

Capítulo 13

Quantização

No universo digital a quantidade de *bits* disponíveis para representar um valor é limitada, requerendo aproximação de um valor real por um valor computacionalmente representável. Como já comentamos no capítulo 1, esta aproximação é conhecida por **discretização**. A técnica de discretização mais popular é o **arredondamento**. No caso de luminância/brilhância, simples arredondamento dos valores dos seus componentes, sem levar em conta a frequência de ocorrência de cada valor, pode causar uma perda maior das informações contidas na imagem. Por exemplo, uma imagem, em tons de cinza, com todos valores menores que 0.5 ficaria completamente preta após o processo de arredondamento. É, portanto, desejável uma outra alternativa que contenha as seguintes características:

1. Todas as cores representantes devem corresponder a, pelo menos, uma cor do gamute da image, a fim de minimizar a perda de informação.
2. As cores representantes devem ser próximas das cores de maior frequência de ocorrência na imagem, a fim de evitar o erro de quantização.
3. As cores representantes devem ser indistintas perceptualmente, para evitar **bordas falsas** ou **contornos falsos**. Por exemplo, se o nível de quantização for próximo da resolução visual humana (≈ 50 níveis de cinza ou ≈ 128 cores espectrais), poderemos reproduzir uma imagem equivalente à percebida pela nossa visão, sem nenhuma degradação perceptível.

(Ver Fig. 2.10 do livro-texto de Gonzalez, Figs. 13.2 – 13.4 do livro de Foley.)

Para o primeiro e o segundo item, é importante que tenhamos o conhecimento da distribuição das cores em uma imagem. Uma aproximação desta

distribuição é dada pelo **histograma de cor**, como veremos na seção 13.1. Para o terceiro item, devemos particionar o gamute de cores em **células de quantização**, mutuamente exclusivas, que cubram cores perceptualmente indistinguíveis e que tenham **contornos de quantização** imperceptível. Na seção 13.2 veremos algumas técnicas de particionamento do gamute de cores em células e a escolha de uma cor representante para cada célula, ou seja, o seu **nível de quantização** ou **valor de quantização**. Finalmente, apresentamos na seção 13.3 algumas técnicas para atenuar impactos visuais da quantização nas imagens resultantes, dando impressão de um número maior de cores e reduzindo os efeitos de contornos falsos.

13.1 Histograma de Cor

Histograma é amplamente utilizado na análise e no processamento de imagens. Ele nos informa a **frequência de ocorrência de um determinado atributo** de interesse numa imagem. Um **histograma de cor** associa a cada cor do gamute da imagem e a sua frequência de ocorrência, ou seja, o número de *pixels* nos quais ela aparece. É comum representar um histograma por um gráfico de barras.

Exercício 13.1 *Qual é o gamute da imagem abaixo? Qual é a frequência de ocorrência de cada cor do gamute desta imagem?*

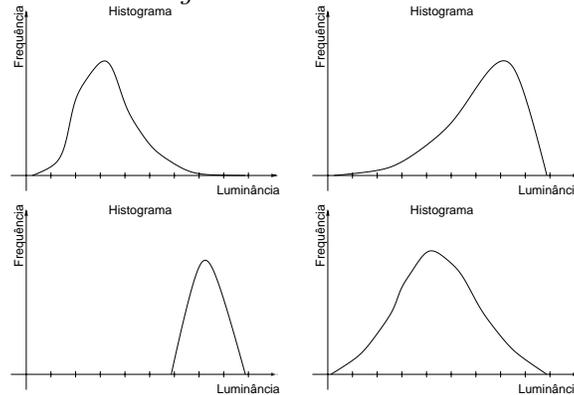
202	122	122	40	50	60	70	200	200	200	180	180
150	90	90	90	40	50	70	180	180	180	90	90
150	110	40	50	50	50	70	40	40	40	40	90
150	110	110	40	50	40	40	110	110	110	40	90
202	110	122	122	40	40	70	110	110	110	122	90
202	110	202	122	70	60	60	50	122	122	122	90
140	140	140	150	150	50	122	122	122	122	122	122
140	200	200	150	50	50	50	190	190	180	180	122
140	140	140	150	150	150	122	122	122	122	122	122

Exercício 13.2 *Reopresentar graficamente o histograma do Exemplo 13.1.*

Pelo histograma de cor podemos verificar, por exemplo, as cores dominantes numa imagem e o grau de contraste numa imagem. Em termos da distribuição dos valores num histograma, existem essencialmente quatro tipos básicos de imagens em níveis de cinza: os níveis de cinza concentrados em direção à extremidade escura (esquerda) ou concentrados em direção à extremidade clara (direita), concentrados numa faixa muito estreita ou numa faixa muito larga.

(Ver Fig. 4.10 do livro de Gaonzalez)

Exercício 13.3 *Classifique as imagens em tons de cinza quanto ao contraste a partir dos seus histogramas*



Para as imagens a cores, podemos construir histograma de cada uma da suas componentes, ou então fazer um histograma de três dimensões.

Exercício 13.4 *Representar graficamente o histograma das duas imagens do Exercício 11.2. Quantas cores distintas aparecem em cada imagem?*

13.2 Células e Valores de Quantização

Como já mencionamos antes, o processo de quantização compreende duas etapas:

1. determinação de **células de quantização** mutuamente exclusivas; e
2. determinação do **nível de quantização** para cada célula.

Estas duas etapas podem ocorrer de forma sequencial ou de forma interdependente. A qualidade de um quantizador pode ser avaliada pela **medida de distorção de quantização**, que é dada pelo erro médio quadrático dos **erros de quantização** Q de todas as cores que aparecem na imagem

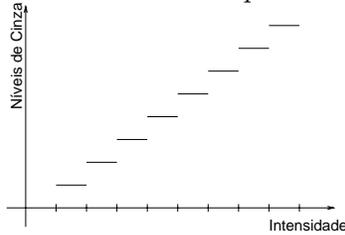
$$Q = \int_{-\infty}^{\infty} p(c)\epsilon(c)dc, \quad (13.1)$$

onde $p(c)$ é uma função da frequência de ocorrência da cor c . Uma aproximação muito utilizada para o erro de quantização $\epsilon(c)$ de uma cor c é a sua distância euclidiana em relação ao valor de quantização q_i correspondente, isto é,

$$\epsilon(c) = |c - q_i|.$$

13.2.1 Quantização Uniforme

Uma forma mais simples e intuitiva para particionar o intervalo real $\mathcal{I} = [a, b]$ de níveis de cinza em k subintervalos é utilizar a razão $\Delta I = \frac{I}{k}$, de forma que $\mathcal{I} = [a, a + \Delta I) \cup [a + \Delta I, a + 2\Delta I) \cup \dots \cup [a + i\Delta I, a + (i + 1)\Delta I) \cup \dots \cup [a + (k - 1)\Delta I, a + k\Delta I = b]$. Em cada célula podemos escolher como o valor de quantização a média aritmética da intensidade mínima e da intensidade máxima de cada subintervalo. Este tipo de quantização é conhecida como **uniforme**. Observe que os valores de quantização são escolhidos após o particionamento do gamute em células de quantização.



Estendendo para cores constituídas por 3 componentes, particionamos cada componente independentemente. Os planos de partição definem no espaço de cores várias células (cúbicas) de quantização, cujo valor de quantização pode ser dado pelo centróide de cada célula

Exercício 13.5 *Como seria a quantização uniforme das duas imagens do Exercício 11.2 em 2 bits?*

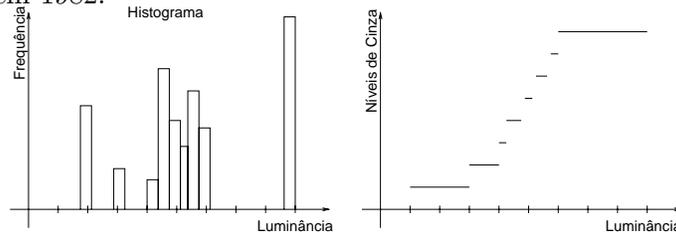
Exercício 13.6 *Supondo que as duas imagens do Exercício 11.2 e a imagem do Exercício 13.1 correspondam às componentes R, G e B de uma imagem colorida. Qual seria uma quantização uniforme em 2 bits desta imagem?*

13.2.2 Quantização Adaptativa

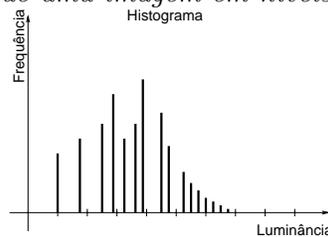
Embora simples, a quantização uniforme tem a sua aplicação muito limitada. Dependendo da distribuição de frequências das cores, podemos ter uma ou mais células de quantização às quais nenhuma cor do gamute da imagem está associada, o que pode resultar em uma ocorrência maior dos efeitos de contornos falsos. Se fizermos um particionamento adaptativo, em que o tamanho de célula de quantização é função da frequência de ocorrência das cores, podemos diminuir a medida de distorção dada pela Eq. 13.1.

O particionamento do gamute de uma imagem em K células de quantização pode ser feito com base em seu **histograma**. Pode-se, por exemplo, escolher as K cores de maior frequência de ocorrência e definí-las como K

níveis de quantização, a priori. Neste caso, a célula de quantização seria a **célula de Voronoi** do **diagrama de Voronoi** dos K níveis de quantização, isto é, cada cor c numa célula de quantização de nível de quantização q_i deve ter o seu erro de quantização $|c - q_i| < |c - q_j|$ em relação a qualquer outro nível de quantização q_j , $i \neq j$. Esta técnica de quantização é conhecida como **algoritmo de popularidade** (*popularity algorithm*), proposto por Heckbert em 1982.



Exercício 13.7 Dado um dispositivo de exibição que suporta 4 bits por pixel e o seguinte histograma de uma imagem em níveis de cinza

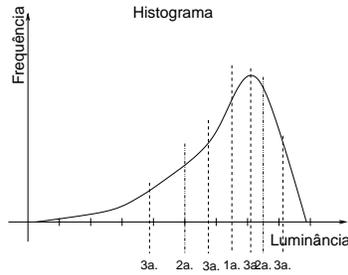


Quantize as intensidades existentes na imagem.

Exercício 13.8 Aplique o algoritmo de popularidade para quantizar a imagem dada no Exercício 13.6 em 4 bits?

13.2.3 Quantização por Corte Mediano

O algoritmo de popularidade desconsidera as cores muito distintas dos valores de quantização e que apresentam baixa frequência de ocorrência na imagem, podendo eliminar alguns efeitos visuais relevantes. Como uma forma de contrar esta deficiência, Heckbert apresentou em 1982 o algoritmo de corte mediano (*median cut algorithm*), que consiste em particionar recursivamente o gamute de cores pela mediana da componente que tiver maior faixa de variações. O processo de recursão continua até que não existem mais cores da imagem original contida em alguma célula, ou até que se alcança o número pré-estabelecido de células de quantização.



Após determinadas as células de quantização é computado o nível de quantização para cada uma delas. Ele pode ser a média aritmética, ou média ponderada em relação à frequência de ocorrência, das cores do gamute da imagem contidas na célula

Exercício 13.9 *Seja uma imagem de 32 níveis de cinza:*

31	31	10	29	13	6	6	4	4
10	16	15	12	12	5	24	11	11
10	16	14	0	0	0	0	8	10
9	24	0	0	0	0	8	8	10
13	5	0	0	0	0	8	8	21
28	24	24	24	24	24	21	21	21

e um dispositivo que suporta 2 bits por pixel. Quantize a imagem pelo método de corte mediano.

Exercício 13.10 *Como seria a quantização por corte mediano da imagem dada no Exercício 13.6 em 2 bits? Compare o resultado com as imagens obtidas no Exercício 13.6 e 13.8.*

13.3 Técnicas de Redução de Contornos Falsos

A percepção de contornos falsos depende do número de níveis de quantização. Em geral, para imagens em níveis de cinza, com uma quantização em 8 *bits* consegue-se evitar a percepção destes contornos; e para imagens coloridas, basta uma quantização em 24 *bits*, 8 *bits* para cada componente. Nesta seção apresentamos algumas soluções para casos em que tais números de níveis de quantização não são suportados, com a finalidade de aumentar o número de cores percebidas e atenuar os efeitos de **contornos falsos**.

13.3.1 Aproximação do Meio-Tom

A técnica de meio-tom (*halftoning*) é uma técnica muito utilizada no passado para impressão de jornais, revistas e livros com apenas dois tons: preto

e branco. A técnica consiste essencialmente em utilizar pontos pretos de tamanhos variados sobre o fundo branco de tal sorte que, quando olhados a uma certa distância, dão a sensação de vários níveis de tons de cinza. Nos jornais a densidade dos pontos varia de 60 a 80 pontos por polegada e na impressão de revistas e livros de qualidade melhor, é comum encontrar densidade entre 110 a 200 pontos por polegada.

(Ver Fig. 13.7 do livro de Foley)

O processo de meio-tom analógico utiliza uma câmera fotográfica especial. A imagem é refotografada num filme de alto contraste sobrepondo a ela uma tela reticulada, de forma que o filme só é sensibilizado nos pontos correspondentes aos nós do reticulado. Cada nó do reticulado, por sua vez, atua como uma lente que focaliza a luz proveniente da imagem. Assim, (o tamanho da) área a ser sensibilizada depende do valor da luminância recebida.

Os dispositivos utilizados para exibição de imagens digitais só conseguem, no entanto, produzir pontos de mesmo tamanho, como os *pixels* dos monitores CRT e os pontos de uma impressora matricial. Uma solução adotada é simular o método de meio-tom através da **aglomeração de *pixels*** (*clustered-dots*) em diferentes padrões de níveis de cinza. Um grupo de $n \times n$ *pixels* consegue emular $n^2 + 1$ níveis de cinza. Por exemplo, um aglomerado de 2×2 e 3×3 *pixels* consegue emular 5 e 10 níveis de cinza, respectivamente. Observe que há um compromisso entre a resolução espacial e a resolução radiométrica a ser emulada, uma vez que a sensação de diferentes tons se deve a diferentes relações entre áreas escuras e áreas brancas.

(Ver Fig. 13.8 e 13.10 do livro de Foley)

Certamente, para $n \times n$ *pixels* há uma grande variedade na forma de aglomerar estes *pixels* para formar os $n^2 + 1$ padrões de cinza. Algumas regras úteis para dispor estes *pixels* num padrão são:

1. não devem produzir artefatos visuais numa área grande de mesma intensidade;

(Ver Fig. 13.11 do livro de Foley)

2. o aglomerado dos *pixels* deve formar uma sequência monotônica crescente. Um *pixel* que fizer parte de um nível de quantização i , faz parte dos níveis (de cinza) maiores que i ;
3. o aglomerado dos *pixels* deve crescer do centro para fora para dar impressão de pontos de tamanhos variáveis; e

(Ver Fig. 13.12 do livro de Foley)

4. os *pixels* escuros devem ficar adjacentes.

Por eficiência, uma proposta para quantizar uma imagem de níveis de cinza numa imagem de meio-tom emulado é utilizar uma **matriz** ou **máscara de padrão** que define a **ordem** em que os *pixels* devem ser acesos à medida que aumenta a luminância da área coberta pela máscara. Esta ordem corresponde à ordem dos valores de quantização, que podem ser determinados por uma das técnicas apresentadas na seção 13.2. Ao ladrilharmos a imagem com estas máscaras, podemos decidir eficientemente o padrão, que deve ser utilizado para representar a luminância de cada “ladrilho”, por simples comparação entre o valor do *pixel* e o valor de quantização do elemento da máscara correspondente.

(Ver Eq. 13.11 do livro de Foley)

Exercício 13.11 *Considere a imagem do Exercício 13.9.*

1. *Utilize a técnica de corte mediano para determinar os 9 valores de quantização.*
2. *Obtenha uma nova imagem meio-tom utilizando a seguinte máscara de padrão.*

$$\begin{bmatrix} 5 & 8 & 7 \\ 1 & 0 & 3 \\ 6 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

Observação 13.1 *Nas referências de Sistemas de Informações Gráficas é comum referir a técnica de aproximação do meio-tom por dithering ordenado com aglomeração (clustered-dot ordered dither).*

Exercício 13.12 *A seguinte matriz de padrão pode gerar uma textura em regiões de luminância constante:*

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 8 & 9 & 10 & 11 \\ 12 & 13 & 14 & 15 \end{bmatrix}$$

Por quê?

Observação 13.2 *A aproximação do meio-tom é uma técnica que aumenta a resolução radiométrica através da redução da resolução espacial.*

13.3.2 Dithering

A aglomeração dos *pixels* é importante para dispositivos que não conseguem exibir pontos isolados, como impressoras *laser*. No caso dos monitores CRT que conseguem exibir os *pixels* isoladamente, os *pixels* “escuros” não precisam estar adjacentes para produzir uma dada percepção de tom de cinza. Quando se aproxima o método de meio-tom por conjunto de *pixels* escuros não necessariamente adjacentes, dizemos então, que a aproximação é por **dispersão de pixels**.

A eliminação da restrição dos *pixels* escuros ficarem adjacentes permite dar à imagem uma aparência com maiores variações nos níveis de cinza. Bayer mostrou que uma dispersão feita de forma que a distribuição de *pixels* escuros correspondente a cada nível de cinza ser mais uniforme possível minimize a formação de texturas em regiões da imagem com luminância constante. Ele estabeleceu ainda condições necessárias e suficientes para construir matrizes de *dither* que facilitem a implementação da sua técnica de quantização. Com isso, podemos aumentar a resolução radiométrica sem reduzir a resolução espacial. As matrizes são conhecidas como **matrizes de Bayer**.

A matriz de Bayer de ordem 2 é dada por

$$D^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Matrizes de Bayer de ordem maior podem ser obtidas de forma recorrente usando a relação

$$D^{(n)} = \begin{bmatrix} 4D^{(n/2)} + D_{00}^{(2)}U^{n/2} & 4D^{(n/2)} + D_{01}^{(2)}U^{n/2} \\ 4D^{(n/2)} + D_{10}^{(2)}U^{n/2} & 4D^{(n/2)} + D_{11}^{(2)}U^{n/2} \end{bmatrix},$$

com

$$U^{(n)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Exercício 13.13 Derive a matriz de Bayer de ordem 3 e 4.

Exercício 13.14 Escreva um algoritmo que quantiza uma imagem com uso de matrizes de Bayer de ordem 4, supondo que os 16 níveis de quantização sejam argumentos de entrada da função.

Exercício 13.15 Quantize a imagem do Exercício 13.9 em “4 níveis de cinza” e “9 níveis de cinza” para um dispositivo monocromático (1 bit por pixel) utilizando, respectivamente, as matrizes de Bayer de ordem 2 e de ordem 3.

Observação 13.3 A seguinte matriz de dither é conhecida como quadrado mágico pelo fato de que as somas dos elementos das colunas, das linhas e das diagonais são todas iguais a 34

$$\begin{bmatrix} 0 & 6 & 9 & 15 \\ 11 & 13 & 2 & 4 \\ 7 & 1 & 14 & 8 \\ 12 & 10 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

O efeito é ter uma distribuição uniforme de pixels escuros em todas as direções.

13.3.3 Difusão de Erro

Diferentemente das técnicas de *dithering*, que incluem erros de aproximação em cada *pixel* ao “oscilar” de forma aleatória o seu valor, as técnicas por difusão de erro propagam tais erros para os *pixels* adjacentes procurando balanceá-los. Assim, ao selecionar o nível de quantização de uma *pixel*, leva-se em conta a soma do valor original do *pixel* e os erros herdados. Além disso, o erro de quantização em relação a esta soma é computada e distribuído para os *pixels* vizinhos. As técnicas existentes na literatura diferem na distribuição deste erro de quantização.

(Ver Fig. 13.14 do livro de Foley)

A técnica mais clássica é a proposta por Floyd e Steinberg que utiliza a seguinte matriz de distribuição

$$Peso = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

sempre centrada no *pixel* em processamento. Esta matriz de distribuição nos indica que será distribuído

- $\frac{7}{16} \sum_i \sum_j Peso_{i,j}$ do erro de aproximação para o *pixel* do lado direito;
- $\frac{5}{16} \sum_i \sum_j Peso_{i,j}$ do erro de aproximação para o *pixel* imediatamente abaixo;

- $\frac{3}{16} \sum_i \sum_j \text{Peso}_{i,j}$ do erro de aproximação para o *pixel* abaixo, em diagonal no lado esquerdo; e
- $\frac{1}{16} \sum_i \sum_j \text{Peso}_{i,j}$ do erro de aproximação para o *pixel* abaixo, em diagonal no lado direito.

Exercício 13.16 *Quantize a imagem do Exercício 13.9 com uso da técnica de Floyd-Steinberg, distribuindo os erros na seguinte forma:*

- $\frac{7}{16}$ para o *pixel* do lado direito,
- $\frac{3}{16}$ para o *pixel* abaixo em diagonal para esquerda,
- $\frac{5}{16}$ para o *pixel* abaixo e
- $\frac{1}{16}$ para o *pixel* abaixo em diagonal para direita.

Inicie o procedimento de cima para baixo e de esquerda para direita. Se invertermos a ordem, o resultado pode ser alterado?

Observação 13.4 *O algoritmo de Floyd-Steinberg foi desenvolvido originalmente para imagens de meio-tom, mas se adapta facilmente para imagens a cores. Uma boa referência é Graphics Gems volume II, editado por James Arvo.*

Outras duas matrizes de distribuição de erro encontradas na literatura são

$$\text{Peso} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 & 5 \\ 3 & 5 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Peso} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 & 4 \\ 2 & 4 & 8 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$