

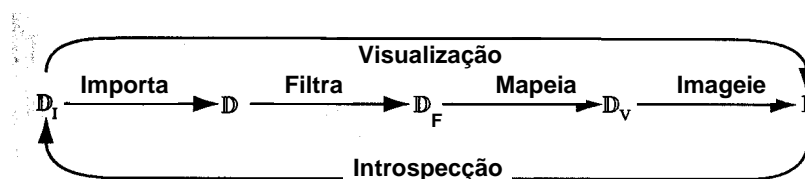
IA369P – Tópicos em Engenharia de Computação VI

Visualização de Informação: Algoritmos

Processamento de Imagens 2D

Capítulo 9 do livro-texto Telea

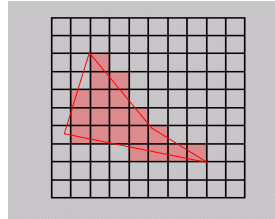
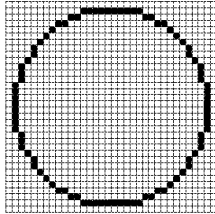
Modelo Conceitual



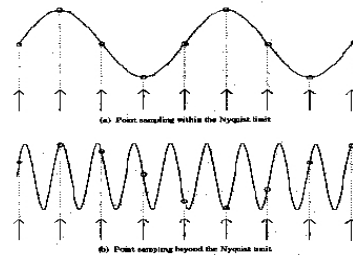
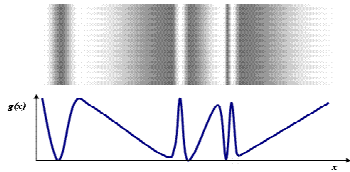
- Remoção de ruídos
- Restauração de dados
- Aumento do contraste
- Extração de dados de interesse
- Análise automática de dados de interesse

Modelos de Imagem

Geométrica (Rasterização): pixels/amostras

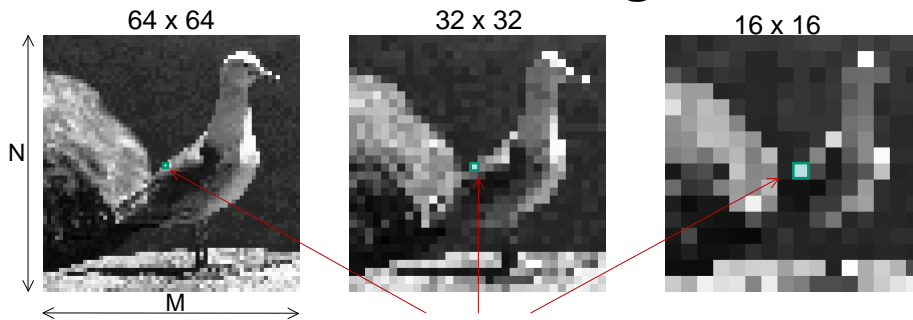


Espectral (Amostragem): amostragem da função de intensidade definida no domínio espacial



IA369P – 2s2009 - Ting

Modelos de Imagem



Pixel: menor unidade endereçável (x,y)

$$I(x,y) = r(x,y,z) L$$

Luz de incidência

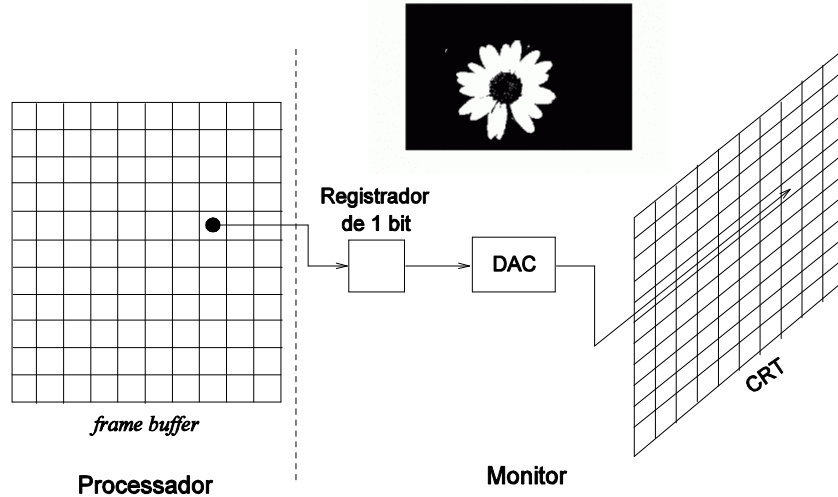
Reflectância da superfície (p.ex., k_a, k_d, k_s)

Intensidade

- Imagem binária (1 bit)
- Imagem em escala de cinza (luminância)
- Imagem Colorida (R,G,B)

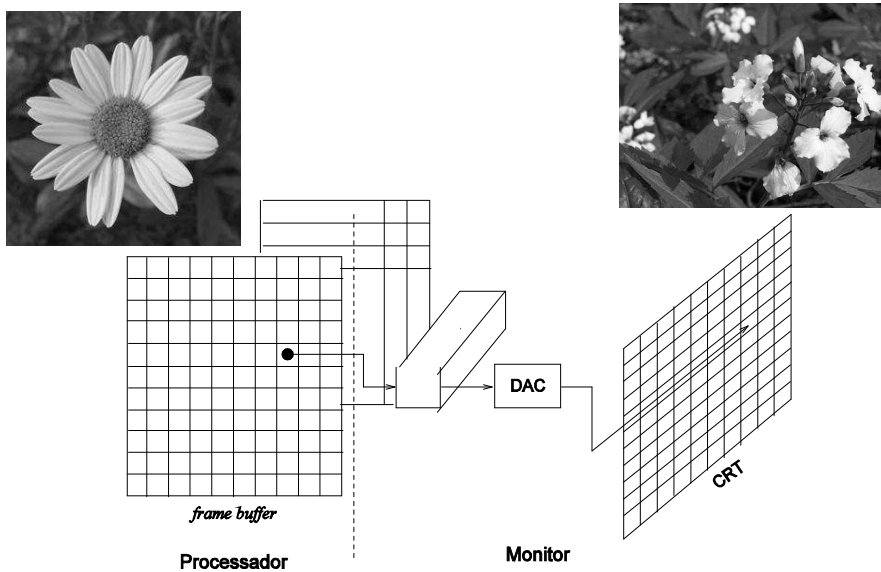
IA369P – 2s2009 - Ting

Bitmaps



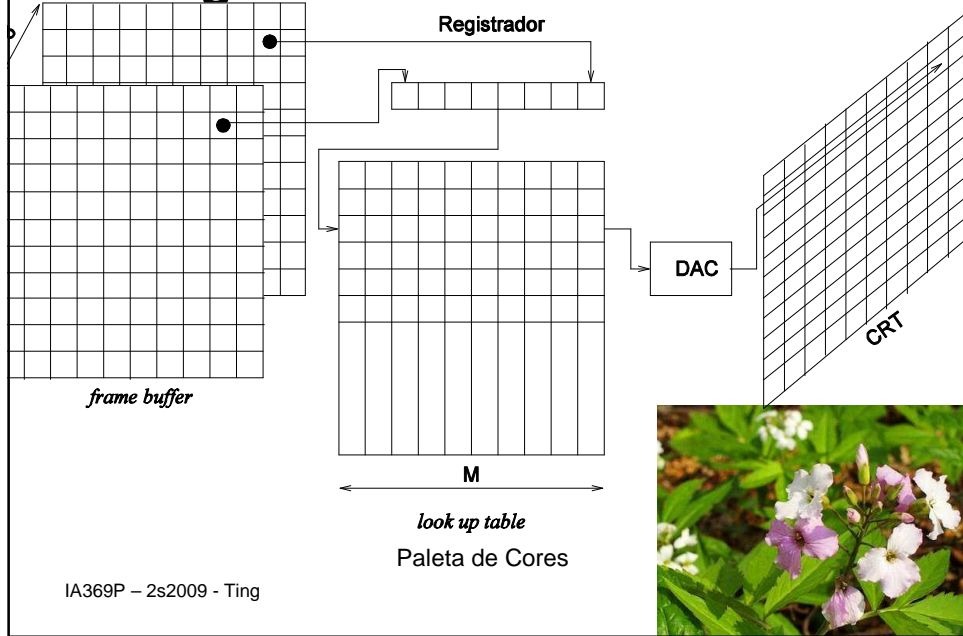
IA369P – 2s2009 - Ting

Imagem em Níveis de Cinza

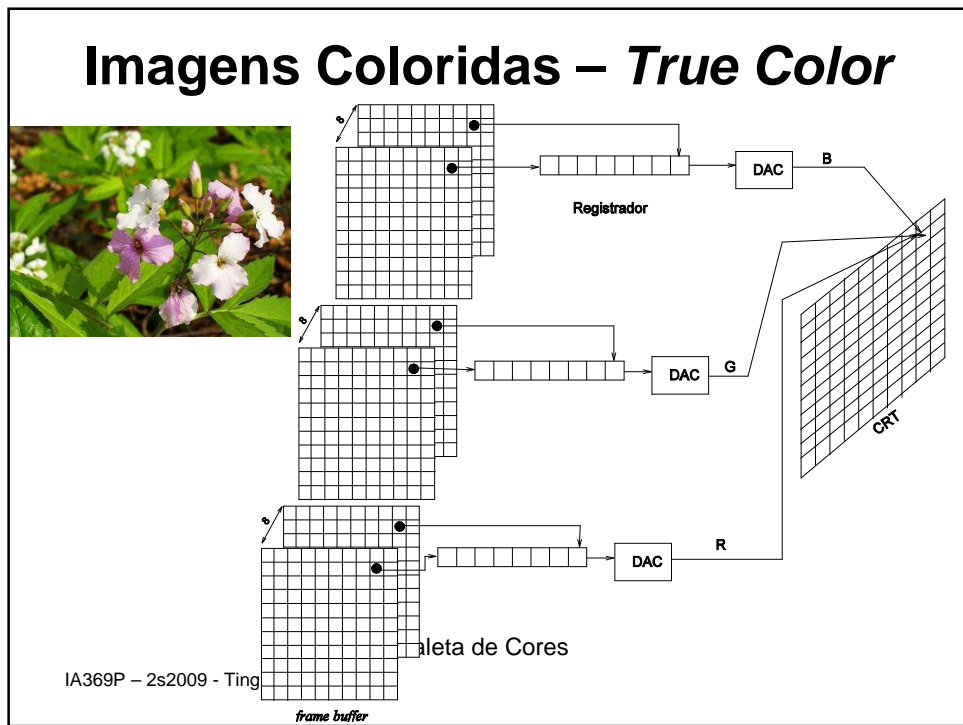


IA369P – 2s2009 - Ting

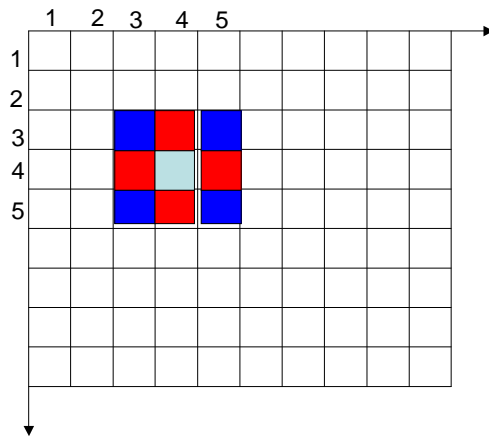
Imagens Coloridas - Indexado




Imagens Coloridas – True Color



Processamento de *Pixels*



Em relação a 

 = vizinhança-de-4 (N_4)

+

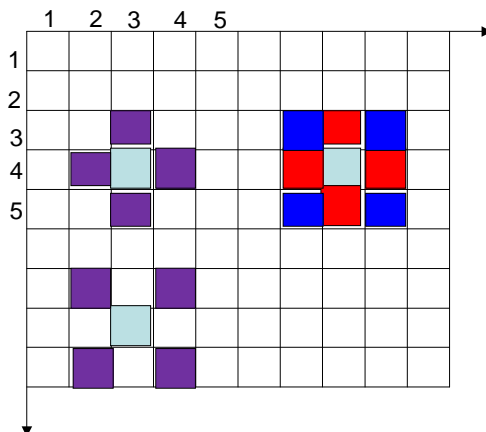
 = vizinhança diagonal
|| (N_D)

vizinhança-de-8 (N_8)

IA369P – 2s2009 - Ting

Processamento de *Pixels*

Os pixels coloridos satisfazem o mesmo critério de **similaridade**



Em relação a 

 tem **conexidade-de-4**

+



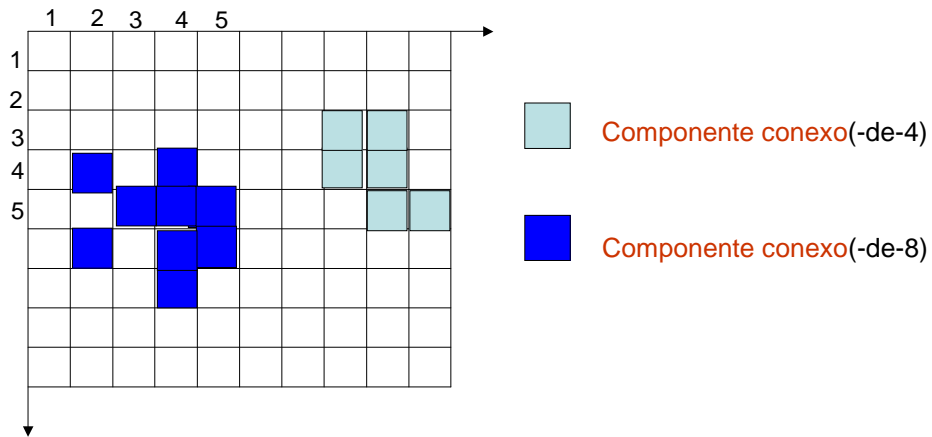
||

tem **conectividade-de-8**

 tem **conexidade-de-m**

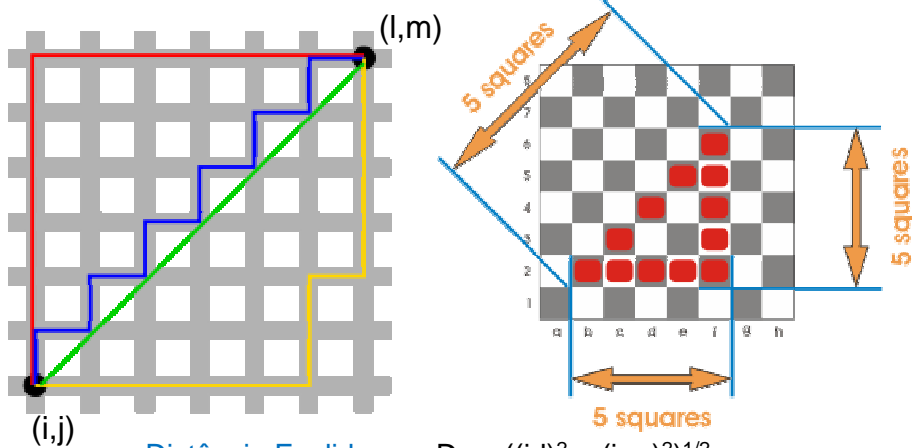
IA369P – 2s2009 - Ting

Processamento de *Pixels*



IA369P – 2s2009 - Ting

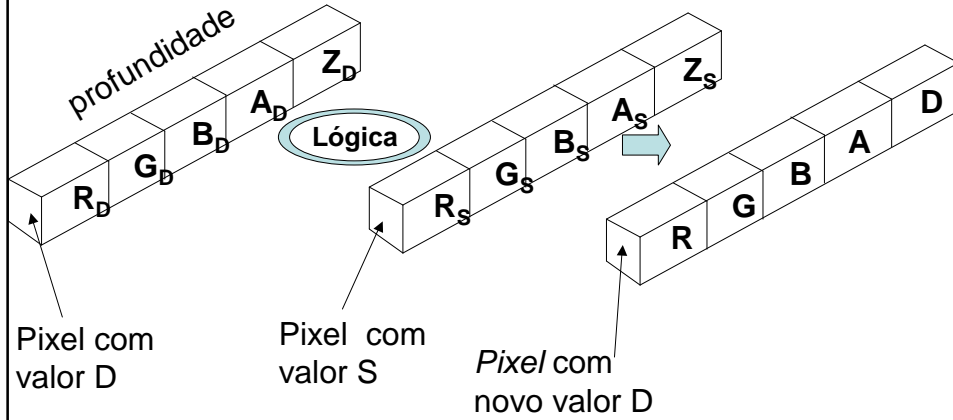
Processamento de *Pixels*



Distância Euclideana: $D_E = ((i-l)^2 + (j-m)^2)^{1/2}$
 Distância de Quarteirão: $D_4 = |i-l| + |j-m|$
 Distância de Xadrez: $D_8 = \max(|i-l|, |j-m|)$

IA369P – 2s2009 - Ting

Processamento de *Pixels* Operações Lógico-Aritméticas

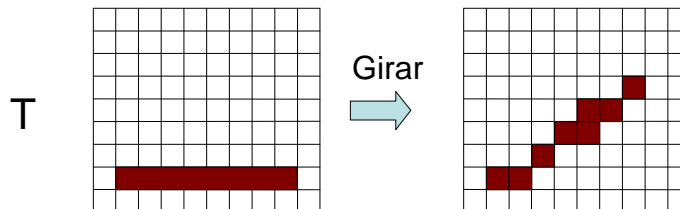


Operações lógicas (AND, NAND, OR, NOT, etc) *bit a bit*

IA369P – 2s2009 - Ting

Processamento de *Pixels* Transformações Geométricas

$$T = \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



IA369P – 2s2009 - Ting

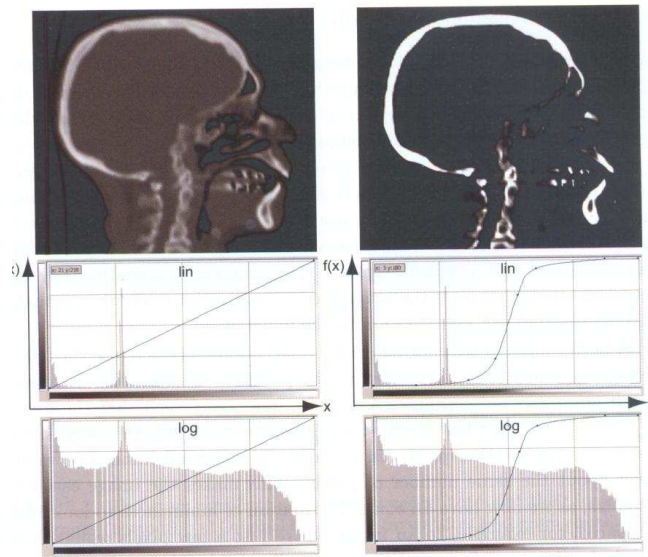
Realce

- Melhorar a qualidade visual: aumentar contraste, realçar detalhes, destacar a borda



IA369P – 2s2009 - Ting

Realce

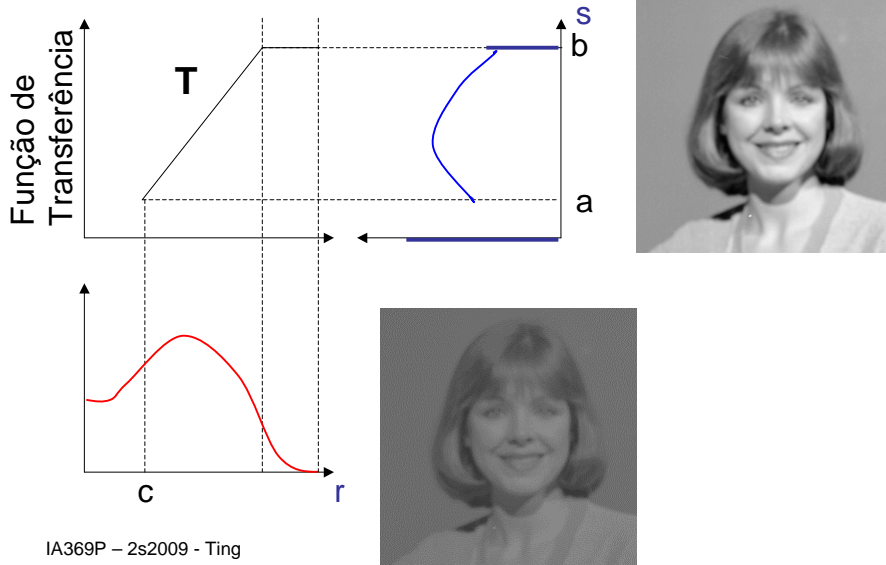


IA369P – 2s2009 - Ting

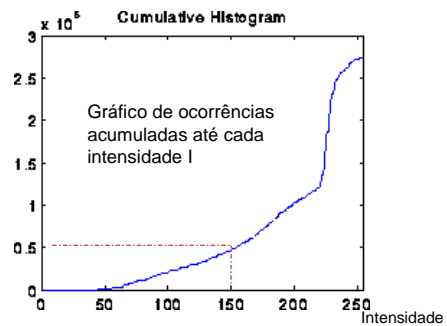
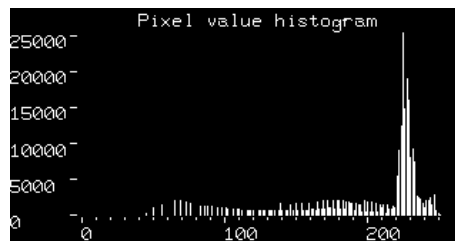
(a) original

(b) contrast-enhanced

Realce



Função de Frequência Cumulativa



IA369P – 2s2009 - Ting

Equalização de Histograma

Algoritmo

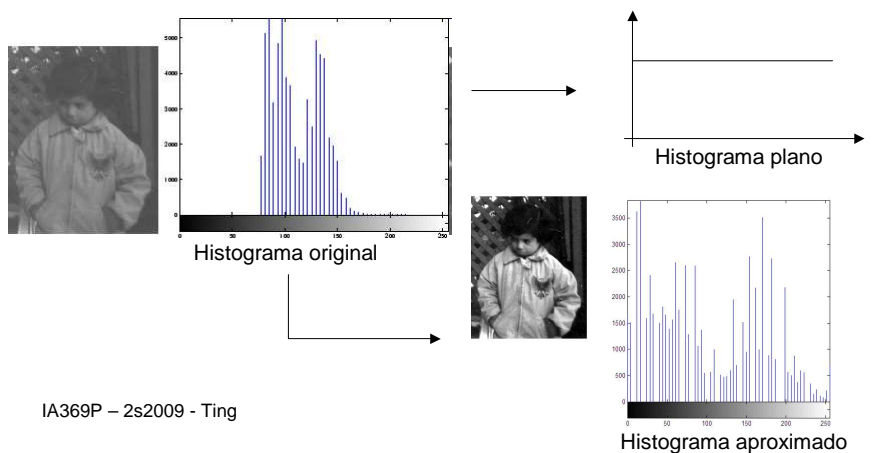
1. Construir o histograma da imagem original ($n \times m$).
2. Determinar os níveis de cinza r_i , dentre L possíveis níveis, que ocorrem na imagem.
3. Para cada nível de cinza r_i , determinar o número de *pixels* n_i com intensidade menor que r_i .
4. Determinar os valores s_i correspondentes na nova imagem com L níveis de cinza $\{0, 1, 2, \dots, L-1\}$

$$s_i = T(r_i) = \max\left\{0, \left\lfloor \frac{\frac{n_i}{n \times m}}{\frac{1}{L}} \right\rfloor - 1\right\}$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Equalização de Histograma

- Estimar uma função de transferência que transforme o histograma original em um histograma plano.



IA369P – 2s2009 - Ting

Equalização de Histograma

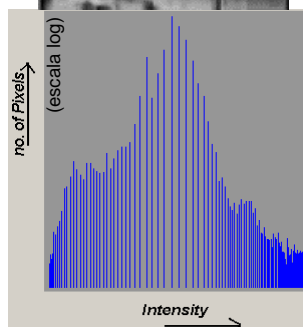
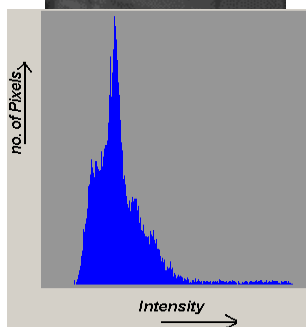


Equalização



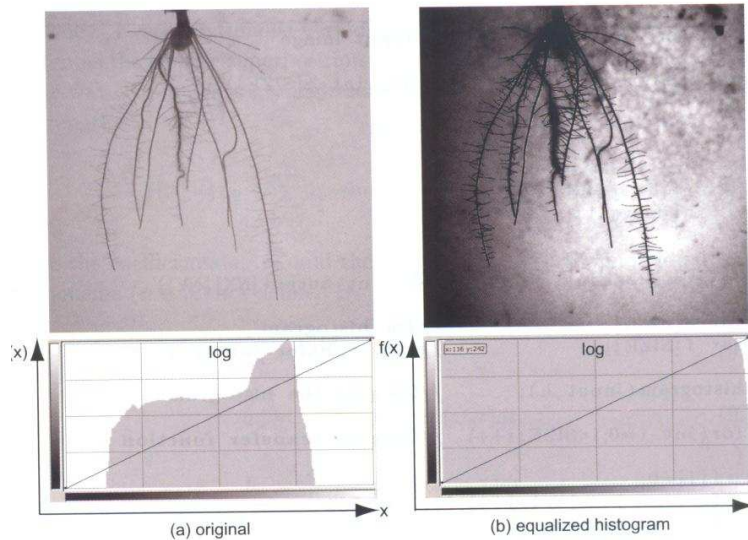
IA369P – 2s2009 - Ting

Realce



IA369P – 2s2009 - Ting

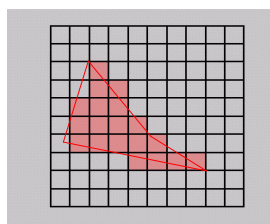
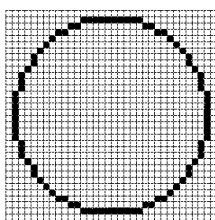
Realce



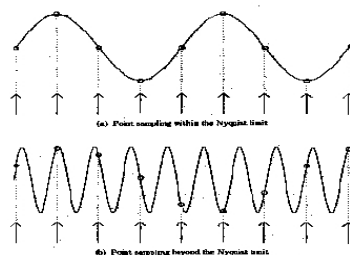
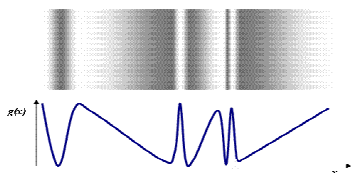
IA369P – 2s2009 - Ting

Modelos de Imagem

Geométrica (Rasterização): pixels/amostras



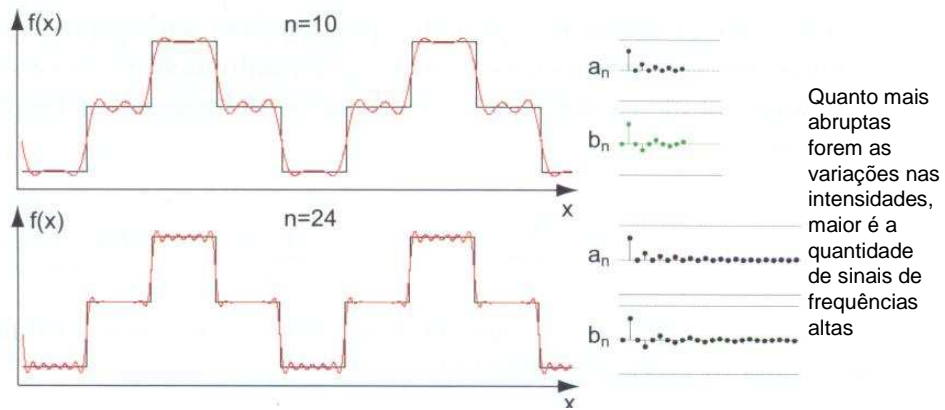
Espectral (Amostragem): amostragem da função de intensidade definida no domínio espacial



IA369P – 2s2009 - Ting

Processamento Espectral

Uma função **periódica** pode ser escrita como soma de senóides e cossenóides.



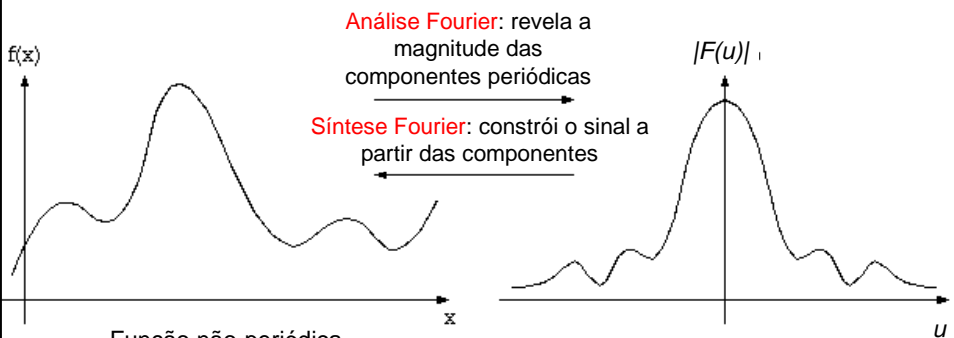
Quanto mais abruptas forem as variações nas intensidades, maior é a quantidade de sinais de frequências altas

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^K a_n \text{sen}(nx) + b_n \text{cos}(nx)$$

IA369P – 2s2009 - Ting

<http://www.searadaciencia.ufc.br/tintim/matematica/fourier/fourier2.htm>

Transformada de Fourier



Função não-periódica

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi ux} dx \quad (\text{Análise: função no domínio espectral})$$

transformada

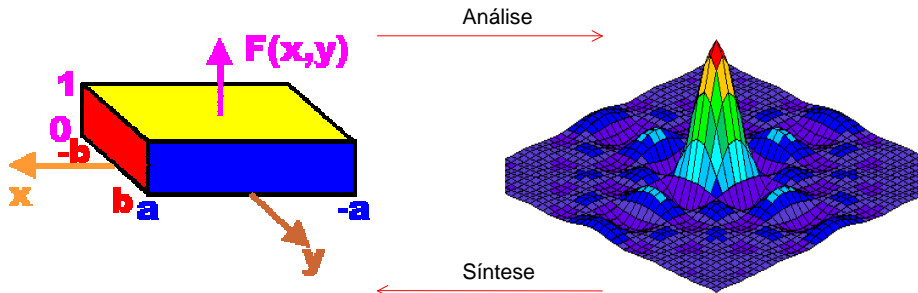
$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{j2\pi ux} dx \quad (\text{Síntese: função no domínio espacial})$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Transformada de Fourier

$$F(u, v) = \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

$$F(u, v) = (4ab) \frac{\sin(2\pi ua)}{2\pi ua} \frac{\sin(2\pi vb)}{2\pi vb}$$



$$f(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} F(u, v) e^{j2\pi(ux+vy)} du dv$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Função no Domínio Espectral

$$F(u, v) = \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-j2\pi(ux+vy)} dx dy$$

$$F(u, v) = R(u, v) + jI(u, v)$$

$$P(u, v) = R^2(u, v) + I^2(u, v) \quad \text{Espectro de Potência}$$

$$|F(u, v)| = (R^2(u, v) + I^2(u, v))^{1/2} \quad \text{Espectro de Fourier}$$

$$\varphi(u, v) = \text{tg}^{-1} (I(u, v)/R(u, v)) \quad \text{Ângulo de fase}$$

$$F(u, v) = |F(u, v)| e^{j\varphi(u, v)}$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Transformada de Fourier Discreta

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi ux} dx \quad f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{j2\pi ux} du$$

$$e^{-j2\pi ux} = \cos(2\pi ux) - j \sin(2\pi ux)$$

$$f(x_0), f(x_1=x_0+\Delta x), f(x_2=x_0+2\Delta x), \dots, f(x_{N-1}=x_0+(N-1)\Delta x)$$

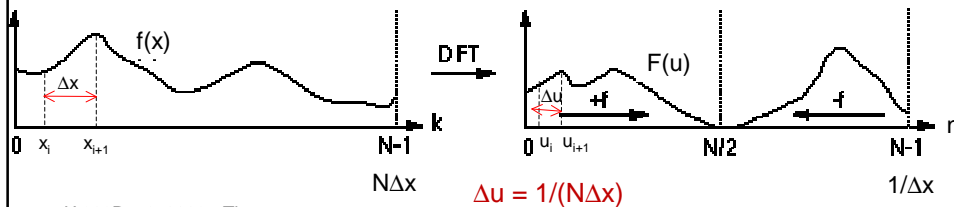
$$f(x_k) = f(x_{k+N})$$

Transformada discreta

$$F(u_n) = (1/N) \sum_{k=0}^{N-1} f(x_k) e^{-j2\pi nk/N}$$

Transformada discreta inversa

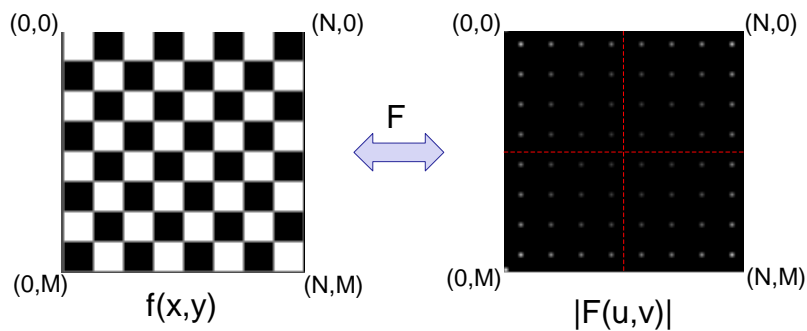
$$f(x_k) = \sum_{n=0}^{N-1} F(u_n) e^{j2\pi nk/N}$$



IA369P - 2s2009 - Ting

Transformada de Fourier Análise Visual

Periodicidade → somente um período NxM é suficiente



IA369P - 2s2009 - Ting

Teorema da Convolução

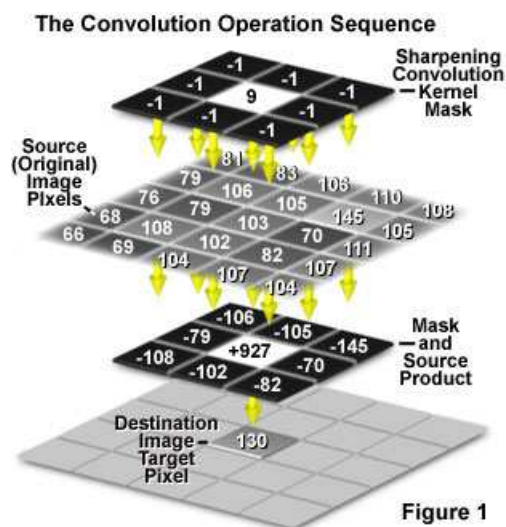
$$F(f_1(x_k) * f_2(x_k)) = F_1(u_n) \cdot F_2(u_n)$$

A **convolução** no **domínio espacial** pode ser obtida com a transformada de Fourier inversa do produto $F_1(u_n) \cdot F_2(u_n)$.

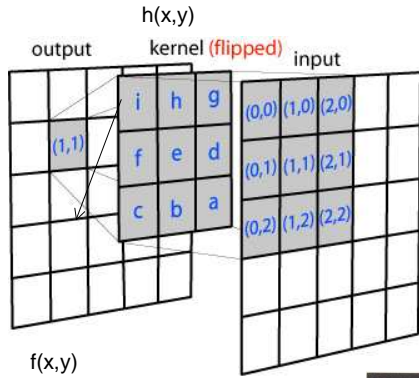
$$F(f_1(x_k) \cdot f_2(x_k)) = F_1(u_n) * F_2(u_n)$$

A **convolução** no **domínio spectral** pode ser obtida com a transformada de Fourier inversa do produto $f_1(x_k) \cdot f_2(x_k)$.

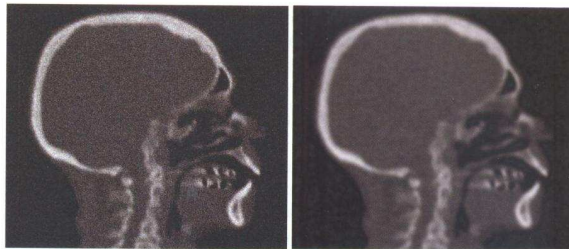
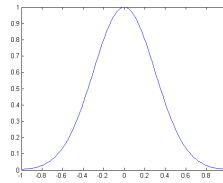
Filtragem



Filtro Gaussiano



$$H(e^{-ax^2}) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{-\pi^2 \omega^2 / a}$$

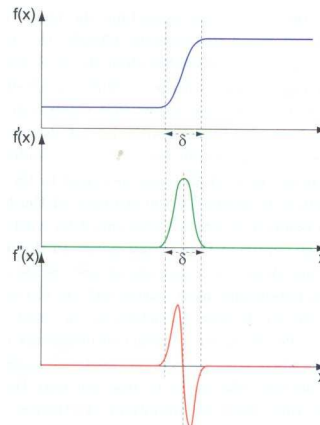
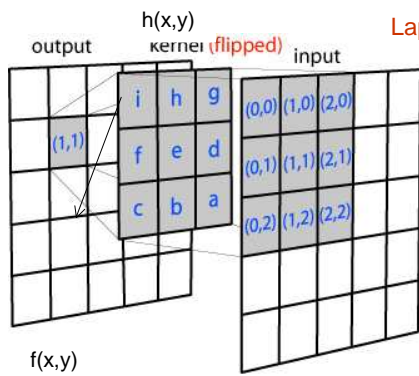


IA369P – 2s2009 - Ting

Filtro por Derivadas

Gradiente: $|\nabla I(x, y)| = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial y}\right)^2} \approx \left|\frac{\partial I}{\partial x}\right| + \left|\frac{\partial I}{\partial y}\right|$

Laplaciano: $|\nabla^2 I(x, y)| = \left|\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right|$



IA369P – 2s2009 - Ting

Filtro por Derivadas

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x}$$

Diferença Finita **Progressiva**: $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

Diferença Finita **Regressiva**: $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x}$

Diferença Finita **Central**: $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$

IA369P – 2s2009 - Ting

Filtro de Roberts



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

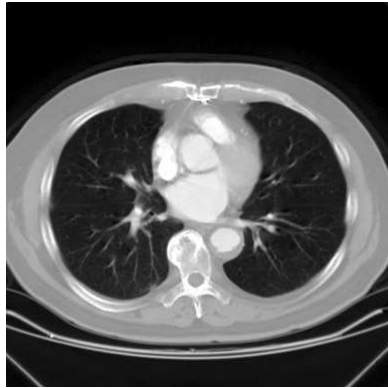
$\left| \frac{\partial I}{\partial y} \right|$ $\left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|$



Fonte: <http://www.inf.ufsc.br/~patrec/imagens.html>

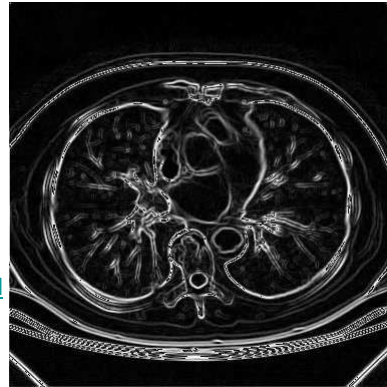
IA369P – 2s2009 - Ting

Filtro de Prewitt



$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left| \frac{\partial I}{\partial y} \right| \quad \left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|$$



Fonte: <http://www.inf.ufsc.br/~patrec/imagens.html>

IA369P – 2s2009 - Ting

Filtro de Sobel



$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

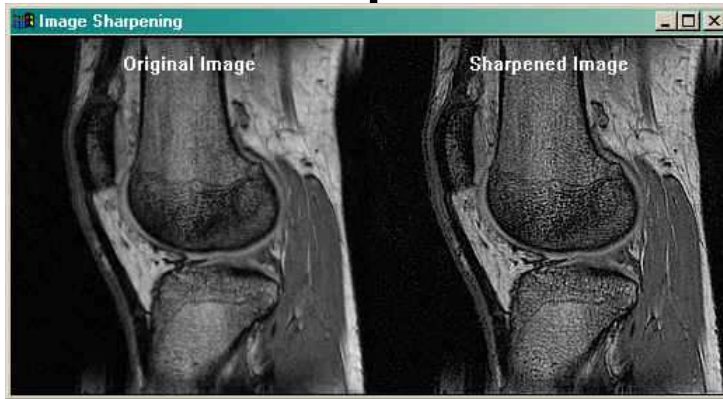
$$\left| \frac{\partial I}{\partial y} \right| \quad \left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|$$

Filtro de Prewitt + Suavização



IA369P – 2s2009 - Ting

Filtro Laplaciano

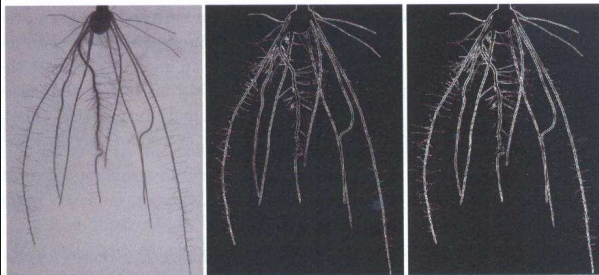


$$\frac{1}{4} \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \frac{1}{9} \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Imagem Original + Filtrada com laplaciano

IA369P – 2s2009 - Ting

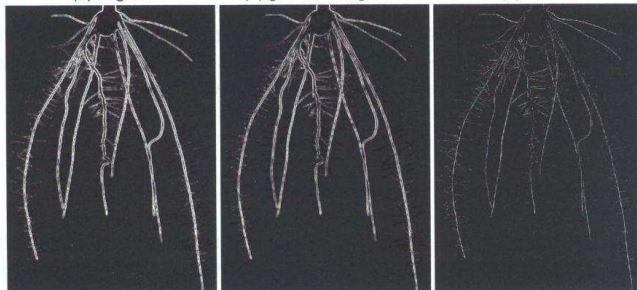
Filtros



(a) original

(b) gradient magnitude

(c) Roberts



(d) Sobel

(e) Prewitt

(f) Laplace

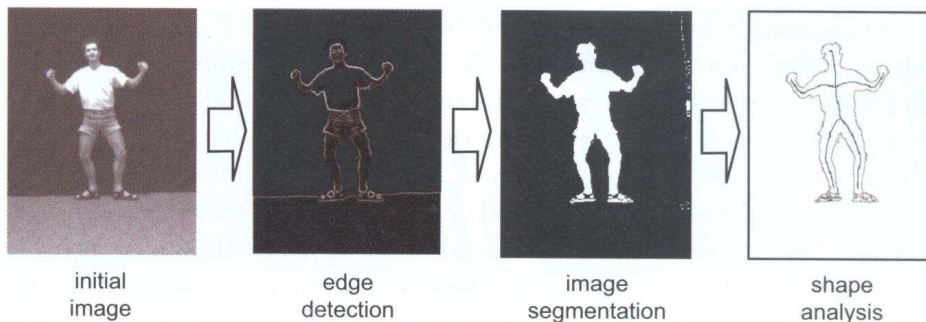
IA369P – 2s2009 - Ting

Exercícios

1. Em quais pontos do fluxo de visualização as técnicas de processamento de imagens podem ser aplicadas? Exemplifique.
2. O que você entende por função de transferência? Como ela pode ser utilizada para obter uma nova imagem a partir de uma imagem original? Esboce uma função de transferência que
 - a. transforme a imagem original em sua negativa
 - b. aumente o contraste
 - c. alargue o contraste em somente uma faixa de intensidades
3. O que você entende por equalização de histograma? Explique o procedimento dado pelo código-fonte da *Listing 9.1* do livro-texto. Por que ela é muito utilizada para aumentar o contraste de uma imagem?
4. Qual é a vantagem de processar uma imagem como uma função de intensidade decomposta em uma integral de Fourier? Como as intensidades de alta frequência e as intensidades de baixa frequência afetam a aparência visual de uma imagem?
5. O que você entende por uma máscara de convolução? Por que uma filtragem espectral é equivalente a aplicar uma máscara de convolução? Como uma filtragem pode alterar uma imagem? Justifique.

IA369P – 2s2009 - Ting

Conteúdo de Imagens

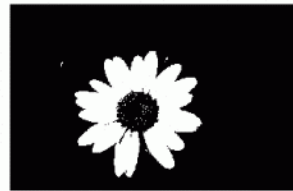
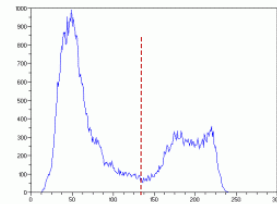


IA369P – 2s2009 - Ting

Segmentação

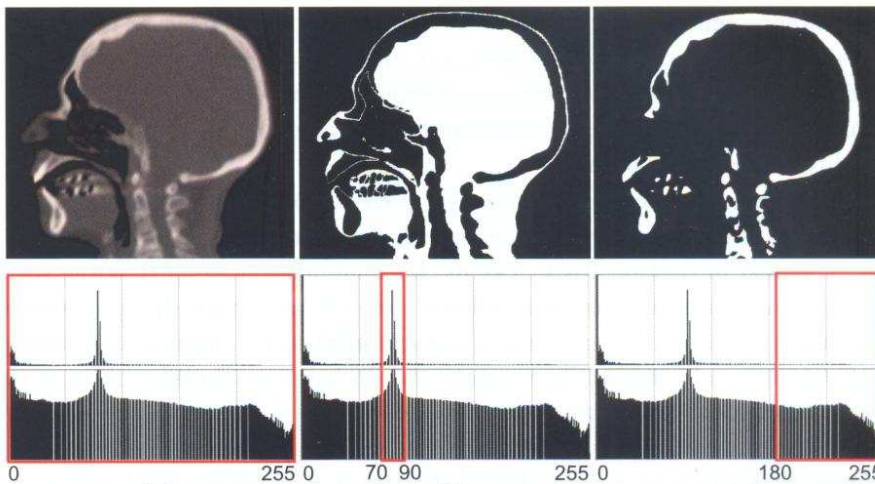
- Particionar os *pixels* em dois grupos: *pixels* do objeto de interesse e *pixels* do fundo

- **Limiar Global:** escolha baseada em intensidades ($Th=Th[f(x,y)]$).
- **Limiar Local:** além das intensidades, alguma propriedade local é utilizada ($Th=Th[p(x,y),f(x,y)]$).
- **Limiar Dinâmico;** inclui ainda a posição do *pixel* ($Th=Th[x,y,p(x,y),f(x,y)]$).



IA369P – 2s2009 - Ting

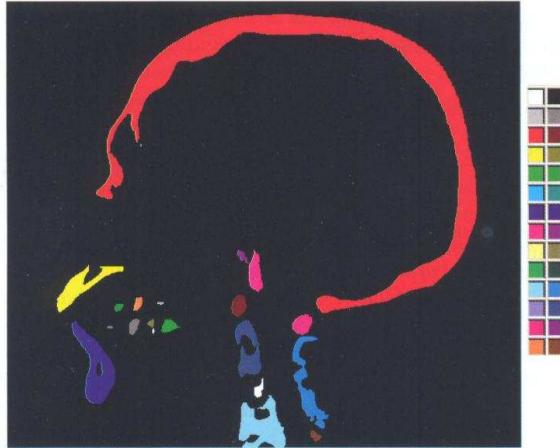
Segmentação por Limiar Local



IA369P – 2s2009 - Ting

Conexidade

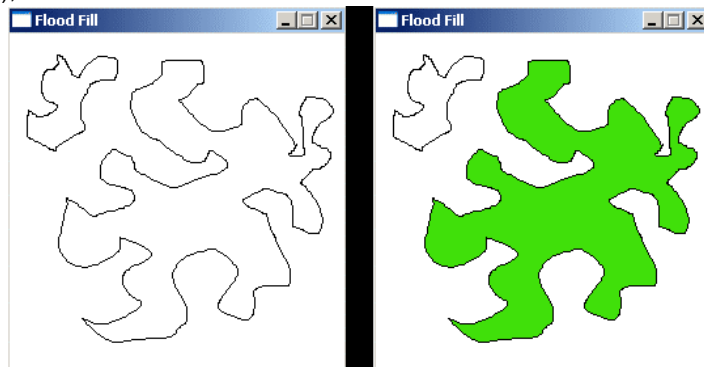
- Eliminação de regiões espúrias, de áreas abaixo de um limiar pré-estabelecido → identificação de regiões “válidas”.



IA369P – 2s2009 - Ting

Agrupamento de *Pixels* Crescimento de região por preenchimento

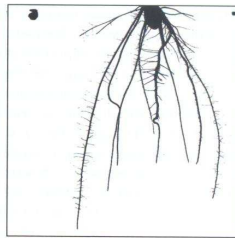
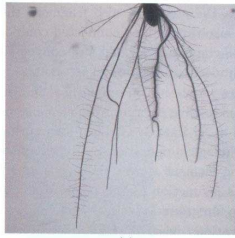
```
flood_fill(x,y) {  
  enquanto (pixel(x,y) = branco) {  
    mudar cor de (x,y);  
    flood_fill(x-1,y);  
    flood_fill(x+1,y);  
    flood_fill(x,y-1);  
    flood_fill(x,y+1);  
  }  
}
```



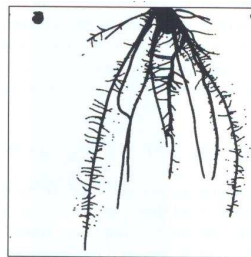
IA369P – 2s2009 - Ting

Operações Morfológicas

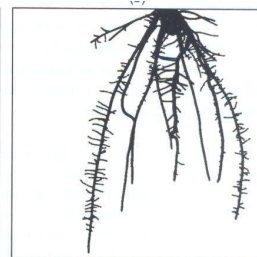
- Agrupamento de *pixels similares* em componentes maximamente conexas.



Segmentação



Fechamento



Maior componente conexa

IA369P – 2s2009 - Ting

Operações Morfológicas

- Uma imagem I pode ser examinada por um *elemento estruturante* e , ao deslocá-lo $T_p(e)$ sobre todos os *pixels* p de I .

- **Erosão** dos *pixels* do objeto de interesse

$$(F(I)) \quad E_e(I) = \{p \in I \mid T_p(e) \subseteq F(I)\}$$

- **Dilatação** dos *pixels* do objeto de interesse

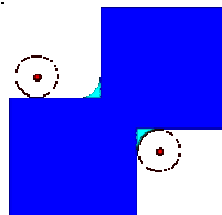
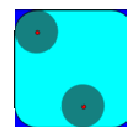
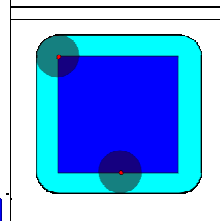
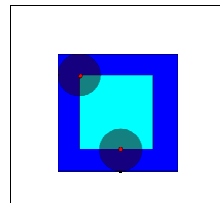
$$(F(I)) \quad D_e(I) = \{p \in I \mid T_p(e) \cap F(I) \neq \emptyset\}$$

- **Abertura**

$$A_e(I) = D_e(E_e(I))$$

- **Fechamento:**

$$F_e(I) = E_e(D_e(I))$$

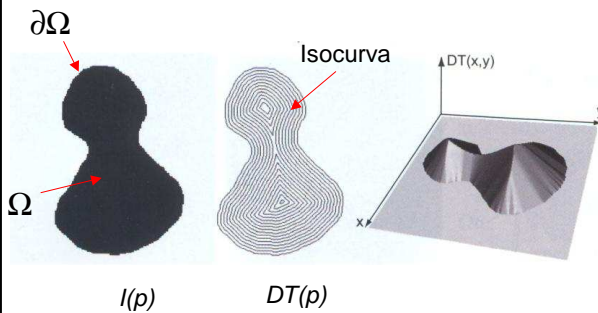


IA369P – 2s2009 - Ting

Transformada de Distância

- Mapeia função de intensidade de uma imagem em função de distâncias em relação à borda do objeto de interesse na imagem

$$I(p) \xrightarrow{\text{Transformada de distância}} DT(p) = \min_{q \in \partial\Omega} |p - q|$$



DT(p) é uma função escalar

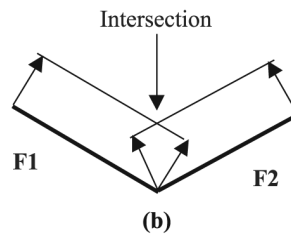
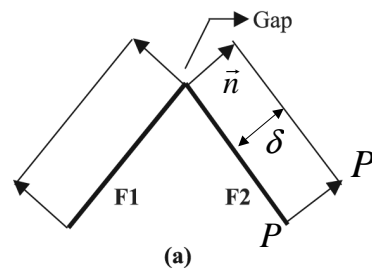
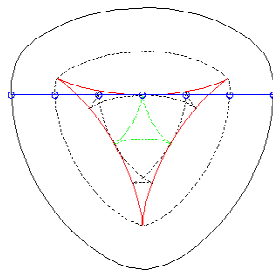
1. sem sinal
2. com sinal
 - a. pontos interiores < 0
 - b. pontos exteriores > 0

IA369P – 2s2009 - Ting

Curvas Paralelas

- Curvas Paralelas

$$P' = P + \vec{n} \delta$$



Fonte: http://www.ag.jku.at/gleichdick_en.htm

IA369P – 2s2009 - Ting

Transformada de Distância

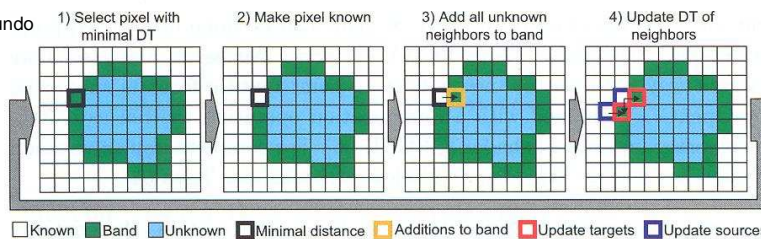
- Requisitos para Algoritmos
 - Precisão
 - Métrica: Euclidiana, xadrez, quarteirão?
 - Dimensão: 2D, 3D, nD?
 - Custo computacional: memória, tempo de CPU?
 - Simplicidade
- Algoritmos: força-bruta; avanços progressivos, etc.

IA369P – 2s2009 - Ting

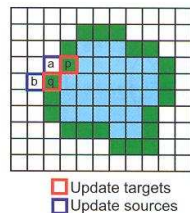
Transformada de Distância Algoritmo de Avanços por Passos

Inicialização:

DT(*pixels* do fundo e da borda)=0
DT(*restantes pixels*)=MAX



Determinação de DT:



$$bb'^2 + b'a'^2 = ab^2$$

$$bb'^2 + (DT(a) - DT(b))^2 = 2$$

$$aa' = qq'$$

$$a'q = bq'$$

$$DT(p) = DT(a) + 1$$

$$DT(q) = \frac{DT(a) + DT(b) + AB}{2}$$

$$DT(q) = \frac{DT(a) + DT(b) - AB}{2}$$

$$AB \times DT(q) = A(bBAa) + A(aa'q'b)$$

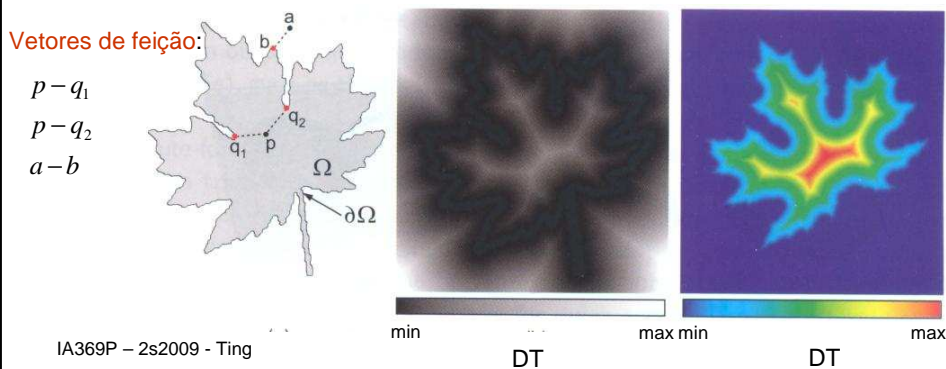
$$DT(q) = \frac{A(bBAa) + A(aa'q'b)}{AB}$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Transformada de Feições

- Conjunto de *pixels* da borda mais próximos de cada *pixel* p

$$I(p) \longrightarrow FT(p) = \{ \min_{q \in \partial\Omega} |p - q| \}$$



Exercícios

1. O histograma pode auxiliar na escolha do limiar a ser utilizado na segmentação de uma imagem. Como?
2. Explique o procedimento codificado em *Listing 9.2* do livro-texto.
3. A geometria do elemento estruturante é fundamental em operações morfológicas bem sucedidas. Explique com exemplos esta afirmação.
4. Em que a transformada de distância está relacionada com as operações morfológicas erosão e dilatação? Quais são as suas vantagens em relação à técnica de geometria contínua de curvas paralelas?
5. Dada uma imagem de temperatura. Como se pode gerar uma nova imagem de curvas de iso-temperatura?
6. Dado um mapa de uma cidade. Como se pode gerar uma nova imagem de trajetórias alternativas entre dois pontos do mapa com distâncias de percurso?
7. Coirrija Eqs. 9.25 e 9.26 do livro-texto. Analise o código-fonte em *Listing 9.5* do livro-texto e adapte-o para considerar passos de avanços arbitrários.

Extração do Conteúdo

- Baseado em **análise geométrica**: área, perímetro, curvatura, relação comprimento/altura.
- Baseado em **análise topológica**: gêneros, número de componentes
- Baseado em **busca de feição: alvo**
- Baseado em **classificação por similaridade**
- Baseado em **casamento por feições** geométricas e topológicas



IA369P – 2s2009 - Ting

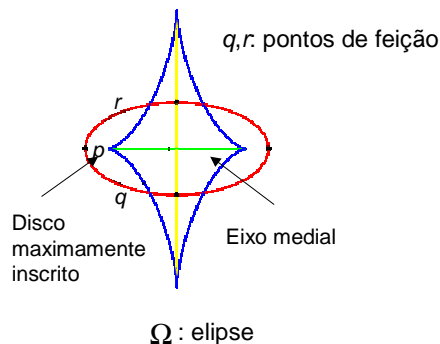
Esqueleto ou Eixo Medial

- Lugar geométrico dos centros de discos inscritos que tocam a borda do objeto de interesse em mais de um *pixel*

$$S(\Omega) = \{p \in \Omega \mid \exists q, r \in \partial\Omega, q \neq r, |p - q| = |p - r|\}$$

Propriedades:

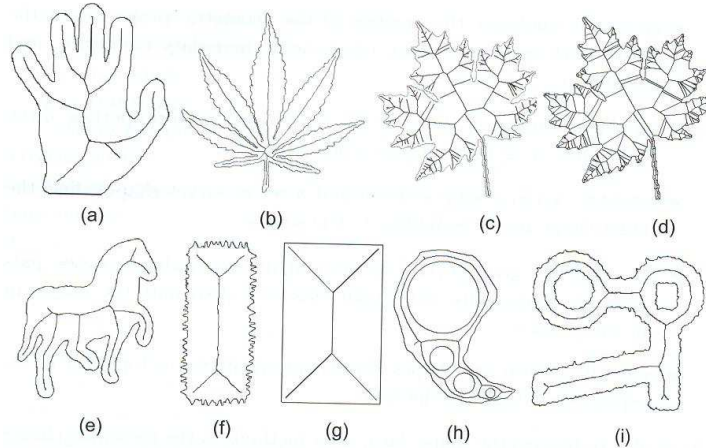
- centralizado em relação à geometria do objeto de interesse
- codifica informações estruturais do objeto de interesse
- em conjunto com pontos de feição, codifica informações geométricas
- Representação multi-escala



IA369P – 2s2009 - Ting

Esqueleto ou Eixo Medial

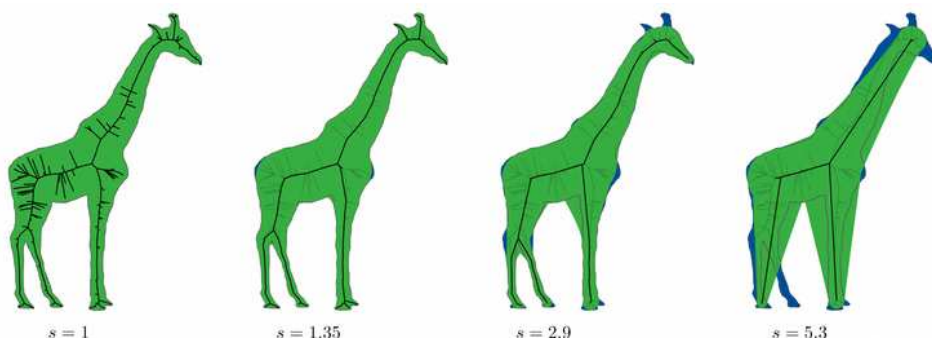
- Codificação de informação estrutural



IA369P – 2s2009 - Ting

Esqueleto ou Eixo Medial

- Representação multi-escala

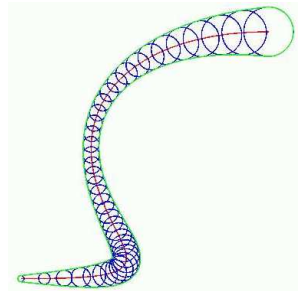


IA369P – 2s2009 - Ting

Transformada de Eixo Medial

- Mapeia função de intensidade de uma imagem em função de eixo medial e raios dos discos inscritos ou pontos de feição

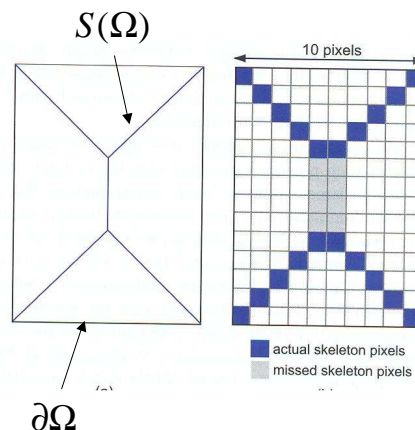
$$I(p) \xrightarrow[\text{de eixo medial}]{\text{Transformada}} S(\Omega) \cup \{DT(p) \mid FT(p), p \in S(\Omega)\}$$



IA369P – 2s2009 - Ting

Esqueletização 2D

- Alternativa Simplista
 1. Aplica transformada de feição
 2. Selecionar *pixels* que contém mais de um *pixel* de feição
- Problema: perda de partes do esqueleto pela natureza discreta do problema.

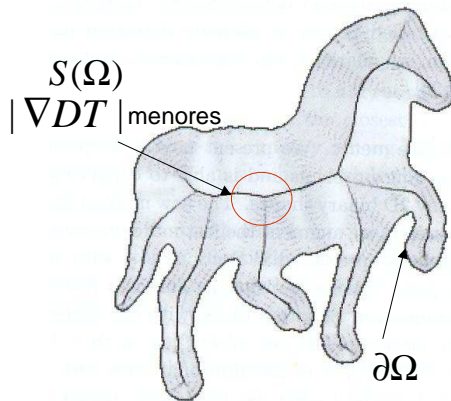


IA369P – 2s2009 - Ting

Algoritmo de Singularidades

- Determinar *pixels* singulares da função distância em relação a $\partial\Omega$

$$|\nabla DT| = 1$$



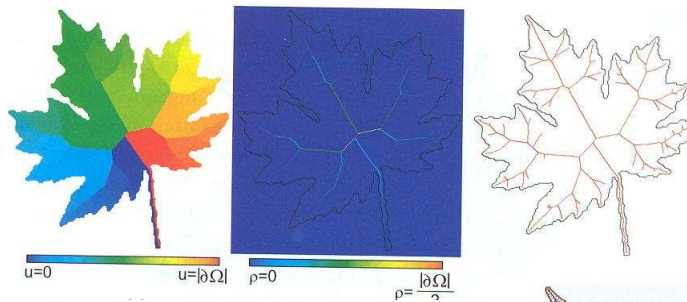
Aplicação da máscara de Sobel na imagem de transformada distância

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

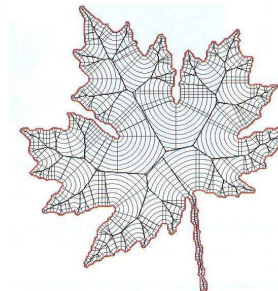
$$\left| \frac{\partial I}{\partial y} \right| \quad \left| \frac{\partial I}{\partial x} \right|$$

IA369P – 2s2009 - Ting

Esqueletização

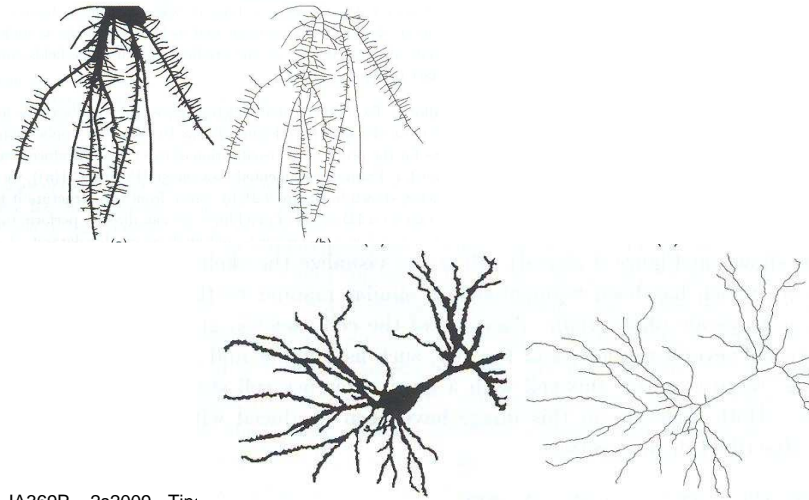


- Transformada de feição de 1 ponto
- Pontos que apresentam feições distintas dos seus vizinhos
- Medida de importância (distância ao longo da borda) ρ : monotônica e condizente com a geometria



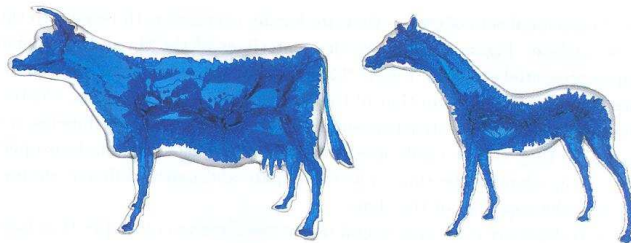
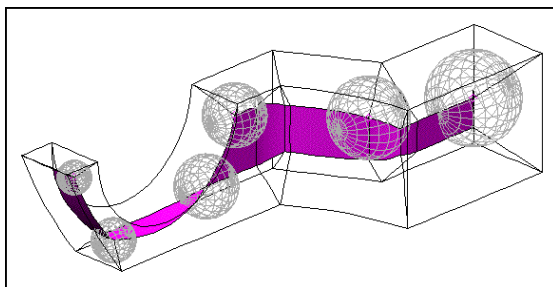
IA369P – 2s2009 - Ting

Esqueletização



IA369P - 2s2009 - Ting

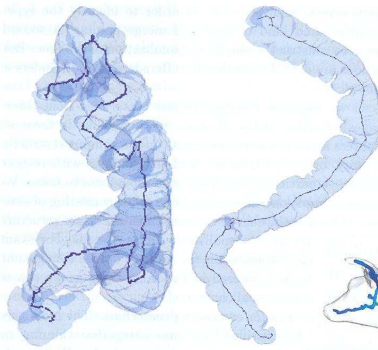
Esqueletização 3D



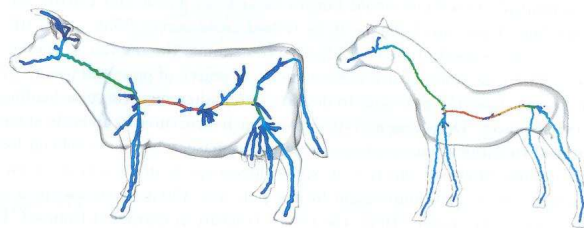
IA369P - 2s2009 - Ting

Linhas Centrais

- Eixo de simetria sobre a superfície medial

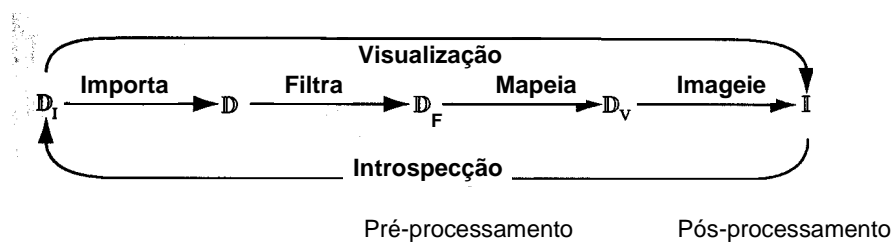


- Aumenta a legibilidade
- Útil em exames guiados no interior de órgãos de forma tubular



IA369P – 2s2009 - Ting

Processamento de Imagens 2D



- Técnicas no domínio espacial e no domínio espectral
- Técnicas baseadas em matemática discreta: Morfologia matemática; Matemática *raster*, Topologia Combinacional
- Transformação da função de intensidade (imagem original) em outras imagens (espectral, distância, feição, medial axial) para revelar detalhes.
- Algoritmos do espaço contínuo são aplicados

IA369P – 2s2009 - Ting