que fizer parte de um nível de cinza i , faz parte dos níveis maiores que i ;
3. o aglomerado dos *pixels* deve crescer do centro para fora para dar impressão de pontos de tamanhos variáveis; e

(Ver Fig. 13.12 do livro-texto de Foley)

4. os *pixels* escuros ficarem adjacentes.

Por eficiência, uma proposta para quantização de uma imagem de níveis de cinza numa imagem binária (de meio-tom) é utilizar **matrizes de dither** (*dither matrix*), cujos elementos são distintos limiares de quantização. Estas matrizes são também conhecidas como **máscaras de padrão**. Os efeitos da quantização é fortemente dependente da distribuição destes limiares. O procedimento de quantização em si consiste simplesmente em correr a máscara sobre a imagem original, **ordenado** bloco a bloco, e comparar o valor de cada elemento da máscara com o valor do *pixel* sobreposto. A partir do

resultado da comparação (maior ou igual; menor), atribui-se ao *pixel* um dos dois tons.

(Ver Eq. 13.11 do livro-texto de Foley)

O número inteiro i na matriz de *dither* indica o i -ésimo limiar de luminância no intervalo real de luminância. Os limiares podem ser igualmente espaçados ou com espaçamentos diferenciados, conforme explicado na seção 9.1.

Exercício 9.4 Considere a imagem do Exercício 9.3 e que o dispositivo suporta 1 bit por *pixel*.

1. Utilize o método de mediano para determinar os 9 limiares de quantização.
2. Obter uma nova imagem quantizada em “9 níveis de cinza” com uso da seguinte matriz de *dither*

$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 7 \\ 1 & 0 & 3 \\ 6 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Observação 9.3 Nas referências de *Computação Gráfica e Processamento de Imagens* é comum referir a técnica de aproximação do meio-ton por *dithering* ordenado com aglomeração (*clustered-dot ordered dither*).

Exercício 9.5 A seguinte matriz de *dither* pode gerar textura decorrente dos padrões de meios-tons em regiões de luminância constante:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

Por quê?

Observação 9.4 A aproximação do meio-ton é uma técnica que aumenta a resolução radiométrica através da redução da resolução espacial.

9.3 Dithering

A aglomeração dos *pixels* é importante para dispositivos que não conseguem exibir pontos isolados, como impressoras *laser*. No caso dos monitores CRT que conseguem exibir os *pixels* isoladamente, os *pixels* “escuros” não precisam estar adjacentes para produzir uma dada percepção de tom de cinza. Quando se aproxima o método de meio-tom por conjunto de *pixels* escuros não necessariamente adjacentes, dizemos então, que a aproximação é por **dispersão de pixels**.

A eliminação da restrição dos *pixels* escuros ficarem adjacentes permite dar à imagem uma aparência com maiores variações nos níveis de cinza. Bayer mostrou que uma dispersão feita de forma que a distribuição de *pixels* escuros correspondente a cada nível de cinza ser mais uniforme possível minimize a visibilidade dos padrões de meios tons em regiões da imagem com luminância constante. Ele estabeleceu ainda condições necessárias e suficientes para construir matrizes de *dither* que facilitem a implementação da sua técnica de quantização. Com isso, podemos aumentar a resolução radiométrica sem reduzir a resolução espacial. As matrizes são conhecidas como **matrizes de Bayer**.

A matriz de Bayer de ordem 2 é dada por

$$D^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrizes de Bayer de ordem maior podem ser obtidas de forma recorrente usando a relação

$$D^{(n)} = \begin{bmatrix} 4D^{(n/2)} + D_{00}^{(2)}U^{n/2} & 4D^{(n/2)} + D_{01}^{(2)}U^{n/2} \\ 4D^{(n/2)} + D_{10}^{(2)}U^{n/2} & 4D^{(n/2)} + D_{11}^{(2)}U^{n/2} \end{bmatrix},$$

com

$$U^{(n)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Exercício 9.6 Derive a matriz de Bayer de ordem 3 e 4.

Exercício 9.7 Escreva um algoritmo que quantiza uma imagem com uso de matrizes de Bayer de ordem 4, supondo que os 16 limiares sejam argumentos de entrada da função.

Exercício 9.8 *Quantize a imagem do Exercício 9.3 em “4 níveis de cinza” e “9 níveis de cinza” para um dispositivo monocromático (1 bit por pixel) utilizando, respectivamente, as matrizes de Bayer de ordem 2 e de ordem 3.*

Observação 9.5 *A seguinte matriz de dither é conhecida como quadrado mágico pelo fato de que as somas dos elementos das colunas, das linhas e das diagonais são todas iguais a 34*

$$\begin{bmatrix} 0 & 6 & 9 & 15 \\ 11 & 13 & 2 & 4 \\ 7 & 1 & 14 & 8 \\ 12 & 10 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

O efeito é ter uma distribuição uniforme de pixels escuros em todas as direções.

9.4 Difusão de Erro

Diferentemente das técnicas de *dithering*, que por definição incluem erros de aproximação em cada *pixel*, as técnicas por difusão de erro propagam tais erros para os *pixels* adjacentes procurando balanceá-los. Mais precisamente, é aproximado o valor de um *pixel* (incluindo os erros herdados) por um limiar de luminância mais próximo possível e o erro de aproximação é propagado para os *pixels* vizinhos. As técnicas existentes na literatura diferem na distribuição deste erro de aproximação.

(Ver Fig. 13.14 do livro-texto de Foley)

A técnica mais clássica é a proposta por Floyd e Steinberg que utiliza a seguinte matriz de distribuição

$$Peso = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

sempre centrada no *pixel* em processamento. Esta matriz de distribuição nos indica que será distribuído

- $\frac{7}{16} \sum_i \sum_j Peso_{i,j}$ do erro de aproximação para o *pixel* do lado direito;
- $\frac{5}{16} \sum_i \sum_j Peso_{i,j}$ do erro de aproximação para o *pixel* imediatamente abaixo;
- $\frac{3}{16} \sum_i \sum_j Peso_{i,j}$ do erro de aproximação para o *pixel* abaixo, em diagonal no lado esquerdo; e

- $\frac{1}{16} \sum_i \sum_j \text{Peso}_{i,j}$ do erro de aproximação para o *pixel* abaixo, em diagonal no lado direito.

Exercício 9.9 *Quantize a imagem do Exercício 9.3 com uso da técnica de Floyd-Steinberg, distribuindo os erros na seguinte forma:*

- $\frac{7}{16}$ para o *pixel* do lado direito,
- $\frac{3}{16}$ para o *pixel* abaixo em diagonal para esquerda,
- $\frac{5}{16}$ para o *pixel* abaixo e
- $\frac{1}{16}$ para o *pixel* abaixo em diagonal para direita.

Inicie o procedimento de cima para baixo e de esquerda para direita. Se invertermos a ordem, o resultado pode ser alterado?

Observação 9.6 *O algoritmo de Floyd-Steinberg foi desenvolvido originalmente para imagens de meio-tom, mas se adapta facilmente para imagens a cores. Uma boa referência é Graphics Gems volume II, editado por James Arvo.*

Outras duas matrizes de distribuição de erro encontradas na literatura são

$$\text{Peso} = \frac{1}{48} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Peso} = \frac{1}{42} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$