

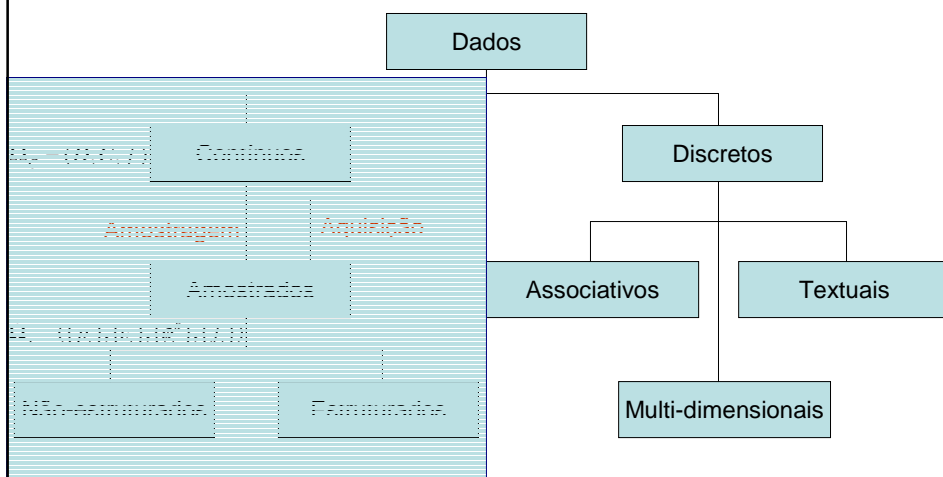
IA369P – Tópicos em Engenharia de Computação VI

Visualização de Informação: Algoritmos

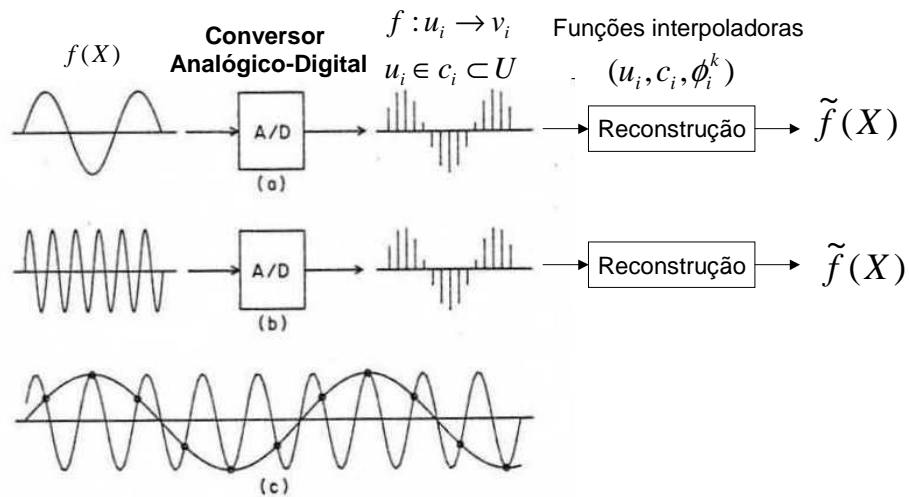
Representação de Dados

Capítulo 3 do livro-texto Telea

Classificação



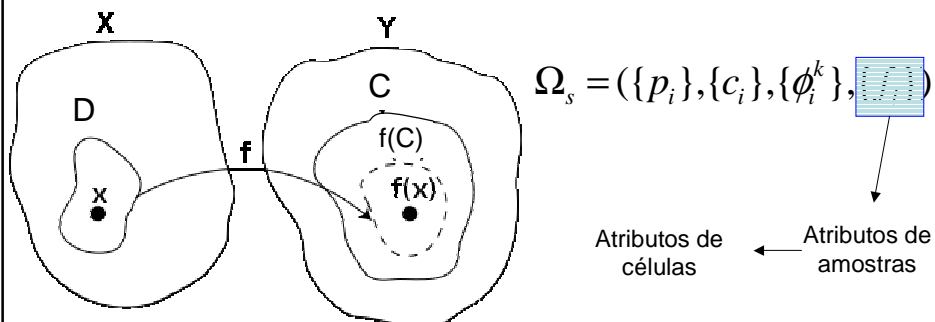
Amostras Adquiridas



IA369P – 2s2009 - Ting

Contradomínio de f

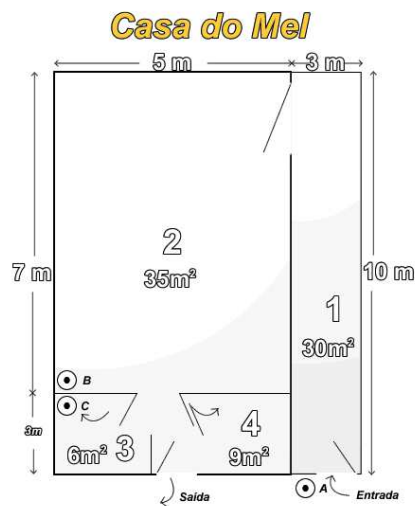
$f: D \rightarrow C$ D: sub-domínio de elementos de interesse
C: contradomínio de atributos



IA369P – 2s2009 - Ting

Tipos de Dados

Escalares



IA369P – 2s2009 - Ting

Escalares:

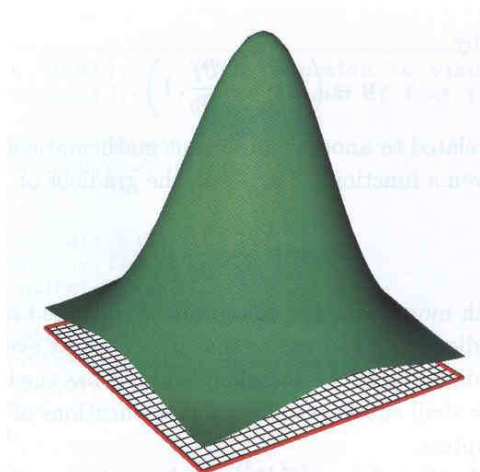
$$f(X) \subset R$$

Vetores

Tensores

Cores

Escalares



Altitude $h=f(x,y)$ codificada em **coordenada z**.

IA369P – 2s2009 - Ting

Escalares:

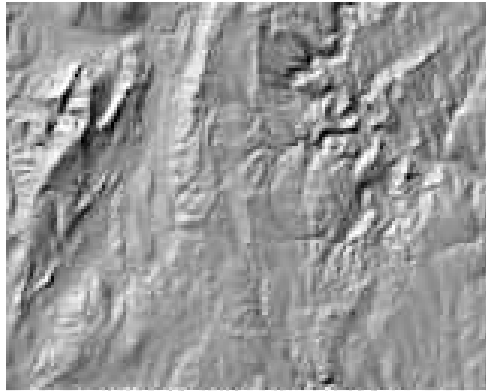
$$f(X) \subset R$$

Vetores

Tensores

Cores

Escalares



Altitude $h=f(x,y)$ codificada em **níveis de cinza**.

[Altitudes do terreno em Massachusetts](#)

IA369P – 2s2009 - Ting

Escalares:

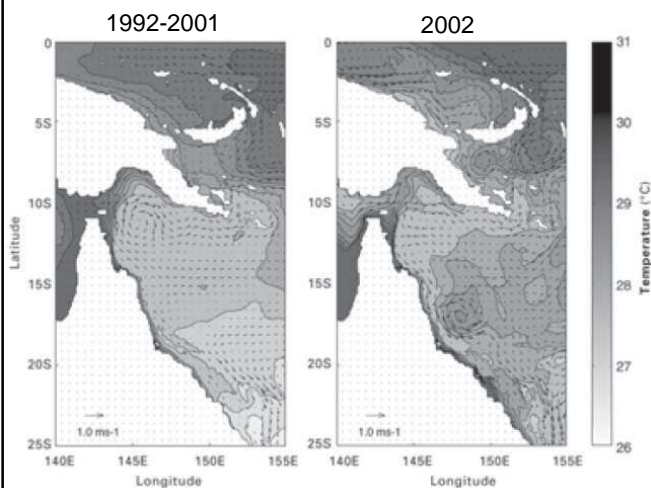
$$f(X) \subset R$$

Vetores

Tensores

Cores

Escalares



Escalares:

$$f(X) \subset R$$

Vetores

Tensores

Cores

[Variação de temperatura no Mar de Coral](#) (Oceano Pacífico, Austrália)

IA369P – 2s2009 - Ting

Temperatura codificada em **curvas de nível**.

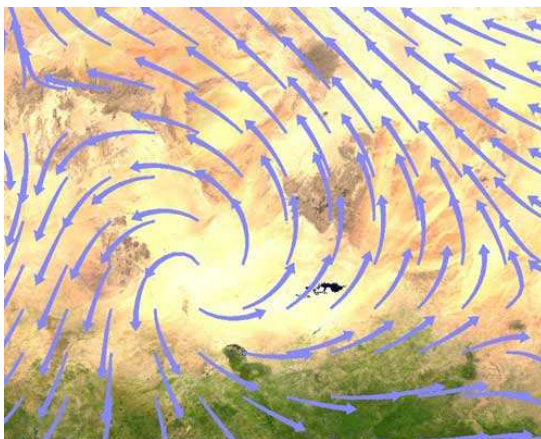
Operações sobre Escalares

- Soma
- Subtração
- Multiplicação
- Divisão

IA369P – 2s2009 - Ting

Tipos de Dados

Vetores



Escalares:

$$f(X) \subset R$$

Vetores:

$$f(X) \subset R^d$$

Tensores

Cores

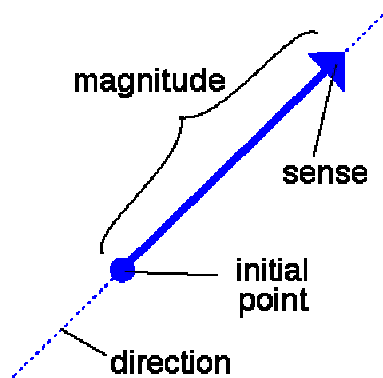
Intensidade e direção de vento codificada em setas.

IA369P – 2s2009 - Ting

Tipos de Dados

Vetores

d valores escalares no espaço R^d



Escalares:

$$f(X) \subset R$$

Vetores:

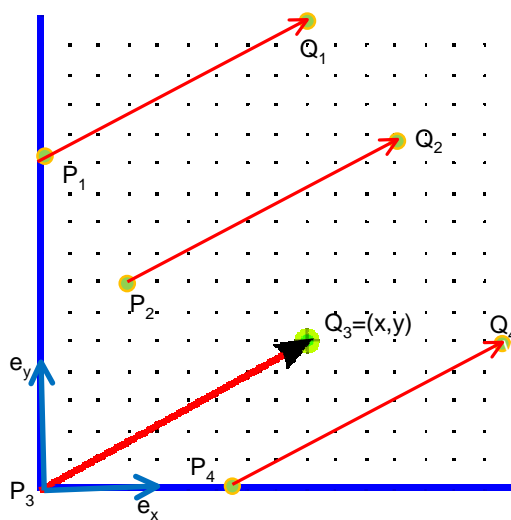
$$f(X) \subset R^d$$

Tensores

Cores

IA369P – 2s2009 - Ting

Vetores



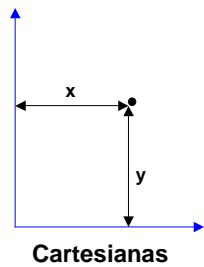
- Magnitude ($|v|$)
- Orientação ($v/|v| =$ vetor normalizado)

IA369P – 2s2009 - Ting

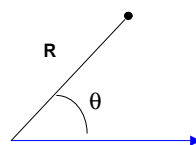
Pontos

Posições espaciais:

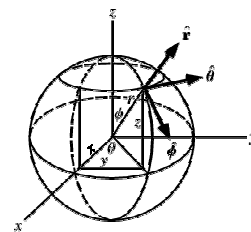
- Coordenadas cartesianas
- Coordenadas polares
- Coordenadas cilíndricas
- Coordenadas esféricas



Cartesianas



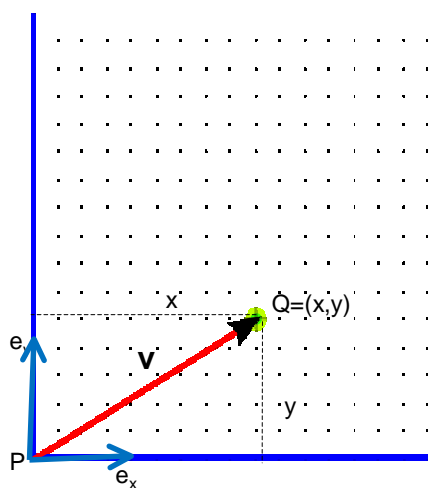
Polares



Esféricas

IA369P – 2s2009 - Ting

Pontos e Vetores



$$\mathbf{e}_x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{e}_y = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ponto: $Q = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

$$P = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

“Absoluta”

Vetor: “diferença” entre 2 pontos

$$\mathbf{v} = Q - P$$

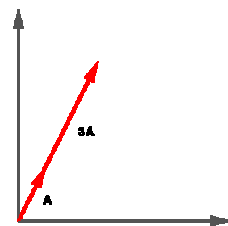
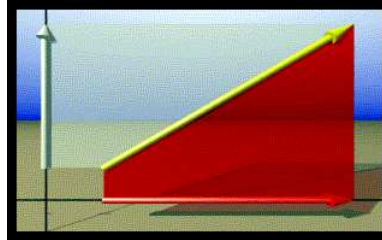
$$= \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

“Relativa”

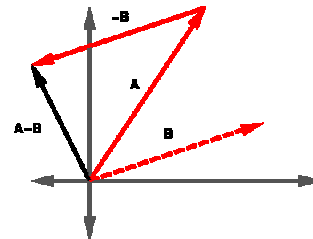
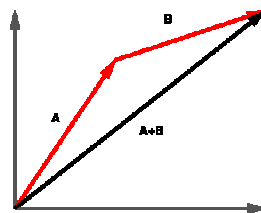
IA369P – 2s2009 - Ting

Operações sobre Vetores

Fator de escala, Soma, Subtração

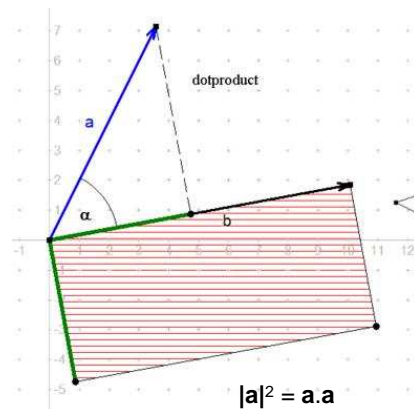


IA369P – 2s2009 - Ting

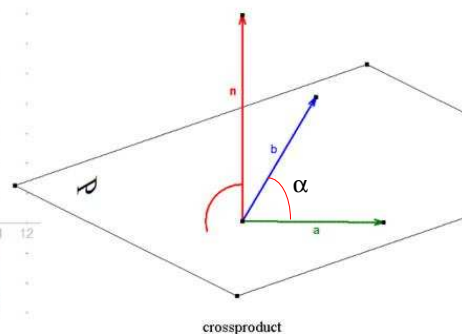


Operações sobre Vetores

Escalares e Vetoriais



IA369P – 2s2009 - Ting



Tipos de Vetores

Como os vetores (T^1, T^2, \dots, T^d) se transformam em $(\bar{T}^1, \bar{T}^2, \dots, \bar{T}^d)$ na mudança de base (x^1, x^2, \dots, x^d) para $(\bar{x}^1, \bar{x}^2, \dots, \bar{x}^d)$?

Coordenadas cartesianas $(x, y, z) \rightarrow$ Coordenadas esféricas (r, θ, φ)

- **Contravariantes**

– Diferencial/derivadas

$$\begin{bmatrix} dr \\ d\theta \\ d\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial r}{\partial x} dx + \frac{\partial r}{\partial y} dy + \frac{\partial r}{\partial z} dz \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} dx + \frac{\partial \theta}{\partial y} dy + \frac{\partial \theta}{\partial z} dz \\ \frac{\partial \varphi}{\partial x} dx + \frac{\partial \varphi}{\partial y} dy + \frac{\partial \varphi}{\partial z} dz \end{bmatrix}$$

$$\bar{T}^i = \sum_{r=1}^d T^r \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^r}$$

- **Covariantes**

– Gradiente

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial r} \\ \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f}{\partial \varphi} \end{bmatrix}^t = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial r} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial r} \\ \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \theta} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \varphi} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \varphi} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \varphi} \end{bmatrix}^t$$

$$\bar{T}_i = \sum_{r=1}^d T_r \frac{\partial x^i}{\partial \bar{x}^r}$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Exercícios

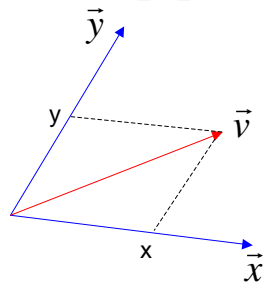
- Em termos de notação, quais são as convenções utilizadas para distinguir os vetores contravariantes dos vetores covariantes?
- Pesquise: o que é a convenção de somatório de Einstein ou notação de Einstein?

IA369P – 2s2009 - Ting

Tipos de Vetores

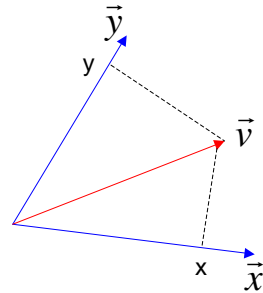
- **Contravariantes**

$$\vec{v} = [\vec{x} \quad \vec{y}] \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$



- **Covariantes**

$$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix} = [\vec{x} \cdot \vec{v} \quad \vec{y} \cdot \vec{v}]$$



IA369P – 2s2009 - Ting

Exercícios

Dada uma esfera centrada na origem, de raio 1, representada em

- coordenadas cartesianas (x,y,z)
- coordenadas esféricas (r,θ,φ)

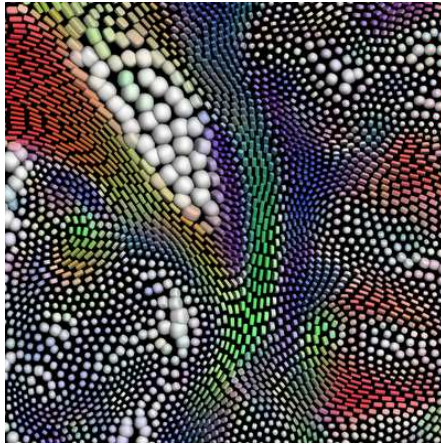
- Determine, para dois sistemas de referência, o gradiente em cada ponto sobre a esfera.
- Qual é a transformação dos componentes do gradiente em coordenadas cartesianas para os em coordenadas esféricas?
- Qual é a relação entre o diferencial das coordenadas cartesianas em relação ao diferencial das coordenadas esféricas?
- Qual é a direção do gradiente em relação à esfera? E o vetor diferencial em relação à esfera?

IA369P – 2s2009 - Ting

Tipos de Dados

Tensores

Generalização de “quantidades geométricas” em R^d



Escalares:

$$f(X) \subset R$$

Vetores:

$$f(X) \subset R^d$$

Tensores:

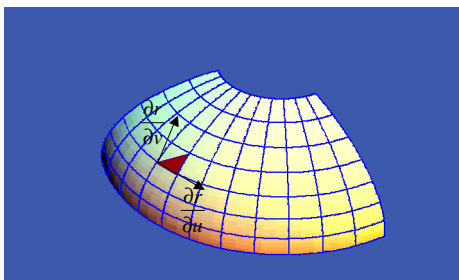
Escalares (tensores de rank 0) + vetores (tensores de rank 1) + outros arranjos matriciais de escalares

Cores

IA369P – 2s2009 - Ting

Difusão de líquido em distintas direções

Tensor Métrico



$$ds = \frac{\partial r}{\partial u} du + \frac{\partial r}{\partial v} dv$$

$$ds \cdot ds = \left(\frac{\partial r}{\partial u} du + \frac{\partial r}{\partial v} dv \right) \cdot \left(\frac{\partial r}{\partial u} du + \frac{\partial r}{\partial v} dv \right)$$

$$ds^2 = \underbrace{\frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial r}{\partial u}}_E du^2 + 2 \underbrace{\frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial r}{\partial v}}_F dudv + \underbrace{\frac{\partial r}{\partial v} \frac{\partial r}{\partial v}}_G dv^2$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Tensores Covariantes

Superfície parametrizada em (u,v)

$$ds = \frac{\partial r}{\partial u} du + \frac{\partial r}{\partial v} dv$$

$$E = \frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial r}{\partial u}$$

$$F = \frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial r}{\partial v}$$

$$G = \frac{\partial r}{\partial v} \frac{\partial r}{\partial v}$$

Superfície parametrizada em (u',v')

$$ds = \frac{\partial r}{\partial u'} du' + \frac{\partial r}{\partial v'} dv'$$

$$E' = \frac{\partial r}{\partial u'} \frac{\partial r}{\partial u'}$$

$$F' = \frac{\partial r}{\partial u'} \frac{\partial r}{\partial v'}$$

$$G' = \frac{\partial r}{\partial v'} \frac{\partial r}{\partial v'}$$

$$\begin{bmatrix} E' & F' \\ F' & G' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial u'} & \frac{\partial u}{\partial v'} \\ \frac{\partial v}{\partial u'} & \frac{\partial v}{\partial v'} \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial u'} & \frac{\partial u}{\partial v'} \\ \frac{\partial v}{\partial u'} & \frac{\partial v}{\partial v'} \end{bmatrix}$$

IA369P – 2s2009 - Ting

$$\bar{T}_{ij} = \sum_{j=1}^d \sum_{i=1}^d T_{rs} \frac{\partial x^r}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^j}$$

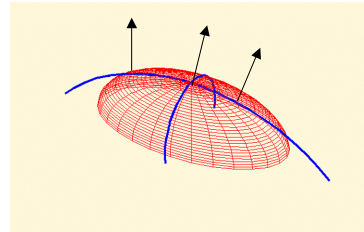
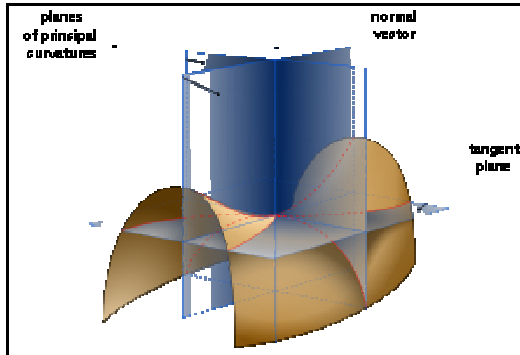
Tensores Contravariantes e Mistos

$$\bar{T}^{ij} = \sum_{j=1}^d \sum_{i=1}^d T_{rs} \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^r} \frac{\partial \bar{x}^j}{\partial x^s}$$

$$\bar{T}_j^i = \sum_{j=1}^d \sum_{i=1}^d T_s^r \frac{\partial \bar{x}^i}{\partial x^r} \frac{\partial x^s}{\partial \bar{x}^j}$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Tensor de Curvatura



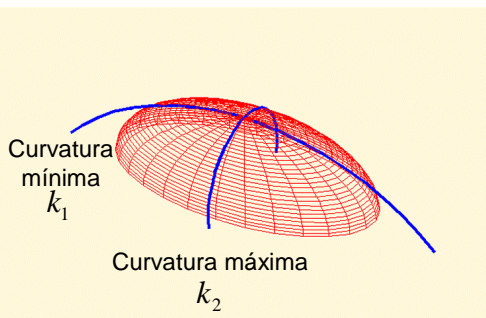
$$-ds \cdot dn = -\left(\frac{\partial r}{\partial u} du + \frac{\partial r}{\partial v} dv\right) \cdot \left(\frac{\partial n}{\partial u} du + \frac{\partial n}{\partial v} dv\right)$$

$$-ds \cdot dn = -\frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial n}{\partial u} du^2 - \frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial n}{\partial v} dudv - \frac{\partial n}{\partial u} \frac{\partial r}{\partial v} dudv - \frac{\partial r}{\partial v} \frac{\partial n}{\partial v} dv^2$$

$$-ds \cdot dn = -\underbrace{\frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial n}{\partial u}}_e du^2 - 2\underbrace{\frac{\partial r}{\partial u} \frac{\partial n}{\partial v}}_f dudv - \underbrace{\frac{\partial r}{\partial v} \frac{\partial n}{\partial v}}_g dv^2$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Curvaturas

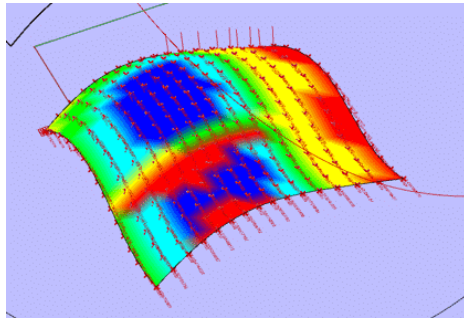


$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E & F \\ F & G \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} e & f \\ f & g \end{bmatrix}$$

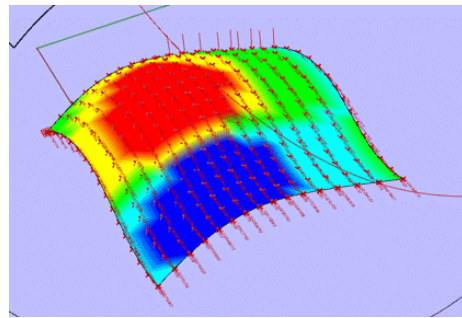
Autovalores e autovetores correspondem, respectivamente, aos extremos de **curvatura** e às **direções principais**.

IA369P – 2s2009 - Ting

Curvaturas Gaussiana e Média



Curvatura Gaussiana ($K=k_1k_2$)



Curvatura Média ($H=(k_1+k_2)/2$)

IA369P – 2s2009 - Ting

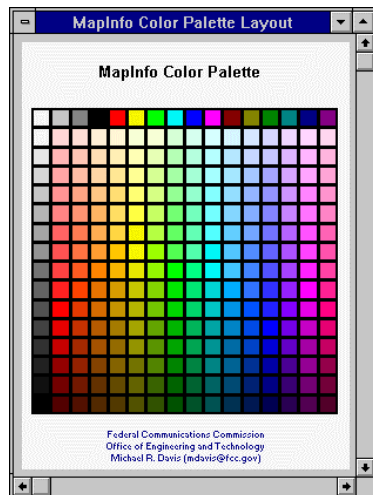
Exercício

Mostre que os componentes da segunda forma fundamental, e , f e g , se transformam segundo a regra de tensor covariante de rank 2 na mudança de espaço de variáveis.

IA369P – 2s2009 - Ting

Tipos de Dados

Cores



IA369P – 2s2009 - Ting

Escalares:

$$f(X) \subset R$$

Vetores:

$$f(X) \subset R^d$$

Tensores:

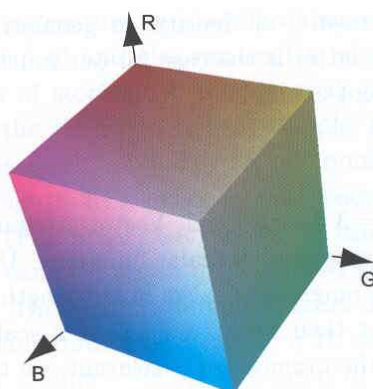
Escalares (tensores de rank 0) + vetores (tensores de rank 1) + outros arranjos matriciais de escalares

Cores

$$f(X) \subset R^3$$

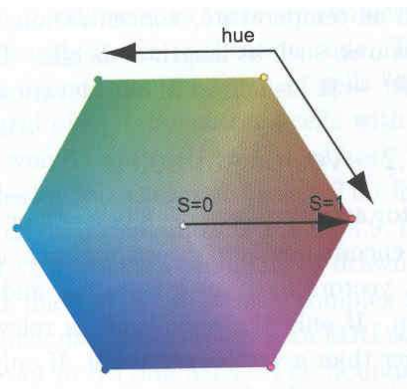
Modelos de Cor

- Representação de cores: vetores R^3 ou N^3



RGB

(vermelho, verde, azul)

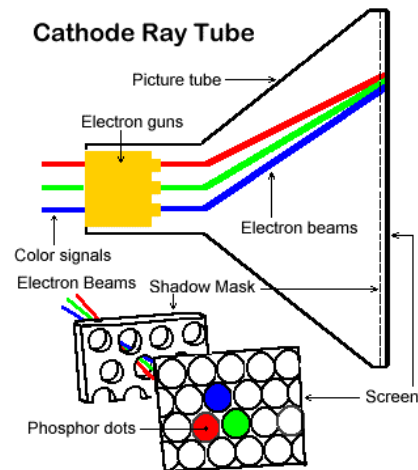


HSV

(matiz, saturação, valor)

IA369P – 2s2009 - Ting

Modelo de Cor RGB

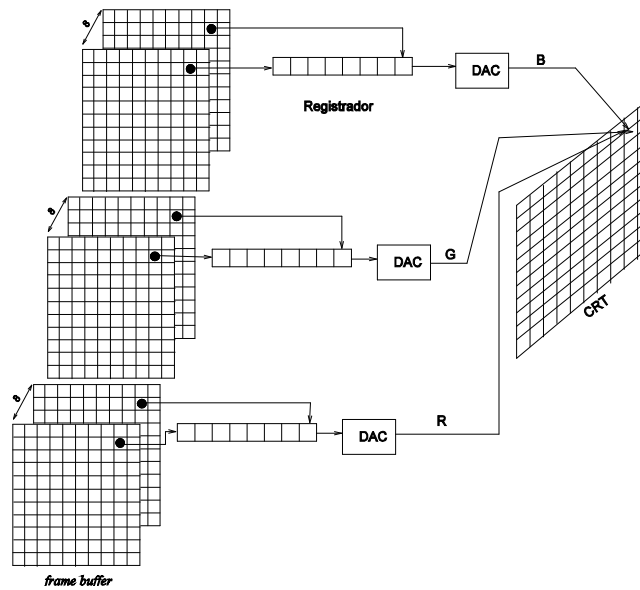


$$R, G, B \in [0,1]$$

0: intensidade nula
1: intensidade máxima

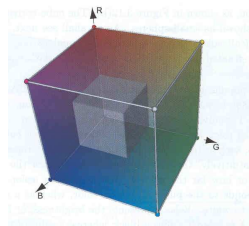
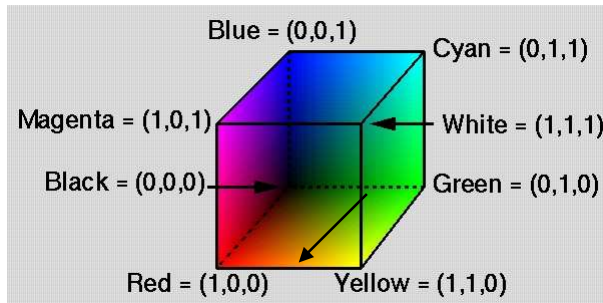
IA369P – 2s2009 - Ting

Frame Buffer

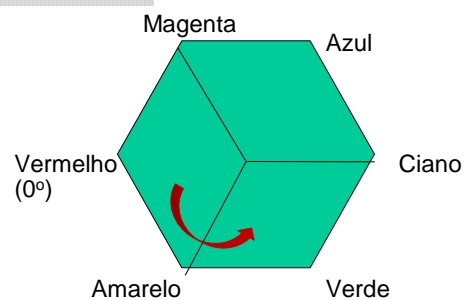


IA369P – 2s2009 - Ting

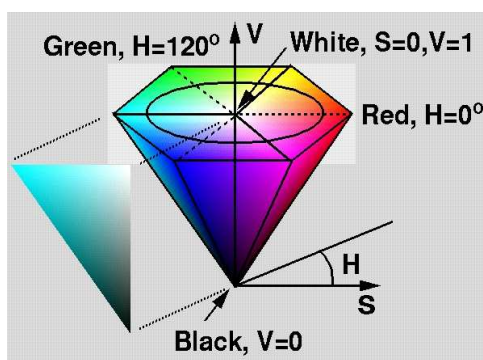
Modelo de Cor HSV



IA369P – 2s2009 - Ting

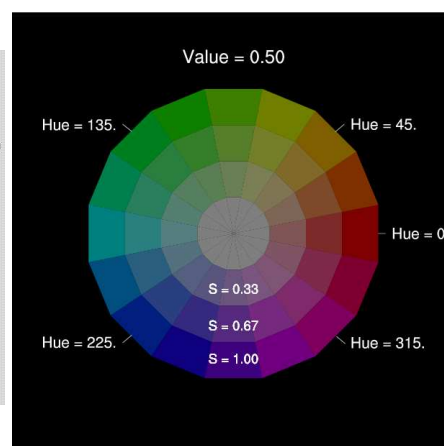


Hexágono de Cor HSV

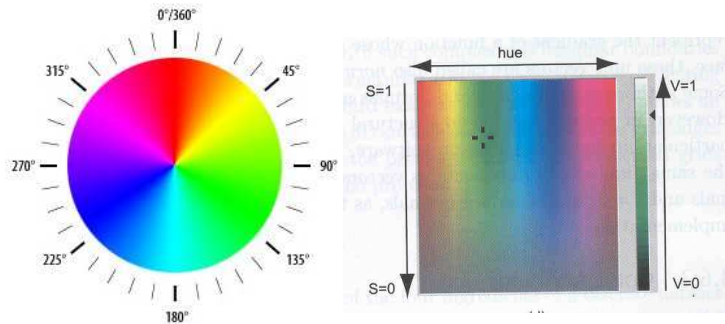


Matiz: comprimento de onda
 Saturação: pureza da cor
 Valor: brilho da cor

IA369P – 2s2009 - Ting



Disco de Cor HSV



IA369P – 2s2009 - Ting

Exercícios

- Explique os pseudo-códigos de conversão HSV-RGB apresentados em *Listing 3-2* e *3-3* do livro-texto.
- Compare os modelos de cor RGB e HSV, destacando as vantagens e desvantagens de cada um.

IA369P – 2s2009 - Ting

Gradiente de Atributos

Diferença finita central:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2h}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2k}$$

Diferença finita ascendente:

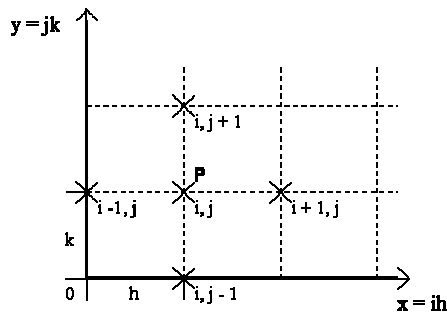
$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i+1,j} - u_{i,j}}{h}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{k}$$

Diferença finita descendente:

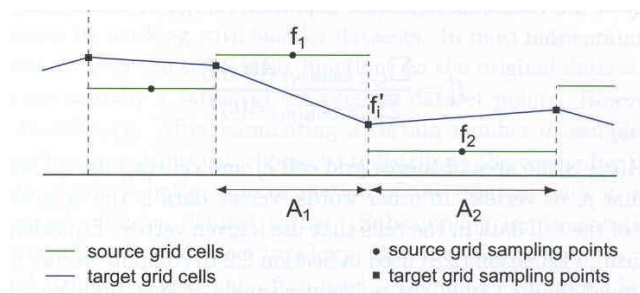
$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j} - u_{i-1,j}}{h}$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_P = \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{i,j} \cong \frac{u_{i,j} - u_{i,j-1}}{k}$$



IA369P – 2s2009 - Ting

Reamostragem de Atributos

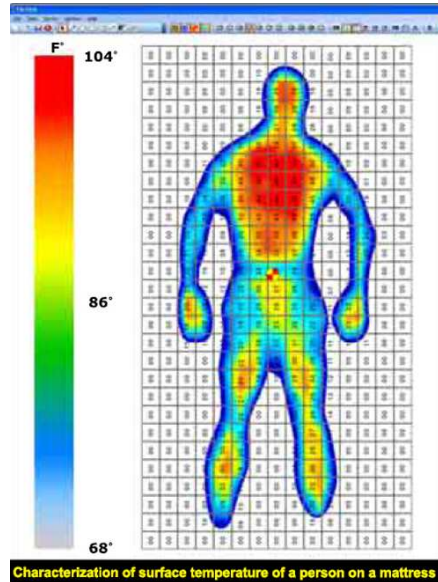


Novo atributo como soma ponderada dos atributos das células vizinhas conhecidos. Fator de ponderação: proporção da área/volume das células adjacentes.

IA369P – 2s2009 - Ting

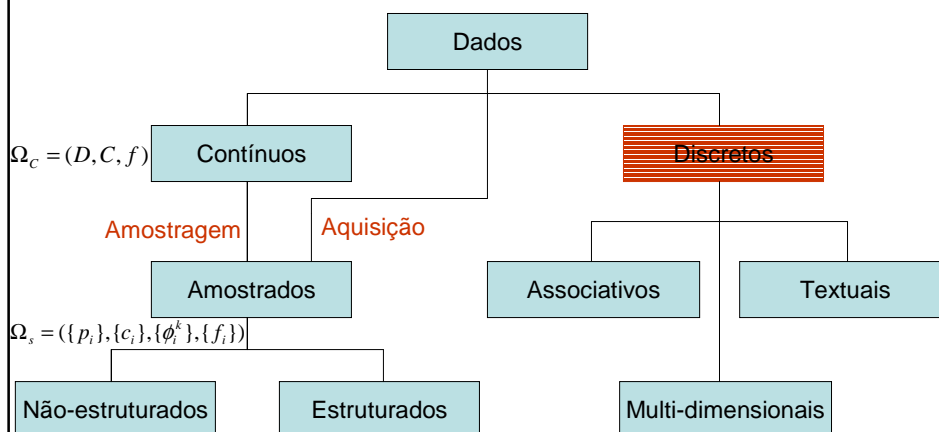
Exercícios

1. Dê um exemplo que mostre que a combinação convexa, por componente, de dois vetores unitários, não preserva a magnitude unitária.
2. Na figura ao lado, o mapeamento do intervalo de temperaturas em cores RGB foi por componentes da cor ou por vetores de cor? Justifique.



IA369P – 2s2009 - Ting

Classificação



IA369P – 2s2009 - Ting

Dados Discretos



IA369P – 2s2009 - Ting

São dados de natureza intrinsecamente discreta, representável por uma função “descontínua”.

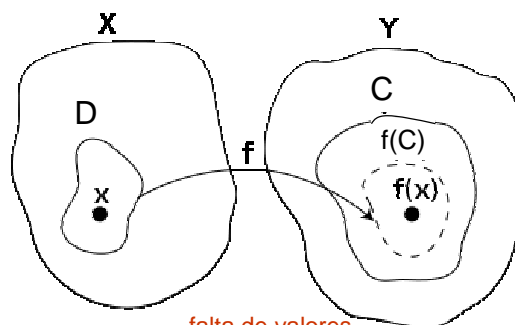
$$\Omega_D = (\{p_i\}, \{c_i\}, \{f_i\})$$

Um paradigma: mapeá-los em amostras de uma função contínua.

$$\Omega_s = (\{p_i\}, \{c_i\}, \{\phi_i^k\}, \{f_i\})$$

Desafio: o que significam os valores interpolados?

Reconstrução de Atributos



Amostras (p_i, c_i) → Atributos (f_i) → Reconstrução (ϕ_i^k)

Domínio → Contradomínio

Combinação convexa, por componente, de dois vetores não preserva a magnitude do vetor!

IA369P – 2s2009 - Ting

Exercício

1. Cite duas situações em que é comum fazer interpolação de valores discretos.

IA369P – 2s2009 - Ting

Representação de Dados

